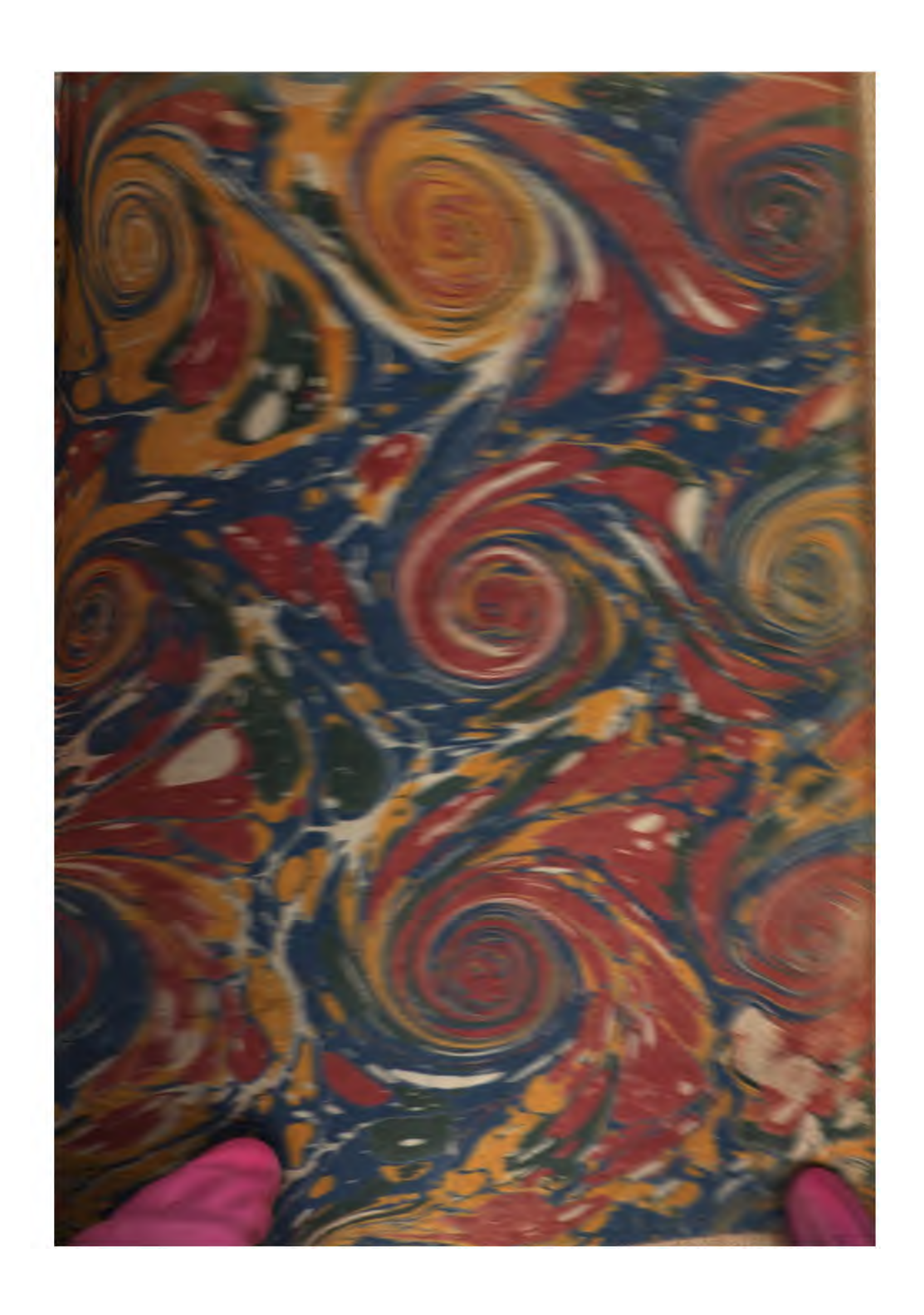






56

Maps catalogued

HISTOIRE
DE
L'ACADÉMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

ANNÉE M. DCCLXXXVI.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année,

Tirés des Registres de cette Académie.



À PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCLXXXVIII.

HISTOIRE
DE
L'ACADÉMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

ANNÉE M. DCCLXXXVI.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année,

Tirés des Registres de cette Académie.



À PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCLXXXVIII.

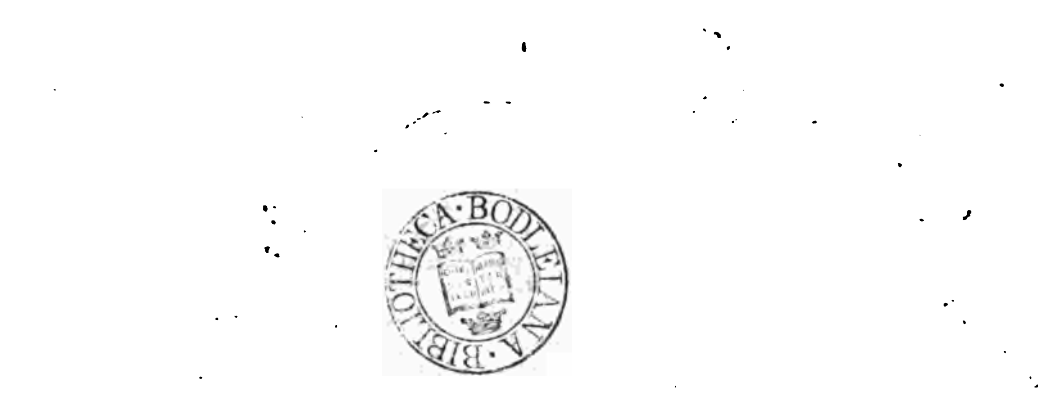

BIBLIOTHECA·BODLEIANA·

TABLE
POUR L'HISTOIRE.



TABLE
POUR LES MÉMOIRES.

TABLE.

TABLE.

TABLE.

Faute à corriger, pour les Mémoires de cette année

Page 385, ligne 1, au lieu de 1786, *liſez,* 1787.



HISTOIRE



HISTOIRE
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES SCIENCES.

Année M. DCCLXXXVI.

DEUXIÈME RAPPORT

Des Commissaires chargés, par l'Académie, des Projets relatifs à l'établissement des quatre Hôpitaux.

L'ACADÉMIE ayant été chargée par le Roi, de l'examen du Projet d'un nouvel Hôtel-Dieu, les Commissaires qu'elle a nommés lui en ont rendu compte le 22 Novembre dernier. Ce Rapport a été publié par ordre du Roi; & Sa Majesté a adopté les vues qui y sont proposées, en se

déterminant à établir quatre nouveaux hôpitaux aux extrémités de Paris. M. le Baron de Breteüil, par sa lettre à l'Académie, du 29 Décembre, a desiré que les mêmes Commissaires, qui avoient été chargés de cet examen, s'occupassent des projets qui doivent en être la suite, & qu'ils en rendissent compte à l'Académie.

Les dispositions qui doivent résulter de ce rapport, ont plusieurs objets, 1.° le choix des emplacemens; 2.° la distribution intérieure, relativement à la salubrité de l'hôpital, à la commodité des malades, & à la facilité du service; 3.° l'examen des dépenses, & les moyens d'économie dans les constructions, tant par la simplicité des édifices que par la réduction des accessoires.

Les Commissaires de l'Académie se sont empressés avec zèle d'obéir aux ordres du Roi, de remplir ses vues bienfaisantes, & de répondre à l'activité du Ministre du département de Paris, qui est constamment occupé de cette grande entreprise. Ils rendront compte successivememt à l'Académie des différens objets dont ils sont chargés; ils commencent aujourd'hui par le premier, le choix des emplacemens.

L'Académie, en formant le vœu que l'Hôtel-Dieu actuel fût partagé en quatre hôpitaux, a proposé au Gouvernement d'en placer deux dans les maisons de Saint-Louis & de Sainte-Anne, l'un au nord, l'autre au midi de Paris; de prendre l'emplacement des Célestins pour y faire un troisième hôpital au levant, & de placer le quatrième au couchant, vers l'École-militaire, ou du moins dans la partie occidentale de Paris.

Nous avons visité les trois maisons ou emplacemens déterminés & indiqués dans le rapport, & nous avons reconnu que la maison de Saint-Louis, une des dépendances de l'Hôtel-Dieu, est un très-bel hôpital, bien bâti, bien conservé, & d'une construction par-tout dirigée avec intelligence, à la salubrité & à la commodité des malades. Il y avoit de 6 à 700 malades le jour que nous y avons

été; & comme la maison n'a qu'environ 300 lits, il s'ensuit qu'il y avoit deux & trois malades dans le même lit. Mais à ce défaut près, qui tient au petit nombre des lits, il règne dans la maison beaucoup d'ordre & de propreté. Le rez-de-chaussée est bas & humide; on ne peut pas y mettre des malades, & il convient de le réserver pour des magasins. Le premier étage, où sont actuellement les malades, n'en peut guère contenir que 400 couchés seuls dans un lit. Mais il est facile d'augmenter la capacité de cet hôpital, soit au moyen des bâtimens accessoires & existans, où l'on pourra placer quelques malades, & de deux galeries neuves, qui seront construites pour en contenir chacune environ 400; soit au moyen d'une seule galerie & d'un étage élevé au-dessus du premier, dans le corps même du bâtiment. Ces galeries neuves auront l'avantage qu'elles serviront à recevoir les malades qui se trouveront à Saint-Louis, au moment où on travaillera au corps du bâtiment; & qu'on ne sera pas obligé de les faire refluer à l'Hôtel-Dieu, où ils y augmenteroient, pendant ce temps, la confusion & le mal-aise. Il n'y a dans la maison de Saint-Louis qu'une petite quantité d'eau, & on assure qu'elle n'est pas bonne à boire. Nous y avons reconnu un autre inconvénient, c'est qu'il n'y a point de conduite pour les immondices; elles coulent dans les marais, d'où elles infectent & l'hôpital même & toute la partie de Paris qui en est voisine. On dit que l'on y pratique actuellement une conduite, mais découverte, pour faciliter l'écoulement de ces immondices. Nous exposerons bientôt les moyens que nous imaginons pour remédier à ces inconvéniens.

L'hôpital Sainte-Anne, ou de la Santé, situé près de l'Observatoire, est sur un terrain élevé & en bon air. Il y a quelques bâtimens assez bons, mais qui ressemblent moins à un hôpital qu'à une grange, dont ils font réellement le service. Ils sont trop peu étendus pour mériter d'être conservés; ils gêneroient infiniment dans l'ordonnance d'un

nouveau plan, & il n'en résulteroit qu'une foible économie. Mais ce terrain est vaste; il contient environ 15 arpens, & il y en a plus de 60 au-dehors, où on pourroit s'étendre s'il étoit nécessaire. L'eau de Sainte-Anne est fournie par Arcueil; & comme cet hôpital n'a été que rarement ouvert jusqu'ici, comme les bâtimens ne renferment pas un local où on puisse admettre beaucoup de malades, il n'y a peut-être pas actuellement une quantité d'eau suffisante pour 1200 malades; mais il sera facile de l'augmenter, & il résulte de l'examen que nous avons fait, que les deux maisons de Saint-Louis & de Sainte-Anne, qui toutes deux sont des dépendances de l'Hôtel-Dieu, offrent, l'une un hôpital tout construit & susceptible d'être agrandi pour recevoir plus de malades, l'autre un terrain vaste & propre à y établir un hôpital considérable.

Quant aux Célestins, où nous proposions de placer le troisième hôpital, nous avons trouvé, lorsque nous en avons fait la visite, que la moitié des bâtimens sont vieux & ne peuvent pas être conservés. L'autre moitié peut servir, mais elle aura d'abord l'inconvénient de nuire à l'ordonnance générale des bâtimens de l'hôpital, & d'empêcher la disposition la plus propre à la salubrité. Il seroit en outre difficile de disposer à son gré les bâtimens sur ce local dont la figure est irrégulière, & échancrée par plusieurs parties de terrain, qui y ont été prises pour différentes destinations. Ce local est d'ailleurs trop borné; il ne contient guère que neuf à dix arpens, & c'est bien peu pour un hôpital de 1200 malades: il y a impossibilité de s'étendre à cause du voisinage de l'Arsenal. Mais le plus grand inconvénient, c'est que le sol d'une partie de ce terrain est inondé dans les débordemens de la Seine. En 1740, les eaux sont montées de quatre pieds dans le cloître du couvent. Il faudroit donc renoncer au rez-de-chaussée des bâtimens conservés; il faudroit remuer beaucoup de terre & élever une partie du sol pour mettre le tout à l'abri de l'inondation. Ce n'est pas tout encore: la maison & l'emplacement

des Céleſtins ont déjà des deſtinations d'utilité publique, annoncées par des arrêts du Conſeil, revêtus de lettres patentes; & en ſuppoſant que le Roi ſe déterminât à revenir ſur ces premières deſtinations, il faudroit dédommager les parties intéreſſées. Tous ces travaux, toutes ces précautions, ces dédommagemens, exigeroient des dépenſes dont le réſultat ſeroit d'élever un hôpital dans un local petit, ſerré, humide, & par conſéquent mal-ſain. Nous avons donc été forcés de renoncer aux Céleſtins; & en connoiſſant mieux le local, nous ne pouvons plus l'indiquer au Gouvernement.

On a propoſé à M. le Baron de Breteüil différens terrains, ſoit dans la partie haute de la Seine & à l'orient de Paris, ſoit dans la partie baſſe & à l'occident. Mais ces terrains qui doivent être d'une grande étendue, ſont auſſi d'un prix conſidérable. Ce Miniſtre ſait que l'intention du Roi eſt que l'on n'épargne rien ſur ce qui ſera néceſſaire à la guériſon & même à la commodité des malades; mais que l'on emploie d'ailleurs dans ces grands & utiles établiſſemens tous les moyens poſſibles d'économie pour ménager les fonds qu'a fournis & que fournira la charité publique, & les fonds du Tréſor royal que Sa Majeſté y deſtine. On a cru en conſéquence pouvoir choiſir pour cet uſage d'utilité générale, les terrains des maiſons religieuſes ſuſceptibles d'être converties en hôpitaux; & on a propoſé pour la partie orientale de Paris, la maiſon des religieuſes hoſpitalières de la Roquette, faubourg Saint-Antoine, & pour la partie occidentale, l'abbaye royale de Sainte-Périne de Chaillot, faubourg de la Conférence. Conſultés ſur ce choix, chargés de le communiquer à l'Académie, nous allons lui rendre compte des raiſons qui le motivent, & qui peuvent la déterminer à l'approuver.

Le terrain des religieuſes hoſpitalières de la Roquette eſt dans une partie ſuffiſamment élevée du faubourg Saint-Antoine; il contient cinquante arpens, & il y a par conſéquent beaucoup plus d'eſpace qu'il n'en faut pour les

bâtimens d'un hôpital de douze cents malades. On peut objecter que cette maison est peu éloignée de celle de Saint-Louis ; & que voulant construire quatre hôpitaux pour les besoins de la Capitale & pour suppléer à l'Hôtel-Dieu établi au centre, il faudroit les placer aux extrémités & dans des points également distans. C'est en effet une des conditions que l'on doit se proposer de remplir dans le choix de ces emplacemens ; mais on n'est pas absolument maître de les prendre où l'on veut. La cherté des terrains, la nécessité de l'économie qui fait préférer un sol qui ne coûte rien à celui qu'il faudroit payer, doivent faire disparoître le foible inconvénient de la proximité de ces deux hôpitaux. D'abord cette proximité n'est pas si grande, puisque leur distance est d'environ mille toises, ou d'une petite demi-lieue. Ensuite cette proximité favorise les besoins des quartiers où elle aura lieu ; ces quartiers sont ceux de Paris où il y a le plus de pauvres. Saint-Louis répondra aux fauxbourgs Montmartre, Saint-Denys, Saint-Martin, au faubourg du Temple ; la maison de la Roquette servira aux paroisses Saint-Paul & Sainte-Marguerite. La proximité de ces hôpitaux sera donc plutôt un avantage qu'un inconvénient. Cette maison de la Roquette est déjà un hôpital ; les religieuses qui le desservent sont déjà vouées au service des malades ; & le Gouvernement étant dans l'intention de choisir des maisons religieuses & de pieuses fondations pour les consacrer au pieux établissement des nouveaux hôpitaux, il n'a pu faire un meilleur choix dans ces quartiers, que celui de la maison des religieuses hospitalières de la Roquette.

Dans la partie occidentale de Paris, nous avions d'abord eu en vue les environs de l'École-militaire pour y placer le quatrième hôpital ; mais nous avons considéré que le faubourg Saint-Germain & le Gros-caillou ne sont pas les quartiers qui contiennent le plus de pauvres. Ces quartiers ont d'ailleurs l'hospice de Saint-Sulpice, qui a 128 lits, la Charité qui en a 208, & ils auront plus loin l'hôpital

Sainte-Anne, qui en contiendra 1200. Nous avons reconnu que la distance de Saint-Louis à l'hôpital placé près de l'École-militaire seroit très-grande, & que les quartiers des Porcherons, de la Ville-l'évêque & du Roule, auroient un chemin considérable à faire pour y porter leurs malades, avec l'inconvénient de leur faire traverser à tous la rivière. Nous avons donc cru devoir nous déterminer à proposer de placer cet hôpital de l'autre côté de l'eau; & ne pouvant pas non plus ni trop l'éloigner du Gros-caillou, à qui cet hôpital doit être utile, ni le porter dans des quartiers où le terrain fort employé, seroit trop cher, on n'a pu choisir que Chaillot ou le faubourg de la Conférence, qui se rapproche des quartiers du nord, sans trop s'écarter de ceux du midi. Encore le terrain est-il assez cher dans ce canton, pour ne pas pouvoir penser à celui qui seroit bâti, & dont l'acquisition seroit trop dispendieuse. L'économie demandoit qu'on y trouvât quelque maison religieuse qui possédât un grand emplacement; le Gouvernement a jeté les yeux sur celui de l'abbaye royale de Sainte-Périne: elle est située dans la partie haute du faubourg, à peu de distance de l'avenue du Cours qui conduit à Neuilly, & à l'entrée de Chaillot. L'air y est pur & sain; le plan-terrier de la seigneurie nous a fait voir que le terrain de cette Abbaye contient onze arpens trente-quatre perches, ce qui, à la rigueur, peut suffire pour l'hôpital qu'on se propose d'y construire. Mais il y a du côté du Cours un terrain non bâti, qui contient environ quatre arpens, & qui, s'il n'est pas trop cher, peut être ajouté à celui de Sainte-Périne.

Il y a dans ce choix de l'abbaye de Sainte-Périne, l'inconvénient que les malades du Gros-Caillou, seront obligés de passer l'eau pour y arriver; mais il est préférable à celui de faire traverser la rivière à tous les malades de la partie du nord, infiniment plus peuplée de pauvres. Puisque les uns ou les autres doivent passer l'eau, il vaut mieux que l'hôpital soit établi où il y aura le plus de malades, & que le petit nombre soit assujetti à l'inconvénient du

paſſage. On peut objecter encore que pluſieurs des chemins qui conduiront à cet hôpital de Sainte-Périne, tels que la chauſſée de Verſailles, les allées du Cours, ſeront découverts, & que les malades y ſouffriront quelquefois des intempéries de la ſaiſon. Mais les malades qui viendroient par ces routes ne ſeroient que ceux des quartiers du Louvre, du Palais-royal & de la place Vendôme. Ce ſera certainement le très-petit nombre. La majeure partie viendra des Porcherons, de la Ville-l'évêque & du Roule, & ils arriveront en ſuivant la rue du faubourg du Roule & la rue neuve de Berry, juſqu'à Chaillot. Une des conditions eſſentielles dans l'emplacement d'un hôpital, c'eſt d'être en bon air, & par conſéquent ſur un lieu un peu élevé; c'eſt d'être placé à une diſtance convenable. On ne peut obtenir un ou pluſieurs avantages que par le ſacrifice de quelqu'autre. Mais il eſt aiſé de prendre des précautions pour préſerver du froid, qui eſt l'intempérie la plus à craindre, le petit nombre de malades qui viendront par cette voie découverte. L'humanité veut que l'on ait des brancards couverts pour tranſporter les malades, même dans les chemins abrités.

Mais une objection qui paroît aſſez forte contre le choix de ces emplacemens de Saint-Louis, de la Roquette, de Sainte-Anne & de Sainte-Périne, c'eſt qu'aucun de ces quatre hôpitaux ne ſera placé près de la rivière, & ne jouira de l'avantage d'y trouver l'abondance d'eau dont un hôpital a beſoin. Il ne s'agit pas ſeulement de l'eau qui ſert de boiſſon, mais de celle qui doit être employée à tous les uſages domeſtiques & à l'entretien de la propreté, toujours eſſentielle, puiſqu'elle eſt un des moyens de guériſon. En propoſant de diſtribuer ainſi les hôpitaux, nous n'avons point négligé cette conſidération importante. Nous obſerverons d'abord que ſi la proximité de la rivière a un grand avantage, celui de procurer avec abondance & facilité l'eau, qui eſt indiſpenſablement néceſſaire, cette proximité a auſſi ſes inconvéniens. Le voiſinage de l'eau eſt une ſource conſtante d'humidité; on y eſt expoſé aux brouillards: c'eſt une

une des raisons qui nous ont portés à rejeter l'emplacement de l'isle des Cygnes. On a certainement à gagner pour la salubrité, en plaçant l'hôpital sur un lieu élevé, éloigné des brouillards & de toute humidité. Les quatre hôpitaux choisis jouiront pleinement de cet avantage; les terrains qui y sont destinés sont parfaitement secs, & l'air y est pur & bon. Il ne s'agit que de leur procurer de l'eau abondamment à cette distance de la rivière, & de les débarrasser facilement de leurs immondices. Voici les ressources que l'on peut avoir à cet égard, & les moyens que nous imaginons que l'on peut employer.

La maison de Saint-Louis tire ses eaux des hauteurs de Belleville & de Ménilmontant; les eaux qu'on a, ou qu'on pourra avoir dans la maison de la Roquette, descendent des mêmes hauteurs, & on assure que toutes ces eaux ne sont pas bonnes à boire. C'est une voie embarrassante & une dépense toujours renouvelée, que celle d'en faire venir à cette distance de la Seine par des voitures : il est bon que l'eau y soit toujours sous la main, qu'elle y soit en grande masse; c'est une réserve qui a plus d'une utilité. Sans avoir mesuré la quantité d'eau qui arrive actuellement à Saint-Louis, sans avoir pu encore examiner les ressources que le local des environs de la Roquette peut fournir, nous savons que les sources de Belleville donnoient au grand réservoir de la Ville, placé près le Pont-aux-choux, & aujourd'hui détruit, quatre à cinq pouces d'eau en été & dix à douze en hiver. Ces eaux servent encore au nettoiement du grand égout; mais on peut les faire passer à Saint-Louis; on peut, si l'on veut, en emprunter une partie pour la Roquette, elles retomberont toujours dans cet égout. Nous croyons pouvoir avancer qu'il sera facile de procurer à chacun de ces deux hôpitaux trois pouces de ces eaux; & quant à l'eau destinée à la boisson & à tous les usages où l'eau de bonne qualité est nécessaire, on la pourra tirer, soit des bassins de la pompe à feu, soit de tout autre moyen qui seroit employé pour amener de l'eau à Paris. Les conduites

des eaux de la pompe à feu ſont déjà arrivées juſqu'à la Roquette, & on nous aſſure que l'élévation du ſol de Saint-Louis, permet également qu'elles puiſſent y arriver. Le ſuperflu de ces eaux augmenté par les eaux pluviales, ſera recueilli dans un réſervoir, & y formera une maſſe d'eau; réſerve utile en cas d'incendie, & habituellement néceſſaire pour nettoyer le conduit des immondices. Les mêmes baſſins de la pompe à feu fourniront de l'eau à Sainte-Périne, qui en eſt peu éloignée: il y a une conduite de ces eaux qui paſſe devant la porte du couvent; mais ſans doute qu'il ſera plus ſimple de les tirer des baſſins mêmes par les derrières de Chaillot & par une conduite directe.

Quant à la décharge des immondices & à la vidange journalière des foſſes, nous croyons qu'on y pourra pourvoir à l'égard des maiſons de la Roquette, de Saint-Louis & de Sainte-Périne, au moyen du grand égout-turgot qui fait le tour de la moitié de Paris, depuis le Pont-aux-choux juſqu'à Chaillot. Ces trois hôpitaux n'en ſont pas aſſez éloignés pour qu'on ne puiſſe pas conduire de chacune de ces maiſons, des égouts particuliers à ce grand égout. Cet égout particulier eſt déjà conſtruit en partie à Chaillot; on en a fait un il y a quelques années de ce côté, qui, au moyen d'une communication ſervira à l'hôpital de Sainte-Périne. Les immondices ſeront portées par ces égouts, & chaſſées par l'eau qu'on y ſera tomber en maſſe des réſervoirs conſtruits dans chacun de ces trois hôpitaux. Ces amas d'eau étant lâchés, s'il ſe peut, à la fois & à la même heure, dans ces trois maiſons, procureront une quantité d'eau conſidérable, qui circulera autour de Paris, & lavera l'égout juſqu'à Chaillot où il ſe jette dans la rivière. Cet égout en ſera donc mieux tenu, plus propre, & il aura moins d'odeur dans les endroits où il eſt encore découvert.

L'hôpital Sainte-Anne tirera de l'eau pour ſa conſommation, ſoit des ſources d'Arcueil, ſoit encore de celle des moulins près Fontenai-aux-Roſes, dont le Gouver-

nement s'occupe de faire amener les eaux à Paris, & dont il pourra donner trois à quatre pouces pour cet hôpital; & un égout conduit à la rivière de Bièvre, au-dessous des manufactures des Gobelins, procurera la décharge des immondices de cette maison.

Nous avons l'honneur d'observer à l'Académie, que tous les moyens dont nous avons donné ici l'idée, ne sont pas des moyens entièrement décidés & arrêtés, qui ne puissent pas être remplacés par de meilleurs, ou modifiés pour de légers inconvéniens. Ces moyens proposés sont le résultat d'un examen provisoire, qui a été nécessaire pour déterminer le choix des emplacemens, & démontrer la convenance du local. Sans doute une inspection plus approfondie de ce local, une inspection détaillée, qui ne peut avoir lieu que dans l'exécution même des projets, offrira, & des ressources, & des difficultés qui feront varier ces moyens. Mais quels que puissent être ces changemens, nous croyons que les quatre emplacemens, de Saint-Louis, de Sainte-Anne, des hospitalières de la Roquette, & de l'abbaye de Sainte-Périne de Chaillot, sont bien situés, dans une position suffisamment élevée & en bon air; nous croyons qu'il sera facile de les approvisionner d'eau, de les débarrasser de leurs immondices; nous pensons que les quatre hôpitaux y seront parfaitement bien placés, & que l'Académie peut approuver le choix de ces emplacemens.

Nous nous sommes occupés, & nous nous occupons encore du soin d'acquérir des lumières sur la distribution intérieure & sur la construction de ces hôpitaux. Nous avons dessein d'examiner & de comparer les dispositions & les constructions des hôpitaux étrangers. On n'a point entrepris le voyage d'Italie & d'Allemagne, parce que ce voyage seroit long, & qu'on est pressé par l'impatience de soulager les pauvres; parce que d'ailleurs nous nous sommes procurés les plans & les descriptions de plusieurs de ces hôpitaux: mais M. Tenon & M. Coulomb, sont

partis pour aller en Angleterre & en Hollande, y viſiter les hôpitaux, en remarquer les avantages & les inconvéniens, afin de ſe procurer ces avantages, & d'éviter les inconvéniens. Et tandis que les autres Commiſſaires continueront à s'occuper à Paris des plans de diſtribution intérieure des bâtimens, ſi les emplacemens ici déſignés ſont adoptés par le Gouvernement, on commencera à préparer les terrains pour les diſpoſer à recevoir les conſtructions nouvelles.

FAIT à l'Académie le vingt juin mil ſept cent quatre-vingt-ſept. *Signé* LASSONE, DAUBENTON, TILLET, BAILLY, LAVOISIER, LA PLACE, D'ARCET.

M.rs TENON & COULOMB abſens.



TROISIÈME RAPPORT

Des Commissaires chargés, par l'Académie, de l'examen des projets relatifs à l'établissement des quatre Hôpitaux.

Nous avons rendu compte à l'Académie, le 20 Juin dernier, des emplacemens qui étoient proposés pour les quatre hôpitaux; ces emplacemens étoient ceux des maisons de Saint-Louis & de Sainte-Anne, qui sont des dépendances de l'Hôtel-Dieu, & ceux des maisons des religieuses de Sainte-Périne de Chaillot & des hospitalières de la Roquette. L'Académie a approuvé les raisons qui nous portoient à adopter ces quatre emplacemens; & le Roi, sur l'avis de l'Académie, a rendu, le 22 du même mois, un arrêt du Conseil, & le 10 Août suivant un second arrêt, interprétatif du premier, portant attribution des terrains de Saint-Louis & de Sainte-Anne à deux des quatre hôpitaux; érection en titre d'hôpital de la maison & du terrain des sœurs hospitalières de la Roquette; & application à un quatrième hôpital de la maison & du terrain de l'abbaye de Sainte-Périne. En conséquence de cette volonté du Roi, on s'est occupé des formes requises pour l'union, la translation ou la suppression de ces deux maisons religieuses. On alloit commencer les procédures nécessaires, lorsque le Roi a jugé à propos de supprimer l'École-militaire, établie près de Paris, & d'en donner les terrains & les bâtimens à la ville, pour y placer un des quatre hôpitaux. Cet hôpital de l'École-militaire remplacera celui de Sainte-Périne.

Tel est donc aujourd'hui l'état des choses; les emplacemens destinés aux quatre hôpitaux sont ceux de Saint-

Louis, de Sainte-Anne, de la Roquette & de l'École-militaire. Il n'y a point de difficulté pour commencer incessamment les travaux à Saint-Louis, où on est parfaitement libre; à l'École-militaire qui sera évacuée au 1.er Avril. L'établissement de Sainte-Anne demande un examen particulier pour connoître si ce terrain est fouillé en carrières, & afin de juger quels seront les travaux nécessaires pour en assurer le sol. L'érection de la maison de la Roquette en titre d'hôpital, & son attribution à l'un des quatre hôpitaux exige, suivant les loix & suivant les formes canoniques, une information & une procédure. Il en résultera un retard de quelques mois. M. l'Archevêque a nommé un Commissaire ecclésiastique chargé de cette information, & la procédure a été entamée à la requête de M. le Promoteur de l'Archevêché de Paris. C'est donc l'issue de cette procédure qui règlera le temps où le Gouvernement pourra faire commencer, sur le terrain de la Roquette, la construction du quatrième hopital.

Nous avons été autorisés à instruire l'Académie de ces détails, pour lui annoncer les intentions du Gouvernement à cet égard. La bonté du Roi a adopté le projet de transférer l'Hôtel-Dieu dans un lieu plus salubre; elle a agréé la proposition que l'Académie a faite de diviser cette maison en quatre hôpitaux; & la même bonté s'est manifestée par les ordres que Sa Majesté a donnés pour que l'exécution de ce projet fût suivie avec activité.

Nous avons dit dans notre dernier Rapport, qu'après le choix des emplacemens, nous devions nous occuper des plans de la distribution intérieure des hôpitaux dont nous n'avions proposé que la disposition générale en lignes parallèles; disposition adoptée par l'Académie. C'est à cette distribution que nous avons donné tous nos soins; mais nous avons dû attendre pour nous en occuper, le retour de deux de nos confrères, M. Tenon & M. Coulomb, qui étoient allés visiter les hôpitaux étrangers les plus voisins de nous, c'est-à-dire ceux de l'Angleterre & de la

Hollande, pour en joindre l'examen à celui que nous avons fait d'un nombre d'hôpitaux des autres nations de l'Europe, par le moyen des descriptions & des plans que nous nous sommes procurés. Des raisons particulières ont empêché les deux Commissaires d'aller en Hollande, & leur examen s'est borné aux hôpitaux d'Angleterre. Revenus trop tard & dans un temps trop proche de la mauvaise saison, les travaux n'ont pu être commencés l'année dernière : nous nous sommes occupés cet hiver à tout préparer pour le printemps. C'est sur cette comparaison de tous les hôpitaux que doit porter le choix des formes & des distributions intérieures. Le compte que nous allons rendre à l'Académie sera partagé en deux parties. Nous lui exposerons dans la première quelques-unes des observations que nos confrères ont faites sur les hôpitaux d'Angleterre; nous lui proposerons dans la seconde la forme & les distributions que nous croyons qu'il convient de donner aux quatre hôpitaux destinés à la ville de Paris.

PREMIÈRE PARTIE.

Il y a trois espèces d'hôpitaux en Angleterre : les hôpitaux qui sont fondés & qui ont des revenus fixes; les hôpitaux des paroisses, entretenus par des taxes imposées sur les habitans; enfin les hôpitaux qui subsistent par des contributions volontaires, & qui reçoivent un nombre de malades proportionné à l'étendue de ces contributions, constamment soutenues & tous les ans renouvelées. Les bâtimens de ces hôpitaux sont en général comme les nôtres : les uns ont été construits pour en faire l'asyle des pauvres malades, & disposés dans cette vue suivant l'intelligence & le génie de l'architecte qui les a bâtis; les autres formés de maisons destinées d'abord à des habitations & adaptées ensuite, autant qu'il a été possible, à l'usage des malades; c'est de cette dernière espèce que sont à Londres la plupart des hospices des paroisses. Ces hôpitaux ont, comme ceux

des nôtres qui sont dans le même cas, le défaut de n'avoir pas été construits pour leur objet actuel. Mais, avant que nos confrères allassent en Angleterre, nous avions pris un parti sur la disposition générale d'un hôpital. Nous avions proposé dans notre premier Rapport à l'Académie, que les bâtimens fussent construits & rangés en lignes parallèles; nous avions même arrêté entre nous, que ces parallèles seroient divisées en parties isolées, & formant des pavillons séparés. La disposition suivie dans le plan d'hôpital adapté à ce Rapport, avoit déjà été indiquée & agréée par les Commissaires assemblés. Nous allions chercher en pays étrangers, ou des idées nouvelles ou des autorités pour appuyer celles que nous avions le dessein de proposer; nous demandions sur-tout des faits. Nous avons eu à cet égard toute la satisfaction que nous pouvions desirer. Quoique la raison seule & sans aucune expérience pût suffire pour assurer que des bâtimens parallèles, des pavillons isolés seroient une habitation saine & salubre, il étoit cependant très-satisfaisant de trouver cette expérience déjà faite & faite en grand. Les hôpitaux de Portsmouth & de Plimouth destinés aux matelots & aux troupes de mer, & pouvant contenir l'un 2000, l'autre 12 ou 1400 malades, ont cette disposition en lignes parallèles, & en pavillons isolés; avec cette différence que l'hôpital de Portsmouth offre des parallèles qui ne sont séparées que par des rues de 18 pieds de large, & où l'air n'a pas une circulation assez libre; au lieu que celui de Plimouth, composé de pavillons isolés, & rangés autour d'une cour très-vaste, a une disposition presque semblable à celle que nous avions déjà préférée. L'hôpital de Plimouth est reconnu pour très-salubre. Cet hôpital est donc un témoin subsistant, & depuis vingt-quatre ans, de la salubrité qu'auront les nouveaux hôpitaux dont nous proposons les dispositions.

Ce n'est pas la seule expérience que nos confrères aient eu l'occasion de recueillir; ils ont retrouvé dans tous les

les hôpitaux d'Angleterre, un usage que nous desirions d'établir dans les nouveaux hôpitaux, celui de ne mettre qu'un petit nombre de malades, c'est-à-dire, de douze à trente dans la même salle. Cet usage si opposé à celui de l'Hôtel-Dieu de Paris, qui les y accumule jusqu'au nombre de trois ou quatre cents, nous annonce que les résultats pour la salubrité & la guérison doivent être également opposés. Nos Commissaires ont trouvé dans plusieurs hôpitaux le soin de baigner les malades, pour les laver lorsqu'ils entrent à l'hôpital. M. Tenon, l'un de nous, avoit déjà, en 1781, montré l'utilité de ce soin, & il avoit conseillé de l'employer *(a)*; nous pensons comme lui, & nous croyons seulement que dans bien des cas il suffira d'éponger les malades pour leur nettoyer la peau & faciliter cette transpiration, qui est le premier des remèdes. On les guérit déjà en partie, en rétablissant la propreté, une des sources de la santé des riches, & dont la privation est inséparable de la pauvreté. L'usage des ventouses pour renouveler l'air des salles, est aussi presque général en Angleterre; nous en avons dans plusieurs hôpitaux, & particulièrement dans l'hôpital Saint-Louis : ces ventouses sont plus nécessaires en Angleterre, parce que les salles y sont peu élevées; mais ce défaut est compensé par le petit nombre des malades qui y sont renfermés. Nous ne mettrons, autant qu'il sera possible, qu'un petit nombre de malades dans nos salles, & nous projetons de leur donner environ quinze pieds d'élévation; elles seront parfaitement aérées, & par conséquent nous pourrions nous passer d'y pratiquer des ventouses. Mais nous avons pensé que la chambre la plus aérée ne peut l'être qu'autant qu'on en ouvre les fenêtres; & lorsque le froid se fait sentir, nous savons bien qu'elles restent presque toujours fermées, quoiqu'on ordonne de les ouvrir à certaines heures. Il faut donc procurer un renouvellement d'air qui n'incommode ni les malades, ni

(a) Mém. de l'Académie des Sciences, *année 1780, pages 429 & 430.*

ceux qui les servent & qui se fasse de lui-même. Nous obſerverons que les ventouſes d'Angleterre ſont ſimples, & ſeulement au plancher ſupérieur: celles que nous avons deſſein de faire ſeront doubles; les unes au plancher inférieur, & les autres au plafond pour leur correſpondre. Si l'on veut que la circulation ſoit complette, il ne ſuffit pas de ménager à l'air intérieur une iſſue pour ſortir, il faut encore ouvrir à l'air du dehors un paſſage pour entrer & pour chaſſer l'air du dedans. On pourroit même perfectionner ce moyen de renouvellement & en obtenir un avantage de plus; ce ſeroit de faire paſſer le tuyau qui apporte l'air du dehors à travers un poèle, & pendant l'hiver, l'air renouvelé ſeroit à la fois pur & chaud.

Une des expériences dont nous avons été le plus ſatisfaits de trouver les réſultats en grand, eſt celle de l'uſage de donner les fournitures de viande, de pain, de médicamens & le blanchiſſage du linge à des entrepreneurs. Cet uſage eſt preſque général en Angleterre, & particulièrement dans les hôpitaux de Saint-Luc, de Saint-Thomas, de Greenwich, de Guy, de Saint-Barthélemy, de Plimouth, &c. non que toutes ces choſes ſoient toutes & par-tout réglées de la même manière: ici c'eſt une choſe, là ç'en eſt une autre; ailleurs, tout eſt en effet à l'entrepriſe. L'hôpital de Gloceſter fait le pain par économie, & a un fourniſſeur pour la viande. L'hôpital Saint-Barthélemy achette le pain & la viande à la livre, & il a une buanderie pour ſon uſage. L'hôpital de Guy n'a ni boucherie, ni boulangerie, ni buanderie. Ce ſont les circonſtances locales qui ſans doute déterminent ces différences. Nous avons propoſé dans notre premier Rapport, de ſupprimer ces différens acceſſoires des hôpitaux par la raiſon de l'économie des conſtructions & auſſi par l'économie des abus. Encouragés par l'expérience des Anglois, nous croyons qu'il eſt bon de faire ce qu'ils ont fait. Pluſieurs hôpitaux de Paris, tels que la Charité, achettent la viande à la livre; déjà & pour eſſai, une des principales maiſons de l'Hôpital général

fait blanchir le linge dehors : on peut donc réunir dans nos nouveaux établissemens ce qui est séparé dans ces différens hôpitaux ; on verra si on s'en trouve bien , & l'expérience décidera si on doit continuer. Les Anglois ont un usage particulier à quelques hôpitaux, tels que ceux de Bethléem & de Saint-Thomas ; ce sont deux bouchers qui fournissent alternativement, chacun leur semaine ou chacun leurs six mois. L'alternative des semaines nous semble préférable, parce que les temps étant les mêmes , il ne doit pas y avoir de différence dans les fournitures : avec une inspection attentive & une constante sévérité, l'émulation qui doit naître de cet usage, est toute entière au profit de l'hôpital & des pauvres ; nous proposons donc de l'imiter. Dans les hôpitaux royaux d'Angleterre, de Greenwich, de Plimouth, de Portsmouth comme dans quelques autres, on tire les médicamens composés de la maison commune au corps des apothicaires de Londres. Cette maison fournit également les flottes royales, les vaisseaux des Indes & les armées : cette disposition est donc favorable à l'économie ; il est certain qu'elle prévient les abus & le gaspillage. On peut facilement régler les prix de détail à un taux raisonnable ; & il est seulement important qu'une inspection attentive & intacte surveille l'exécution des marchés & la bonne qualité des médicamens fournis. Nous conseillons de suivre cette disposition, de mettre les médicamens à l'entreprise, & de les prendre ou au Collége de pharmacie de Paris, ou chez un apothicaire particulier & chargé de fournir chaque hôpital.

Il est encore d'autres usages qui dérivent des connoissances déjà acquises, mais que l'adoption des Anglois peut nous engager à adopter. On a cité des guérisons par l'électricité, qui ont été contestées ; l'expérience n'a pas encore pleinement prononcé sur l'efficacité & les limites de l'usage de cet agent nouveau & encore peu employé dans la médecine. Cependant on ne peut nier qu'il n'y ait eu des guérisons commencées, & des malades, sinon guéris, du moins

trouveroit facilement des médecins, des chirurgiens, des accoucheurs, qui, commençant leur carrière & desirant de se faire un nom, brigueroient ces places; leurs honoraires ne seroient pas chers, & la plus grande dépense seroit celle des médicamens fournis. Nous observerons que par ces établissemens, les médecins & les chirurgiens des paroisses voyant à la fois un nombre de malades en état de se transporter, seroient dispensés d'aller les chercher chez eux, ce qui feroit une économie pour les paroisses: une partie de ces malades n'iroient point à l'hôpital, & les hôpitaux seroient soulagés. En même temps des femmes pauvres préféreroient qu'on vînt les accoucher à la maison, & demeureroient dans leur ménage; ce qui, en soulageant encore les hôpitaux, tourneroit à l'avantage des mœurs, car il est toujours utile que les mères de famille restent chez elles. Il n'est pas de notre objet d'indiquer les moyens de subvenir à cette dépense: Paris a de grandes ressources; & M.^rs les Curés qui font tant de bien, ont prouvé comment ils savent toucher les cœurs & exciter la charité.

La nation Angloise offre à cet égard un bel & noble exemple, tant des taxes imposées, que des souscriptions & des contributions volontaires en faveur des pauvres. L'Académie approuvera sans doute que nous entrions ici dans quelques détails intéressans. Les paroisses de Londres & des différentes villes d'Angleterre, sont pour ainsi dire autant de municipalités. Les habitans s'assemblent pour élire des administrateurs nommés *gouverneurs*, & pour imposer des taxes qui doivent servir à défrayer leurs dépenses. Ces paroisses sont chargées de l'illumination & du nettoiement des rues, de l'entretien du pavé, de la garde la nuit & le jour, & du soin des pauvres valides & malades établis dans la paroisse depuis un temps fixé. La paroisse de Marylebon, une des plus considérables de Londres, & qui renferme 50000 habitans, outre les impôts levés par le Gouvernement, & qui montent à quarante mille livres sterlings, a levé en 1786, pour l'acquit de ses charges

particulières, vingt-neuf mille deux cents vingt-neuf livres ſterlings, dont onze mille huit cents quatre-vingt-ſix ont été attribuées à l'entretien des pauvres valides & au traitement des pauvres malades. Voilà donc une ſeule paroiſſe & 50000 habitans qui payent annuellement pour leurs pauvres une ſomme de deux cents quatre-vingt-cinq mille deux cents ſoixante-quatre livres, argent de France, en n'évaluant la livre ſterling qu'à vingt-quatre livres. Ces taxes ſont conſidérables, mais elles ſont réglées par les habitans mêmes; elles ſont générales, & dans les provinces comme dans la capitale. La ville de Briſtol s'eſt taxée pour ſes pauvres à quatorze mille livres ſterlings par an, & à raiſon de deux ſchelings & demi pour livre du revenu des maiſons, ce qui eſt un huitième. Si elle a moins de 60000 habitans, elle paye autant que la paroiſſe de Mary-lebon. L'opinion commune en Angleterre, eſt que la taxe des pauvres monte annuellement à quarante-cinq millions, argent de France. Un calcul fait par évaluation eſt d'accord avec cette opinion. Si la taxe eſt à-peu-près égale par-tout, 50000 habitans payant deux cents quatre-vingt-cinq mille deux cents ſoixante-quatre livres, huit millions d'hommes, qui font à-peu-près la population de l'Angleterre, doivent payer quarante-cinq millions quatre cents mille & tant de livres. Cette taxe eſt énorme, & elle répondroit à cent trente-cinq millions pour les vingt-quatre millions d'hommes auxquels on porte la population de la France. Mais il faut obſerver que la mendicité eſt entièrement ſupprimée en Angleterre; tout pauvre y eſt défrayé aux dépens du public. Auſſi cette taxe de quarante-cinq millions, toute forte qu'elle eſt, ne renferme pas tous les ſecours qui y ſont accordés & même prodigués à l'indigence. Il y a un nombre d'hôpitaux qui ſubſiſtent de fondations, & d'autres dont les revenus conſiſtent ſeulement dans les ſouſcriptions annuellement renouvelées. L'hôpital Saint-George a eu en 1786 pour cinquante-trois mille ſept cents trente-ſix livres de ſouſcriptions, argent de France. L'hôpital Saint-Thomas

a par an de vingt-quatre à quarante-huit mille livres; l'hôpital Saint-Barthélemi, cent quarante-quatre mille livres. Les hôpitaux d'Oxford, de Worcester, &c. sont aussi entretenus par des souscriptions. L'hôpital royal de Greenwich fut commencé par Charles II; & en 1694, Guillaume III demanda l'assistance de ses sujets, qui fournirent par des souscriptions volontaires une somme de cinquante-huit mille deux cents neuf livres sterlings, ou d'environ quatorze cents mille livres, argent de France, pour la construction de ce seul hôpital.

On voit que la nation Angloise, soit par les taxes qu'elle s'impose, soit par les contributions volontaires, emploie des sommes considérables au soulagement des pauvres valides & malades. On voit que la sollicitude est générale, & que l'humanité ne se reposant pas sur les taxes obligées, fait couler les richesses pour multiplier les secours en proportion des besoins. Cet ordre de choses mérite les applaudissemens de tous les hommes sensibles; & nous pouvons nous livrer à le louer ici avec d'autant plus d'empressement, que la nation Françoise, toutes les classes des habitans de la capitale ont montré le même zèle & le même dévouement envers les pauvres, par des souscriptions volontaires pour la construction des nouveaux hôpitaux; & elles ont été portées à plus de deux millions deux cents mille livres. Nous devons même juger, par ce que nous entendons tous les jours dans les cercles des sociétés, que cette source de bienfaisance est arrêtée & non tarie; & nous avons lieu d'espérer qu'elle se rouvrira lorsque les ouvriers paroîtront sur les terrains désignés, & que les travaux étant commencés, les projets de ces hôpitaux adoptés & ordonnés par le Roi, auront reçu la dernière sanction qu'ils peuvent recevoir, celle de l'exécution. Ainsi Louis XVI a trouvé dans ses sujets le même empressement à le seconder & la même compassion pour les pauvres, que Guillaume III dans les siens. C'est dans ces œuvres d'humanité que des nations également estimables peuvent se déclarer rivales; & l'imitation de ces actes

actes de bienfaisance, l'adoption de cet usage des souscriptions, si familier à la nation Angloise, & déjà pratiqué dans la nôtre, font également honneur aux deux nations.

La nation Angloise, en même temps qu'elle ouvre ses trésors, prodigue aux malades les soins de l'humanité; car l'homme qui souffre a non-seulement besoin d'être médicamenté & pansé, mais il lui faut des attentions délicates qui diminuent ses souffrances, & des soins qui le consolent de ses maux. Une administration éclairée y veille sans cesse pour rechercher tout ce qui peut mettre le malade plus à son aise, & pour écarter de lui tout ce qui ajoute à ses douleurs. Quand un malade est guéri, un administrateur se trouve toujours présent à sa sortie pour lui demander s'il a été bien soigné, si rien ne lui a manqué, & s'il n'a point à se plaindre de personne. Cet usage est dicté par la prudence & par l'humanité; il marque un certain respect envers le pauvre, & il est en même-temps propre à contenir les subalternes dans le devoir. Nos confrères ont vu ce spectacle avec sensibilité. Cependant ils nous assurent qu'ils n'ont rien trouvé en Angleterre qui égale le zèle & la douceur de nos Religieuses hospitalières & de nos Sœurs de la charité: nous rendons avec plaisir cette justice à leur vertu & à leur piété. Il est un soin particulier qui contribue beaucoup, non-seulement à la guérison, mais au bien-être des malades, c'est celui de la propreté. On ne peut que louer & imiter la propreté des hôpitaux Anglois; elle est plus difficile à établir dans les grands établissemens où les hommes se rassemblent en commun, que dans les maisons particulières. Dans nos maisons, la volonté du maître est une loi que l'on suit; dans les hôpitaux où il n'y a pas une volonté unique si évidemment & si fréquemment exprimée, il seroit nécessaire que tout le monde, malades & serviteurs, eussent besoin de la propreté. Il ne suffit donc pas qu'elle soit une qualité individuelle, il faut qu'elle soit une qualité nationale; & comme on ne peut pas supposer cette disposition univer-

ſelle. il faut pour y ſuppléer, que le chef redouble de vigilance; il faut qu'il ait ſans ceſſe devant les yeux cette loi de la propreté, qu'il en faſſe le premier, le plus ſuivi de ſes ſoins : ſans cette vigilance du chef, faute de ces ſoins indiſpenſables, l'hôpital conſtruit dans les meilleurs principes deviendra inſalubre, les uſages les plus ſagement établis & les plus utiles deviendront nuiſibles ; nous en citerons un exemple. Preſque tous les hôpitaux en Angleterre, ont des latrines à l'angloiſe; elles ſont à côté des ſalles pour la commodité des malades. Nous comptons bien propoſer pour nos hôpitaux & cette eſpèce de latrines & cette diſpoſition; mais cet uſage ſera très-mauvais ſi ces latrines ne ſont pas tenues avec la plus grande propreté. Elles auront de l'odeur, & ſeront par conſéquent contraires à la ſalubrité; & cette odeur en produiſant le dégoût, ajoute au mal-aiſe de l'homme ſouffrant. Non-ſeulement il faut ſoigner l'intérieur des latrines, en y faiſant paſſer le courant d'eau néceſſaire; mais il faut en ſoigner auſſi l'extérieur, & veiller ſur les malades indolens qui pourroient contrevenir à la propreté. Elle ne peut donc être l'ouvrage que des ſoins réunis des ſerviteurs & des malades, & ſurtout de la police exacte & ſévère des ſupérieurs.

Tel eſt le réſultat de l'examen que nos confrères ont fait des hôpitaux Anglois; les réflexions que cet examen nous a ſuggérées, les imitations que nous propoſons. Nous ne devons rien négliger pour perfectionner le grand & utile projet des quatre hôpitaux, dont nous avons annoncé les diſpoſitions générales dans nos deux premiers Rapports à l'Académie; & que le Roi a ſanctionnées par ſa volonté exprimée dans les arrêts de ſon Conſeil. Les connoiſſances humaines ſont aujourd'hui le produit des efforts de tous les peuples de l'Europe; le grand ouvrage de nos hôpitaux ſera le réſultat des lumières générales, par leſquelles toutes les nations doivent commercer ſans prétention de la part de celle qui donne comme ſans jalouſie de la part de celle qui reçoit. Nous devons, en finiſſant cette première partie,

remercier la nation & le gouvernement Anglois, la Société royale de Londres, M. Banck qui en est le président, M. Blakden, le docteur Simmons, M. Greville frère du Lord Warvick, tous les chefs des hôpitaux, & généralement tous les Anglois auxquels nos confrères ont été adressés, & M. Barthélemi, ministre plénipotentiaire de France à Londres, de l'empressement avec lequel les Commissaires de l'Académie ont été accueillis, & des services qui leur ont été rendus. Tous les hôpitaux leur ont été ouverts; on leur a tout montré & tout expliqué; on leur a communiqué les plans, les descriptions & jusqu'aux registres de comptabilité. Ils ont déposé à la Bibliothèque de l'Académie les ouvrages, les mémoires, les plans qu'ils ont rassemblés dans leur voyage, & ces détails précieux sur les hôpitaux d'Angleterre, sont la preuve de l'accueil qu'ils ont reçu.

SECONDE PARTIE.

Le plan d'un hôpital pour 1200 malades que nous mettons sous les yeux de l'Académie, est le résultat des dispositions que nous avons établies dans notre premier Rapport du 22 Novembre 1786, & qui consistoient à construire suivant des lignes parallèles & avec des intervalles suffisans, les différens corps-de-logis destinés à composer l'hôpital. Dans les comités que nous avons tenus au mois d'Avril 1787, on a proposé de partager ces parallèles en pavillons isolés; c'est cette disposition que nous avons définitivement adoptée, depuis le retour de nos confrères, & dont nous présentons à l'Académie l'ordonnance générale & les principales distributions *(a)*.

On a placé sur le front & à la façade de cet hôpital, tous

(a) Depuis que ce Compte rendu à l'Académie, a été lû & imprimé, nous avons reconnu que la forme ici adoptée, de ces parallèles partagées en deux suites de pavillons isolés, a des rapports avec celle que M. le Roy a publiée il y a plusieurs années; nous rendons, avec plaisir, à notre confrère, la justice qu'il lui est dûe.

les bâtimens acceſſoires & relatifs à l'entrée & à la réception des malades. Les deux moitiés de cet hôpital ſont ſemblables, l'une eſt réſervée aux hommes, l'autre aux femmes; il en eſt de même des bâtimens de l'entrée, & en décrivant l'une de ces moitiés, on a décrit l'autre.

Dans cette façade de l'hôpital, & également à droite comme à gauche, nous plaçons un petit bâtiment qui contiendra, 1.° la loge du portier; 2.° les pièces deſtinées à la réception des malades; ſavoir, la chambre où ils attendront quand ils ſe préſenteront pluſieurs à la fois, puis un bureau où ſe tiendra le chirurgien de garde avec un ou deux commis, qui, après l'examen du malade, lui donneront ſon billet d'entrée avec la déſignation du pavillon où il doit être reçu. Ces commis, qui pourront être choiſis parmi les élèves en chirurgie & à tour de rôle, tiendront le regiſtre d'entrée & de ſortie, où ſera inſcrit le nom, l'état, l'âge du malade, le nom de ſa paroiſſe, ſa maladie, & le nombre de jours qu'il ſera reſté à l'hôpital juſqu'à ſa ſortie, ou par guériſon ou par mort.

Le malade paſſera du bureau dans un ſecond bâtiment, ou dans une ſeconde pièce où il quittera ſes habits pour prendre ceux de l'hôpital. A côté de la chambre deſtinée à ce ſervice ou dans la chambre même, il y aura des fourneaux, des chaudières & pluſieurs baignoires pour baigner ou laver le malade, s'il en a beſoin: il eſt probable qu'il ſera le plus ſouvent ſuffiſant de le laver avec des éponges. Ce ſervice exige néceſſairement trois autres bâtimens ou corps-de-logis; le premier pour déſinfecter les habits du malade & en détruire la vermine. Les Anglois font ſouvent paſſer ces vêtemens à la vapeur du ſoufre, mais ce moyen de purification a l'inconvénient de laiſſer aux habits une odeur inſupportable & d'en altérer les couleurs; il ſuffira de les paſſer à l'étuve *(b)* & dans certain cas à l'eau très-

(b) M. Tenon avoit propoſé en 1780, de paſſer au four les hardes des malades. *Mém. de l'Académie des Sciences, année 1780, page 430.*

chaude. Le ſecond corps-de-logis ſera deſtiné au dépôt de ces habits, & le troiſième renfermera les vêtemens de l'hôpital qui ſeront fournis au malade à ſon entrée & qu'il ne quittera qu'à ſa ſortie. Ces deux derniers bâtimens où l'air doit circuler librement, ne ſeront fermés que par de larges jalouſies aſſez inclinées pour que la pluie ne puiſſe pas pénétrer ; ils contiendront dans leur intérieur une cage qui s'élévera juſqu'au toit & dont tous les étages ſeront en treillis. C'eſt dans cette ſalle que ſeront dépoſées les hardes du malade ; elle aura autant de diviſions qu'il y aura de bâtimens deſtinés aux ſalles ; les habits dans chaque diviſion porteront le numéro du bâtiment au ſervice duquel ils appartiendront, & un ſecond numéro qui indiquera l'individu à qui ils doivent être rendus. Un commis ſera chargé de ce dépôt avec deux ou trois aides pour changer le malade & pour faire le ſervice ; tout ce ſervice ſera logé au-deſſus du rez-de-chauſſée de ces différens bâtimens: telles ſont les diſpoſitions de l'entrée.

Le corps de l'hôpital eſt compoſé de quatorze pavillons rangés ſur deux files, l'une à droite & l'autre à gauche, l'une pour les hommes, l'autre pour les femmes : ces deux files ſont ſéparées par une vaſte cour de 28 toiſes de large ſur plus de 120 de longueur ; c'eſt une grande maſſe d'air placée au centre & répandue dans un eſpace d'environ quatre arpens. On pourra placer dans cette cour un jardin de plantes médicinales, en réſervant au pourtour une rue de 24 pieds de large. Il contiendra encore près de trois arpens, & outre ſon utilité, il ſera d'un aſpect plus agréable qu'une cour sèche & nue qui bleſſe le plus ſouvent la vue par la forte réflexion des rayons ſolaires. Le pavillon du milieu des ſept de chaque file, ou le quatrième, à compter de l'entrée, renferme la cuiſine d'un côté, & l'apothicairerie de l'autre, chacune avec leurs dépendances. Par cette diſpoſition, elles ſeront aſſez près du centre ; & on ſatisfait à-la-fois & à la commodité du ſervice & à une certaine régularité d'ordonnance, qui eſt cependant à déſirer dans des

conſtructions de cette importance. Les ſix autres pavillons de chaque côté ſont deſtinés à des ſalles de malades: ils ſont tous ſemblables; il ſuffira d'en décrire un.

Ces pavillons auront 24 pieds de large dans œuvre, ſur une longueur d'environ 28 toiſes; les extrémités ſur une largeur d'environ 5 toiſes ſeront en ſaillies & ſeront pour les dépendances des ſalles; celles-ci ayant environ 18 toiſes de long, contiendront 36 lits ſur deux rangs. La hauteur des ſalles ſera de 14 à 15 pieds, & les fenêtres placées au-deſſus des lits à la hauteur de ſix pieds, s'élèveront juſqu'au plafond. Les pavillons auront trois rangs de ſalles l'une au rez-de-chauſſée, particulièrement deſtinée aux convaleſcens, & les deux autres dans les étages ſupérieurs; & le troiſième étage ſera employé à loger le ſervice & à placer des magaſins : à un bout du pavillon & du côté de la cour intérieure, ſera un eſcalier ſuffiſamment large & commode pour communiquer à tous les étages. Peut-être fera-t-on à l'autre extrémité un eſcalier de dégagement ; mais nous avouons qu'il peut avoir des inconvéniens dans l'uſage, parce que ces eſcaliers en offrant des ſorties qui ne ſont pas inſpectées peuvent occaſionner des abus, & que leur uſage contre les incendies ſera preſque ſans objet dans un bâtiment où il n'y aura ni cuiſine ni apothicairerie, ni fonderie, ni amas de combuſtibles ; & où le feu ne ſera employé que pour donner aux ſalles la température néceſſaire, & pour réchauffer les bouillons & les tiſanes. Les lits & les chaſſis ſeront en fer ; & ſi le feu prenoit jamais à la garniture d'un lit, il n'atteindroit que difficilement les autres lits, ſéparés par des ruelles de trois pieds, & le plafond qui eſt plus élevé de ſept à huit; il ſeroit éteint auſſitôt qu'allumé.

Chaque ſalle ſera compoſée de 34 à 36 lits; chaque pavillon en contiendra par conſéquent 102 ou 108 : chaque ſalle ſera accompagnée de latrines à l'angloiſe, d'un lavoir, d'un réchauffoir pour les alimens & les tiſanes ; d'une petite ſalle de bains, d'une chambre ou pièce de

retraite pour la sœur ou l'infirmière qui présidera à la salle.

Il sera essentiel que les sœurs & les infirmières couchent à côté de chaque salle, afin qu'elles soient à portée de soigner sans cesse leur département; & que la veilleuse de nuit ait toujours près d'elle les secours qui peuvent devenir nécessaires. Les trois ordres de salle seront exactement pareils. Le troisième étage offrira les logemens des serviteurs, les magasins de tous les ustensiles appartenans au pavillon, & dont la directrice en chef des trois salles aura le dépôt. On y pratiquera de plus un réservoir qui fournira de l'eau à chaque salle, & particulièrement aux lavoirs & aux latrines à l'angloise *(c)*. On aura soin même de réunir les eaux pluviales, recueillies sur le toit, & de les conduire dans les salles, où elles seront employées à différens usages.

Chaque pavillon sera séparé des autres pavillons par un espace, ou un jardin, de douze toises de large sur toute la longueur du bâtiment, c'est-à-dire sur vingt-huit toises environ: cet espace où il n'y aura point d'arbres, sera le promenoir particulier des malades de ce bâtiment; il sera fermé, & nul autre n'y pourra entrer. On isolera donc les convalescens des différentes maladies, comme les malades, & autant qu'on le voudra. Mais ces différens bâtimens seront liés les uns aux autres par une galerie de communication qui fera tout le tour de la cour intérieure, & passera au pied de l'escalier de chaque pavillon. Elle ne s'élèvera pas au-dessus du rez-de-chaussée, & n'interceptera point par conséquent la circulation de l'air.

La chapelle sera au fond & à l'extrémité de la cour intérieure; elle aura d'un côté le logement des prêtres, & de l'autre l'amphithéâtre où se feront les démonstrations anatomiques; derrière, seront les chambres des morts. Quant aux cimetières, nous desirons, suivant le vœu que

---

(c) M. Tenon, l'un de nous, avoit proposé en 1780, de placer des réservoirs, dans l'étage supérieur des hôpitaux & des prisons. *Voyez Mém. de l'Académie des Sciences, année 1780, pages 429 & 430.*

l'Académie a toujours formé, qu'ils ſoient éloignés de toute habitation, & par conſéquent hors de l'hôpital, à une diſtance convenable. La galerie offrira donc une communication générale & à couvert, depuis l'entrée juſqu'à la chapelle, & elle fera correſpondre tous les départemens de l'hôpital. Nous ſentons que pour un ſervice journalier, le chemin à l'entour de cette cour ſera peut-être un peu long de quelques pavillons à la cuiſine & à l'apothicairerie qui doivent correſpondre à tout; mais dans une infinité de cas on aura la facilité de traverſer à découvert la cour intérieure *(d)*. D'ailleurs, on pratiquera une galerie tranſverſale, qui coupera la cour intérieure & la traverſera pour paſſer du département de l'apothicairerie à celui de la cuiſine; elle unira ainſi les deux rangées de pavillons, & dans leur milieu par une communication ſemblable à celles qu'ils auront à leurs extrémités. Cette galérie n'eſt point marquée ſur le plan, parce qu'elle n'a été d'abord que projetée; mais le Gouvernement a ordonné de l'exécuter : elle ſera bornée au rez-de-chauſſée & ouverte en arcades comme celle qui ſera le tour de la cour intérieure.

Tout cet aſſemblage de pavillons & l'édifice de la chapelle ſeront entourés par une rue de douze toiſes de large; c'eſt par cette rue que l'on retirera les morts pour les porter à la chambre du dépôt, à l'amphithéâtre, au cimetière, ſans que ces tranſports ſoient aperçus de l'hôpital. On prendra ſur la largeur de cette rue, une ſuite de hangars pour les remiſes, les écuries, pour les magaſins de bois, de charbon & autres acceſſoires de l'hôpital. Il eſt bon d'obſerver que les bâtimens de la cuiſine & de l'apothicairerie auront ſeuls des caves. Les nouveaux hôpitaux ſeront ſur des terrains aérés & déjà ſecs par eux-mêmes;

(d) Depuis la lecture & l'impreſſion de ce Rapport, on a cru qu'il ſeroit avantageux de changer la diſpoſition de la cuiſine & de l'apothicairerie; on s'eſt déterminé à les placer au milieu de la grande cour, afin qu'elles ſoient au centre du ſervice; en même temps, on a ſupprimé un pavillon de chaque côté, & il n'y en aura plus que douze.

on exhaussera le rez-de-chaussée de quelques pieds, & on pourra espérer d'être à l'abri de l'humidité : on en a l'expérience par le rez-de-chaussée de l'École-militaire, qui, bâti sur un fond de sable & sans être exhaussé, n'est point humide. Nous avons pensé qu'il falloit épargner la dépense des constructions souterraines, qui seroient perdues si elles étoient sans emploi, & qui, si on se permettoit d'y placer des magasins de combustibles, exposeroient au danger du feu ; cette économie est un objet considérable dans la dépense. Si l'expérience fait connoître que ces rez-de-chaussées élevés de quelques pieds, sont humides, il y a des moyens d'y remédier qui sont moins dispendieux que les souterrains voûtés. On creusera sous ces rez-de-chaussées, & on fera porter les planchers sur des dés élevés de trois pieds, avec un air passant par-dessous; ou bien on fera porter ces planchers sur un massif de quelques pieds de sable, de pierrailles, ou de charbon. On imitera le sol naturel de l'École-militaire, ou le sol factice que l'on donne aux magasins à poudre qu'il est si essentiel de préserver de toute humidité.

On pratiquera un égout de chaque côté, où se rendront & les conduits des latrines & ceux des cuisines, & toutes les eaux destinées à en entraîner les immondices. Les eaux seront fournies, suivant les circonstances des lieux & des temps, soit par la Pompe à feu, soit par les rivières de l'Yvette & de Bièvre, lorsqu'elles seront arrivées dans Paris, à la hauteur nécessaire, soit enfin par la rivière de la Beuvrone que le Gouvernement paroît avoir l'intention d'y amener. Si celles de ces eaux qu'on emploîra ne partent pas d'une hauteur suffisante, on construira à l'extrémité la plus élevée de l'hôpital une tour surmontée d'un grand réservoir, où on élèvera l'eau par des pompes, & d'où elle sera distribuée dans les réservoirs particuliers des pavillons, pour descendre ensuite à chaque étage, & de-là être portée en totalité dans les tuyaux des latrines, & enfin dans les égouts qu'elle lavera sans cesse. Ces égouts déjà

tout faits à l'École-militaire, aboutissent à la rivière & au-dessous de Paris. Ceux des hôpitaux de Saint-Louis & de la Roquette aboutiront dans le grand égout *Turgot*, & de-là dans la rivière, également au-dessous de Paris. Quant à l'hôpital Sainte-Anne, si on juge que les eaux de la Bièvre, en partie amenées à Paris, sont trop peu abondantes pour les charger d'immondices, il faudra bien avoir recours à la vidange des fosses, comme on fait aujourd'hui dans les hôpitaux de Saint-Louis, des Incurables, &c. C'est un inconvénient impossible à éviter, par la nécessité de distribuer les hôpitaux dans les différens quartiers, de les éloigner suffisamment, & de faire que l'on trouve les secours & les ressources au lieu même où sont les pauvres & les besoins.

Telle est la disposition générale de l'hôpital.

Nous avons à prévenir le reproche qu'on pourroit nous faire d'avoir changé de principe dans la distribution des salles, & nous devons dire les raisons qui nous y ont déterminés. Nous avons établi dans notre premier Rapport, que nous ne mettions des salles de malades qu'au rez-de-chaussée & au premier étage. Ici, nous avons trois rangs de salles, & nous plaçons des malades, non-seulement au rez-de-chaussée & au premier, mais aussi dans l'étage supérieur. Nous avons changé en croyant faire mieux; nous avons sacrifié le bien à un bien plus grand : toutes les dispositions ont des limites nécessaires. Sans doute il y auroit de l'avantage à n'avoir qu'un rang de salles & point de malades au-dessus; mais l'immensité du développement qui en résulteroit pour 1200 malades, nous a forcés, dans notre premier Rapport, d'en placer au premier étage. Chacun des pavillons du plan que nous présentons contient environ 100 lits, & chaque étage 34 ou 36. Pour n'en pas mettre au second étage, il falloit ou augmenter le nombre des pavillons, & en faire 20 au lieu de 14, ou les étendre en longueur. Dans les deux cas, on augmentoit le développement, on occupoit plus de terrain, on mul-

tiplioit les constructions, on rendoit le service plus difficile & plus fatigant. L'économie des dépenses & la commodité de ceux qui servent, sont des considérations importantes & nécessaires; l'économie, comme nécessité actuelle, la facilité du service, comme nécessité de tous les temps. Si on eût augmenté le nombre des pavillons, ceux qui sont aux extrémités auroient été trop éloignés de la cuisine & de l'apothicairerie qui font le centre du service; si on eût étendu les pavillons dans le sens de leur longueur, il auroit fallu placer 50 malades à chaque étage. Or, nous avons reconnu que le premier moyen d'obtenir la salubrité dans un hôpital, est de ne réunir dans une même salle que le moindre nombre possible de malades. Nous nous sommes proposés de le fixer à-peu-près à 30: l'expérience des Anglois a confirmé notre principe; on peut dire, à quelques exceptions près, que dans toutes les salles de leurs hôpitaux le nombre des lits est au-dessous de 30. Ce seroit s'abuser que de partager la longueur de la salle par un mur de refend, & de croire avoir fait ainsi deux salles particulières de 25 malades chacune; car, si quelque raison de commodité y déterminoit, on doit regarder ces deux salles contiguës communiquant par une porte, & l'une donnant passage à l'autre, comme ne faisant qu'une seule salle; c'est le même air qui y circule, & les émanations des corps malades se répandent & se partagent également dans les deux divisions. Nous prions de faire attention que la construction d'un hôpital de 1200 malades dépend d'un grand nombre d'élémens; il faut les modifier; il faut tout faire accorder pour les combiner. On ne peut pas établir le mieux dans chaque détail; on a devant les yeux le but général; il faut par-tout se contenter de ce qui est bien, & prendre sur la perfection de chaque partie, pour en composer la perfection de l'ensemble. Le principe de réduire les salles, la nécessité de faciliter le service en resserrant l'étendue de l'hôpital, l'avantage de l'économie dans les constructions, nous ont donc fait prendre le parti de proposer à l'Académie de

revenir ſur ce qui a été déterminé, & d'établir trois rangs de ſalles. Nous avons conſidéré que nos pavillons ſont de petits corps-de-de-logis iſolés, & que cette diſpoſition ne pouvoit en aucune manière être comparée pour la ſalubrité à celle de l'Hôtel-Dieu, où les ſalles ſont accouplées, où la plupart contiennent 2 à 300 malades, & où cette complication & l'infection qui en réſulte ſont redoublées par quatre ou cinq étages accumulés.

Un bâtiment iſolé deſtiné à 100 malades, partagé en trois étages ou ſalles, chacune de 34 lits, fera un bâtiment ſuffiſamment ſain. Voilà ce qu'enſeigne la théorie; & ſi on veut conſulter l'expérience, nous dirons que les hôpitaux d'Angleterre, tous en général aſſez ſalubres, ont trois rangs de ſalles & trois étages.

Mais il n'eſt aucun des hôpitaux de France & d'Angleterre, & nous dirons de l'Europe entière, en exceptant celui de Plimouth, où les bâtimens deſtinés à recevoir des malades ſoient, chacun en particulier, auſſi aérés & auſſi complètement iſolés. Chaque pavillon eſt au milieu de deux eſpaces ou promenoirs de 12 toiſes de large ſur 28 de long; le pavillon tient par ſes deux extrémités, d'un côté à une rue de 12 toiſes de large, de l'autre à une cour qui en a 28 ſur une longueur de 120 toiſes. On ne peut donc être plus enveloppé que ne le ſont ces pavillons par une libre circulation de l'air agité, renouvelé par les vents, toujours promptement & en grandes maſſes. Ce n'eſt pas tout, chaque pavillon aura ſes meubles, ſes uſtenſiles ſéparés, des infirmières particulières, un chirurgien qui y ſera affecté, un promenoir à part pour ſes convaleſcens; il aura ſes regiſtres, & ſa mortalité ſera connue & déterminée : on pourra fermer ce pavillon & ſon promenoir, & ils n'auront jamais avec le reſte de l'hôpital que la communication que l'on voudra. Ce pavillon ſera donc réellement un petit hôpital. Si au temps de notre premier Rapport, nous avons préféré les grands hôpitaux à un nombre d'hoſpices, nous avons dit que nous ne renoncions

pas au bien que peuvent faire ces derniers ; & en effet, nous y revenons aujourd'hui ſans changer de principe & ſans abandonner les grands hôpitaux. Chaque pavillon ſera un hoſpice, l'hôpital ſera un aſſemblage de douze hoſpices ; & le ſyſtème de bâtimens que nous propoſons, a tous les avantages de cette eſpèce d'hôpitaux ſans en avoir les inconvéniens. Le plus grand de ces inconvéniens eſt de ne pouvoir qu'exclure certaines maladies, ſans pouvoir les diſtinguer & les ſéparer. Ici, elles ſont toutes reçues & toutes claſſées; chacune aura ſon département, fermé s'il le faut ; on y trouvera donc & ſéparément, comme on le voit en Angleterre, & comme pluſieurs perſonnes le deſiroient ici, des hôpitaux particuliers pour un certain nombre de maladies. Si ce ſyſtème eſt agréé de l'Académie, il nous paroît réunir les avantages & des grands hôpitaux où tous les malades ſont admis, & des hoſpices qui n'en reçoivent qu'un petit nombre, & des hôpitaux particuliers affectés à une ſeule maladie.

Le ſoin de claſſer les maladies eſt en effet important, & on peut y ſatisfaire au moyen de nos ſubdiviſions qui ſont plus nombreuſes qu'il ne faut. La connoiſſance du nombre des malades que peut fournir chaque eſpèce de maladies, ſeroit utile pour ſavoir d'avance combien de ſubdiviſions on doit leur attribuer. Quant au premier objet, nous ne nous occupons que du claſſement général des maladies ; nous nous propoſons d'admettre les fous ſeulement à l'hôpital Sainte-Anne, & d'y placer les appareils & le traitement particulier qu'ils exigent ; nous penſons qu'il ſera bon d'y ménager une ſalle & un traitement pour les hydrophobes; nous croyons auſſi qu'il ſera à propos d'attribuer dans tous les hôpitaux une ſalle particulière aux pulmoniques.

C'eſt peut-être ici le lieu de répondre à une objection qui a été faite contre l'établiſſement de quatre hôpitaux. On a prétendu qu'il pourroit arriver que des malades fiſſent le tour de Paris, avant de trouver celui des hôpitaux où ils pourroient être reçus, ſoit parce qu'ils auroient une maladie affectée à cet hôpital, ſoit parce que les autres

hôpitaux feroient remplis. La réponfe eft fimple, c'eft une affaire de police particulière. On fera pour être admis aux hôpitaux, ce qu'on fait pour l'être à la Charité, on envoie favoir s'il y a un lit vacant; on enverra de même au chef-lieu favoir dans quel hôpital il faut fe faire conduire. Chaque foir on fera paffer à ce chef-lieu un état de fituation des quatre hôpitaux; & en confultant le regiftre, on faura dans quel hôpital le malade doit être renvoyé.

Quant au fecond objet & au nombre poffible des malades de chaque efpèce, M. Tenon, l'un de nous, qui a eu tant de part à notre premier Rapport, par les excellens Mémoires qu'il nous a fournis, a continué fes recherches fur les hôpitaux; il a voulu déterminer, autant que l'expérience du paffé peut éclairer fur l'avenir, combien quelques maladies pourroient conduire de malades aux nouveaux hôpitaux: il réfulte de fes recherches intéreffantes, que fur cinq malades, l'Hôtel-Dieu actuel a un bleffé, & que fur le nombre des bleffés, il n'y a qu'une femme pour trois hommes. Comme le nombre moyen des malades à l'Hôtel-Dieu actuel eft de 2500, on y peut compter fur ce nombre 500 bleffés. Mais les fecours étant doublés, les lits étant portés à 5000, on peut fuppofer que l'affluence y doublera chaque efpèce de maladies. Il faudra donc confacrer dans les quatre hôpitaux huit ou neuf pavillons aux bleffés & aux maladies chirurgicales en général, favoir, fix aux hommes & deux ou trois aux femmes. M. Tenon eftime qu'il faut réferver de 4 à 500 lits pour les femmes en couche. Il faudra donc, dans ces hôpitaux, leur deftiner cinq pavillons, qui feront bien fermés & bien féparés en faveur des infortunées à qui on doit le fecret. C'eft par cette raifon que nous n'avons pas cru devoir leur attribuer un hôpital particulier; n'y ayant que 600 lits au plus pour les femmes, elles l'auroient rempli prefqu'en entier, & leur honte auroit été découverte, ou du moins fortement foupçonnée par leur entrée à cet hôpital. Il faut les confondre dans la foule des femmes malades; c'eft un devoir de l'humanité, & même de la poli-

tique, d'envelopper de cette ombre les fautes de la foiblesse, afin que l'honneur conservé empêche d'y retomber. Il y aura peut-être des difficultés d'administration, sur-tout dans les relations nécessaires des hôpitaux de femmes en couche, avec celui des Enfans-trouvés; mais lorsqu'il en sera temps, on examinera ces difficultés, & il sera peut-être aisé de les lever. Dans l'établissement des hôpitaux de ce genre, les premières considérations sont celles du physique & du moral qu'on ne peut changer; on peut toujours y conformer l'administration qui dispose de son service.

Le plan d'hôpital que nous proposons peut être également exécuté & sur le terrain de Sainte-Anne & sur celui de la Roquette. On ne doit point chercher de variété dans les choses qui ont une même destination. La meilleure disposition est unique, & elle doit offrir par-tout les mêmes secours aux mêmes besoins. On fera dans celui de Sainte-Anne les changemens nécessaires pour y recevoir les fous que nous y destinons. On leur attribuera un ou deux pavillons, où on disposera des cellules pour les traiter chacun en particulier; & ces pavillons bien fermés, seront entièrement séparés du reste des malades. Nous devons dire ici que M. Poyet, chargé de construire à neuf les deux hôpitaux de Sainte-Anne & de la Roquette, ainsi que M.rs Raymond & Brongniart, chargés des changemens à faire à l'hôpital Saint-Louis & à l'École-militaire, se sont montrés animés du même esprit que le Gouvernement & l'Académie. M. Poyet, en traçant le plan des deux hôpitaux à construire à neuf, est entré dans toutes les vues du Comité pour les dispositions de salubrité; il se propose, suivant l'intention du Gouvernement, de tout exécuter sans ornemens & avec simplicité. Chacun d'eux oublie l'intérêt de sa propre gloire, & par ce sacrifice même ils en acquièrent une beaucoup plus grande; car nous avons en nous un ressort, l'amour-propre, qui tend toujours à faire briller le talent, & il n'y a que l'amour des pauvres & le zèle du bien public qui puissent comprimer ce ressort. Au reste, l'Académie verra

dans le plan qui eſt ſous ſes yeux, que ces grandes conſtructions, déjà impoſantes par leur étendue & par leur maſſe, ont de l'élégance dans leurs formes & dans leurs diſtributions, & que le talent de l'architecte, quoiqu'il ait été gêné, y ſera encore facile à reconnoître.

Après ces deux conſtructious faites entièrement à neuf, l'hôpital où il y aura le plus de travaux à faire, ſera celui de Saint-Louis: il ne peut contenir qu'environ 400 malades couchés ſeuls dans un lit, il s'agit donc d'y faire des augmentations pour recevoir 800 malades de plus. Il y a deux moyens d'y parvenir, l'un, de conſtruire des galeries, des pavillons iſolés ſuffiſans pour y placer 800 lits; ou, ſi l'on veut épargner les conſtructions, de prendre ſur la hauteur trop grande des ſalles de cet hôpital, pour ménager, en y joignant les combles, un ſecond étage de ſalles qui auront, ainſi que celles du premier 13 à 14 pieds de hauteur, & qui ſeront par conſéquent ſuffiſamment élevées: on y placeroit 400 lits, & on n'auroit à faire des conſtructions que pour 400 autres malades. C'eſt ſur cette option que nous n'avons pas encore pris de parti & que nous nous concerterons avec M. Raymond.

Quant à l'hôpital que le Gouvernement a décidé d'établir à la place de l'École-militaire, nous n'avons pas encore été à même de viſiter les bâtimens, afin de reconnoître les diſpoſitions qu'il conviendra d'y faire. Mais ſur l'inſpection des plans, & d'après les conférences que nous avons eues avec M. Brongniart, architecte de l'École-militaire, & que le Roi a chargé des changemens néceſſaires pour convertir eette maiſon en hôpital, on voit qu'elle ſera ſuſceptible de contenir beaucoup de lits, & même un nombre qui ſurpaſſera les douze cents qu'on y demande; d'où il réſultera une réſerve qui pourra être utile s'il ſurvient des temps de ſurcharge extraordinaire. On voit encore que les changemens à faire, la plupart dans l'intérieur, ne ſeront pas un objet d'une grande dépenſe, & doivent être exécutés en peu de temps; de

manière

manière que si les travaux peuvent commencer au mois d'Avril, il y a lieu d'espérer que l'hôpital sera en état, & que les malades pourront y être reçus d'ici à un an ou dix-huit mois. Ce seroit un grand soulagement pour les pauvres, toujours mal à l'aise & accumulés d'une manière mal-saine dans le local de l'Hôtel-Dieu.

Il en résulte que la destination de l'École-militaire à une maison d'hôpital, est un des plus grands bienfaits du Roi envers l'indigence souffrante, celui du moins dont la jouissance est la plus prochaine. Le Roi compte les momens; le Roi est pressé de voir ouvrir les asiles de sa bienfaisance. Bénissons le Ministre qui a si bien secondé les vues de Sa Majesté, le Ministre toujours ferme & constant dans les desseins qui peuvent concilier au Roi l'amour de ses peuples; & aujourd'hui que les hôpitaux vont s'élever, s'il est permis de citer un corps dont l'institution & le vœu sont dirigés à l'utilité publique, heureuse l'Académie qui a pu contribuer à ces nobles travaux.

FAIT à l'Académie, ce 12 Mars 1788. *Signé* LASSONE, DAUBENTON, TILLET, TENON, BAILLY, LAVOISIER, LA PLACE, COULOMB, D'ARCET.

RENVOIS DU PLAN D'HÔPITAL

Fait par M. POYET, Architecte du Roi & de la Ville, conformément au Rapport de l'Académie des Sciences.

A PORTIQUE qui entoure la grande cour, & par lequel on communique à toutes les salles & à la chapelle.

B Pavillons en avant de chaque salle, dans lesquels sont les escaliers, les bains & la pièce de dépôt pour les vivres, les médicamens, le linge & les vêtemens propres.

C Salles de 36 lits, au milieu desquelles sont des cabinets pour les veilleuses.

D Salles d'opération avec amphithéâtres.

E Pavillons qui terminent chaque salle, dans lesquels sont les

commodités des malades, celles des sœurs, le bûcher, le récuroir, un escalier de dégagement & l'échangeoir.

F Bâtiment au rez-de-chaussée duquel sont la cuisine, le garde-manger, le lavoir & les magasins aux vivres; au premier, les réfectoires des sœurs & des femmes du service de l'hôpital, avec leur logement au-dessus.

G Bâtiment qui contient au rez-de-chaussée l'apothicairerie, la pharmacie & les magasins des drogues; au premier, les réfectoires des prêtres, celui des hommes du service de l'hôpital, avec leur logement au-dessus.

H Promenoir découvert.

I Cour de la cuisine & de l'apothicairerie.

K Amphithéâtre pour les études d'anatomie.

L Chapelle.

M Salle des morts.

N Hangars.

O Passage au cimetière.

P Rues de 12 toises qui entourent & servent à isoler l'hôpital.

SERVICE D'ENTRÉE.

1... Vestibule.

2... Logement du portier.

3... Bureau de réception des femmes.

4... Bureau de réception des hommes.

5... Logement du Médecin.

6... Logement du Chirurgien.

7... Logement de deux Commis de garde.

8... Bains & étuves.

9... Passages ouverts qui isolent la pouillerie.

10... Pouillerie.

11... Fours à étouffer la vermine.

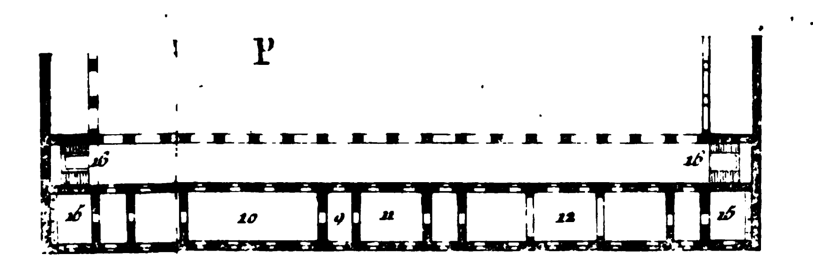
12... Magasins d'habits fournis par l'hôpital.

13... Grand séchoir couvert.

14... Lavanderie, repasserie & pièces accessoires.

15... Latrines.

16... Escaliers.



Toises

Variation 43 ½ à 40 d au Nord Ouest de la Baye d'Hudson

...ven o.d en 1682

Baye de Baffin

Quebec

Philadel

A

Owyhée

Acapulco

Equateur

Var. n.d 8

les Marquises

I. Gallapagos

Otaïti

M E R

I. de Pasques

D U

I. de Juan Fernandes

S U D

Côte des Amazones

N. Caledonie

Var. 13.d

Norfolk

Cap Nord

Nouvelle Zelande

Cap Horn

On sçait à peine jusqu'ici comment le fluide Magnetique sort et ren



OBSERVATIONS

PRÉSENTÉES A L'ACADÉMIE EN 1786.

I.

M. le Monnier avoit chargé M. le Valois, de faire des observations sur l'inclinaison de l'aiguille aimantée, dans les ports & dans les différentes relâches de l'Océan Éthiopique.

Malheureusement, cet observateur a péri à son retour sur les côtes de Portugal, & M. le Monnier n'a reçu de lui qu'une seule lettre datée de Moka, par laquelle il lui marquoit qu'il avoit observé l'inclinaison de $10^d\frac{1}{4}$ à Cochin, & de 9^d à Mahé; l'une & l'autre sont boréales.

De cette observation, M. le Monnier conclud qu'un des moyens les plus sûrs de connoître le nœud du méridien magnétique, c'est-à-dire son intersection avec le méridien terrestre, est de multiplier les observations dans la partie de l'Océan Éthiopique voisine de l'Afrique; & comme il est vraisemblable que ce nœud se trouve dans les pays où les Européens pénètrent rarement, & qu'ainsi il seroit difficile de l'observer immédiatement, il montre qu'on peut espérer de la connoître avec assez d'exactitude en faisant des observations aux îles de Séchelle ou de Mahé: observations que la position de ces îles, assez voisines de l'île-de-France, rend très-faciles.

I I.

Depuis plusieurs mois, M. de Rozières, Correspondant de l'Académie, d'après des vues particulières, avoit suspendu dans son appartement, par des cordes de soie, deux barres d'acier brut, tel que l'achètent les couteliers

ariation 43 ½ à 40 d au Nord Ouest
la Baye d'Hudson

...en 1682

Baye de Baffin

Baye d'Hudson

Quebec

Philade...

Owyhée

Acapulco

Var. 2d

Equateur

les Marquises

I. Gallapagos

Otaiti

Var. 13d

M E R
D U
S U D

I. de Pasques

I. de Juan Fernandes

Caledonie

Norfolk

Cap Nord

Nouvelle Zélande

Cap Horn

Côtes des ...

On sçait à peine jusqu'ici comment le fluide Magnetique sort et ren...



OBSERVATIONS

PRÉSENTÉES A L'ACADÉMIE EN 1786.

I.

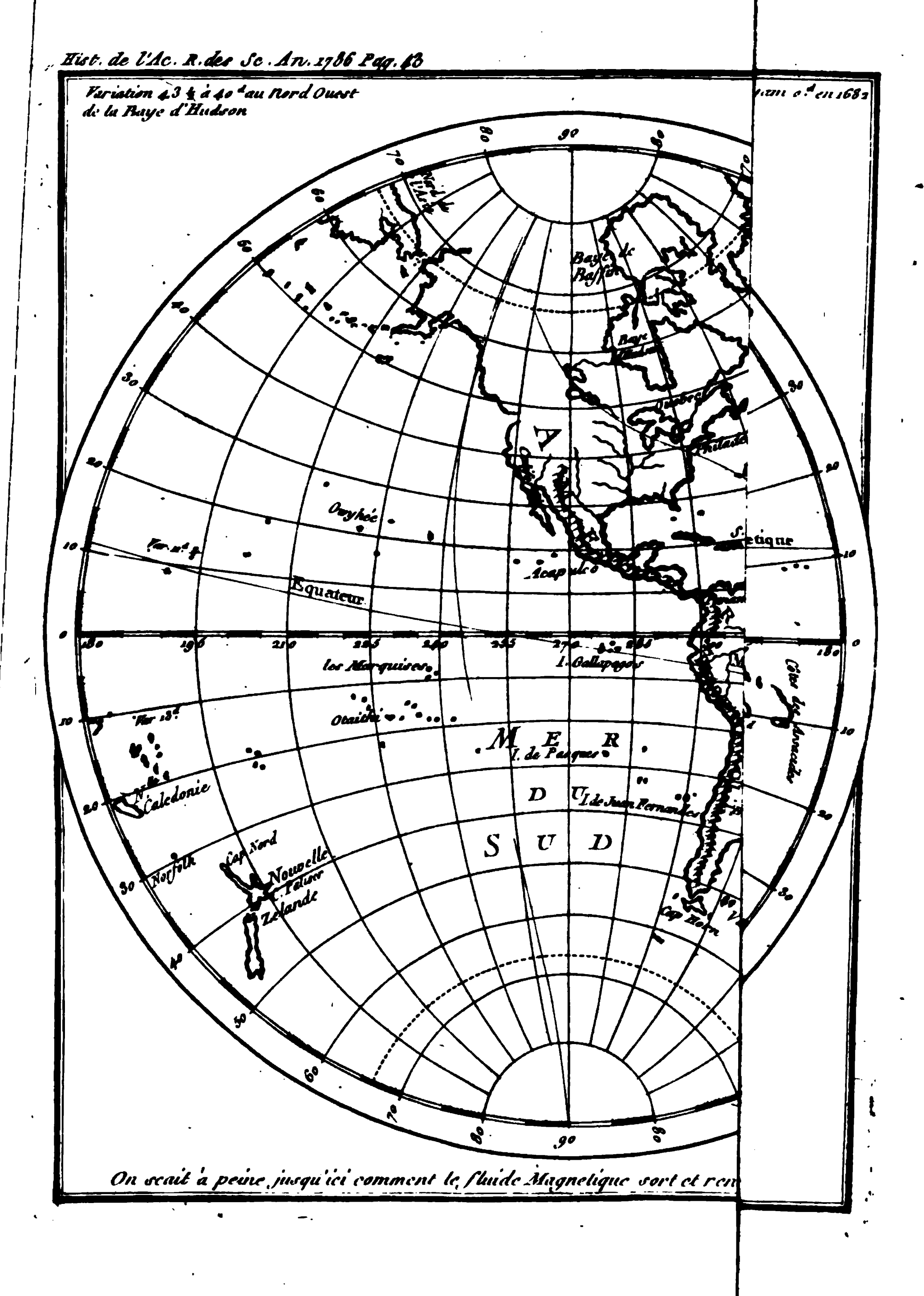
M. le Monnier avoit chargé M. le Valois, de faire des observations sur l'inclinaison de l'aiguille aimantée, dans les ports & dans les différentes relâches de l'Océan Éthiopique.

Malheureusement, cet observateur a péri à son retour sur les côtes de Portugal, & M. le Monnier n'a reçu de lui qu'une seule lettre datée de Moka, par laquelle il lui marquoit qu'il avoit observé l'inclinaison de $10^{d}\frac{1}{4}$ à Cochin, & de 9^{d} à Mahé; l'une & l'autre sont boréales.

De cette observation, M. le Monnier conclud qu'un des moyens les plus sûrs de connoître le nœud du méridien magnétique, c'est-à-dire son intersection avec le méridien terrestre, est de multiplier les observations dans la partie de l'Océan Éthiopique voisine de l'Afrique; & comme il est vraisemblable que ce nœud se trouve dans les pays où les Européens pénètrent rarement, & qu'ainsi il seroit difficile de l'observer immédiatement, il montre qu'on peut espérer de la connoître avec assez d'exactitude en faisant des observations aux îles de Séchelle ou de Mahé: observations que la position de ces îles, assez voisines de l'île-de-France, rend très-faciles.

II.

Depuis plusieurs mois, M. de Rozières, Correspondant de l'Académie, d'après des vues particulières, avoit suspendu dans son appartement, par des cordes de soie, deux barres d'acier brut, tel que l'achètent les couteliers


Hist. de l'Ac. R. des Sc. An. 1786 Pag. 63
Variation 43 ¼ à 40 d au Nord Ouest
de la Baye d'Hudson
...am o.d en 1682
Baye de Baffin
Baye d'Hudson
Quebec
Philadel
Owyhée
Acapulco
Equateur
les Marquises
I. Gallapagos
Otaïti
M E R
D U
S U D
I. de Pasques
I. de Juan Fernandes
Caledonie
Norfolk
Cap Nord
Nouvelle Zelande
Cap Horn
On scait à peine jusqu'ici comment le fluide Magnetique sort et ren



OBSERVATIONS

PRÉSENTÉES A L'ACADÉMIE EN 1786.

I.

M. le Monnier avoit chargé M. le Valois, de faire des obſervations ſur l'inclinaiſon de l'aiguille aimantée, dans les ports & dans les différentes relâches de l'Océan Éthiopique.

Malheureuſement, cet obſervateur a péri à ſon retour ſur les côtes de Portugal, & M. le Monnier n'a reçu de lui qu'une ſeule lettre datée de Moka, par laquelle il lui marquoit qu'il avoit obſervé l'inclinaiſon de $10^{d}\frac{1}{4}$ à Cochin, & de 9^{d} à Mahé; l'une & l'autre ſont boréales.

De cette obſervation, M. le Monnier conclud qu'un des moyens les plus ſûrs de connoître le nœud du méridien magnétique, c'eſt-à-dire ſon interſection avec le méridien terreſtre, eſt de multiplier les obſervations dans la partie de l'Océan Éthiopique voiſine de l'Afrique; & comme il eſt vraiſemblable que ce nœud ſe trouve dans les pays où les Européens pénètrent rarement, & qu'ainſi il ſeroit difficile de l'obſerver immédiatement, il montre qu'on peut eſpérer de la connoître avec aſſez d'exactitude en faiſant des obſervations aux îles de Séchelle ou de Mahé: obſervations que la poſition de ces îles, aſſez voiſines de l'île-de-France, rend très-faciles.

I I.

Depuis pluſieurs mois, M. de Rozières, Correſpondant de l'Académie, d'après des vues particulières, avoit ſuſpendu dans ſon appartement, par des cordes de ſoie, deux barres d'acier brut, tel que l'achètent les couteliers

de la ville de Valence : chacune de ces deux barres avoit 2 pieds de longueur sur 10 lignes de largeur & 3 lignes d'épaisseur ; elles étoient toutes deux horizontales, mais l'une étoit placée dans le méridien magnétique, & l'autre lui étoit perpendiculaire. Pendant tout ce temps, M. de Rozières s'étoit assuré, par des observations régulières, que ces barres n'avoient pas acquis le moindre degré de magnétisme ; mais le 15 Octobre 1784, après un tremblement de terre qu'on éprouva ce jour en Dauphiné, à midi & quelques minutes, & dont la direction fut sensiblement de l'est à l'ouest, l'auteur trouva que la barre placée suivant cette direction, étoit tout-à-coup devenue magnétique, au point de supporter, par ses deux extrémités, de petites aiguilles non aimantées ; que c'étoit l'extrémité dirigée vers l'ouest, qui étoit devenue le pôle boréal de la barre, & que ce pôle étoit un peu plus foible que le pôle opposé : quant à la barre placée dans le méridien magnétique, elle n'avoit, en aucune manière, changé d'état.

III.

Le 10 Janvier 1785, à $11^h 20'$ du soir, M. de Rozières aperçut entre le nord & le sud-ouest de Valence, un météore igné, qui ressembloit fort à une grosse fusée très-lumineuse, & qui éclaira parfaitement l'horizon pendant une minute & demie environ ; il sembloit se diriger vers le nord-est avec une vîtesse considérable, & il se termina par plusieurs étincelles brillantes, qui, en se détachant, parurent se porter vers la terre : cette explosion produisit un bruit que l'auteur compare à celui d'une petite pièce de canon, entendue à une demi-lieue de distance : le thermomètre à 1 degré $\frac{1}{2}$ au-dessus de la congélation, le vent foible, au sud.

IV.

Le même M. de Rozières a observé à Valence un parasélène, la nuit du 7 au 8 Février 1786. Vers les six heures

du ſoir, il vit le diſque de la Lune entouré d'un cercle lumineux de 7 à 8^d de diamètre & offrant les couleurs de l'iris, c'eſt-à-dire partagé en trois bandes, la première bleue, la ſeconde jaune & la troiſième rouge, en commençant par la plus voiſine de l'aſtre. Bientôt après parut ſur une partie de ce cercle le paraſélène, c'eſt-à-dire, l'apparence d'un aſtre ſemblable à la Lune, alors dans ſon premier quartier : une bande lumineuſe, à peu-près comme la voie lactée, joignoit la Lune au paraſélène, & s'étendoit ſous la forme d'une queue, à 4 ou 5^d au-delà du côté oppoſé à la Lune.

Ce phénomène ne dura que 4 minutes ; la queue, la bande & le paraſélène s'évanouirent enſuite aſſez rapidement; mais le cercle coloré continua d'être viſible pendant toute la nuit & d'entourer le diſque de la Lune.

LES Mémoires que l'Académie a jugés dignes d'être imprimés dans le volume des Savans Étrangers, ſont au nombre de vingt-neuf.

Sur l'occultation de Vénus par la Lune : par M. l'abbé de Lambre.

Sur les Différences partielles : par M. de la Croix.

Sur l'uſage du terreau de bruyère : par M. Thouin, depuis Membre de l'Académie.

Sur une eſpèce de *Conferva* : par M. de Beauvoir.

Sur le Patate : par M. Parmentier.

Sur les Fractions continues : par M. Trembley.

Sur le Maïs employé comme fourrage : par M. Parmentier.

Sur un nouveau genre de Plantes : par M. Thouin.

Sur un nouveau Champignon : par M. de Beauvoir.

Sur la criſtalliſation du Biſmuth : par M. le Blanc.

Sur les Différences partielles : par M. l'abbé Tedenat.

Sur les Plantes ſarmenteuſes : par M. de Beauvoir.

Sur le Gluten des argiles : par M. Loiſel.

Sur les Mines : par M. Laumont.

Sur le Sel gemme : par M. Haſſenfratz.

Sur l'Obſervation de Mercure : par M. Bernard.

Sur les Fers ſpéculaires de Volvic, du Puy-de-Dome, du Mont-d'or : par M. Delarbre.

Sur la quantité de Sel que contiennent les verres blancs : par M. Loiſel.

Sur la comparaiſon des Charbons de terre : par M. Haſſenfratz.

Sur une Éclipſe de Lune obſervée à Canton : par M. de Guignes le fils.

Sur la décompoſition des Pyrites : par M. Haſſenfratz.

Sur l'Acier de cémentation : par M. Duhamel.

Sur la Soude : par M. Deſlandes.

Sur le Quinquina : par M. le Blond.

Sur le paſſage de Mercure : par M. Garnier.

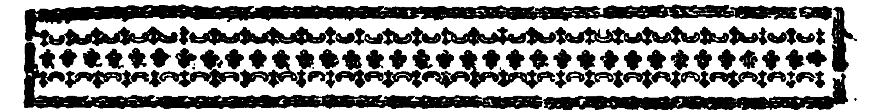
Sur l'Eau-de-vie de café : par M. le Févre Deshayes.

Sur le paſſage de Mercure : par M. Mallet.

Sur la génération des Plantes : par M. l'abbé Bonaterre.

Sur la criſtalliſation des Subſtances métalliques & du Biſmuth en particulier : par M. l'abbé Poujet.





ÉLOGE DE M. GUETTARD.

JEAN-ÉTIENNE GUETTARD, Docteur-régent de la faculté de Médecine, de l'Académie de Stokolm, des Sociétés de Botanique de Florence & de Basle, de la Société physiographique de Londres, pensionnaire de l'Académie des Sciences, naquit à Étampes le 22 Septembre 1715, de Jean Guettard & de Marie Descurain.

L'aïeul maternel de M. Guettard, étoit apothicaire à Étampes : aux travaux de son état, à des soins gratuits pour les pauvres de sa ville & des paroisses voisines, il joignoit des connoissances très-étendues dans la botanique qu'il cultivoit pour son propre bonheur, pour le plaisir d'observer & de s'instruire, sans aucune vue ni de gloire ni d'ambition littéraire, comme en un mot il seroit à desirer que les sciences d'observation fussent cultivées dans les provinces. Alors on verroit des hommes modestes animés par le seul besoin de s'occuper, rassembler de toutes parts, ces faits isolés, que le desir de se faire un nom auroit négligé de recueillir, & dont cependant la réunion est la seule base solide sur laquelle le génie puisse élever des théories précises & durables. Ainsi l'on doit regretter pour le progrès des sciences, comme pour le bien même des provinces, que les hommes éclairés y soient devenus si rares, & que la capitale appelle aujourd'hui tous les talens, pour en perfectionner un petit nombre en corrompant ou en étouffant tout le reste.

Le jeune Guettard attaché à son grand-père dès ses premières années, l'accompagna dans ses promenades aussitôt qu'il put marcher, & ses promenades étoient de véritables herborisations. Ramasser des plantes, en demander les

noms, apprendre à les connoître, à en distinguer les différentes parties, à en saisir les caractères, tels furent les jeux de son enfance.

Son aïeul crut voir dans cette activité le germe d'un talent réel pour l'observation des plantes : on décida dans la famille qu'il ne falloit rien négliger pour l'encourager. Ainsi en même temps que la nature avoit formé M. Guettard pour les sciences, le hasard avoit tout disposé pour que l'on s'aperçut à temps de ses heureuses dispositions & du goût naissant qui indiquoit le genre pour lequel il étoit né.

Cette observation se présente sans cesse dans l'histoire des savans, & rien ne prouve mieux peut-être l'utilité d'une éducation publique, qui s'étendant à toutes les classes de la société offrît à tous les enfans, moins une instruction suivie, que ces premiers élémens de chaque science, utiles à tous les hommes, donnât en même temps le moyen de distinguer dans chaque individu les premières lueurs du talent, la première aurore du génie, fît passer sous les yeux de tous, les divers objets de nos connoissances, & fournit à ces goûts distincts, à ces dispositions particulières plus communes qu'on ne croit, une occasion certaine de naître & de se montrer.

Par ce moyen, aucun homme né pour avoir du génie, ne seroit perdu pour la société ; les talens deviendroient moins rares, animés par une concurrence plus grande & s'entraidant les uns les autres avec plus de force, leur nombre ne seroit pour eux qu'un moyen de plus de se perfectionner & de s'agrandir.

On destinoit M. Guettard à l'état d'apothicaire à Étampes; c'étoit le vœu du respectable vieillard qui avoit veillé sur ses premières années. Etre utile à ses compatriotes; répandre des secours sur des malheureux fixés près de lui, attachés au même sol; pouvoir veiller sur le bien qu'il leur avoit fait & le perfectionner; ajouter au plaisir de

de la bienfaisance celui d'en revoir souvent les objets; jouir de cette considération que donnent les lumières & la vertu auprès des hommes simples qui ne les apprécient pas, mais les jugent par leurs effets; être heureux par la bonté, le repos & l'étude; tel avoit été le sort de M. Descurain, & il n'en desiroit pas un autre pour son petit-fils.

Cependant lorsqu'il le vit au sortir de ses études, obtenir l'estime, les encouragemens de M.rs de Jussieu, de ces hommes dont lui-même se faisoit tant d'honneur d'être le correspondant & l'ami, il ne s'opposa point à la destinée plus brillante qui sembloit s'offrir à l'enfant dans lequel il s'étoit accoutumé à voir l'appui de sa vieillesse. Il sacrifia cette douce espérance au bonheur ou plutôt à la gloire de son petit-fils, & la consolation de recevoir ses soins au plaisir de jouir de ses succès.

M. de Réaumur avoit entrepris sur les sciences & sur les arts des travaux immenses auxquels il ne pouvoit suffire seul; il cherchoit à s'attacher de jeunes gens dont les talens naissans avoient encore besoin d'appui : ils l'aidoient dans ses travaux, achevoient de s'instruire sous ses yeux, trouvoient dans ses livres, dans ses cabinets, dans son laboratoire, ces secours qui au milieu de tant d'institutions faites en faveur des sciences, manquent encore si souvent à la jeunesse laborieuse, mais pauvre & obscure. Enfin rendus à eux-mêmes au bout de quelques années, ils ne paroissoient dans le monde qu'avec un nom déjà connu, & préservés par des liaisons utiles, des dangers dont l'entrée de la carrière des sciences est souvent semée. La plupart de ces élèves sont entrés ensuite dans l'Académie, & tous ont conservé pour M. de Réaumur, une reconnoissance tendre & durable qui prouve à la fois & qu'il les avoit bien choisis, & qu'il avoit su oublier avec eux jusqu'à l'espèce de supériorité que pouvoient lui donner son âge, ses longs travaux & une réputation confirmée. M. Brisson nous reste seul de ces élèves de M. de Réaumur. On aime dans les compagnies savantes à se rappeler ces filiations qui nous

rendent plus chers les talens dont nous jouiſſons, en les uniſſant au ſouvenir de ceux que nous avons perdus.

En 1743, M. Guettard entra dans l'Académie comme botaniſte, & il nous reſte à rendre compte de ſes travaux qui, bornés d'abord à la botanique, s'étendirent enſuite à la minéralogie.

Les botaniſtes avoient reconnu dans pluſieurs parties des plantes, & ſur-tout dans leurs feuilles, des corps arrondis différens de grandeur & de forme, & deſtinés à remplir l'intervalle de leurs vaiſſeaux & de leurs fibres. Quelques-uns de ces corps ſont terminés par des appendices auxquels on a donné le nom de filets ou de poils. Ces glandes contiennent une liqueur que dans pluſieurs genres de plantes, elles laiſſent ſuinter & qui ſe montre tantôt comme une eau plus ou moins tranſparente, tantôt comme une ſubſtance concrète ou réſineuſe, ou ſucrée.

Un examen plus approfondi de ces parties, fit apercevoir à M. Guettard, qu'elles pouvoient devenir un véritable caractère botanique, conſtant dans les plantes d'un même genre, & propre, par conſéquent, à marquer les limites de certains genres, entre leſquels les botaniſtes n'avoient pu établir encore que des diſtinctions incertaines; il vit même que ce caractère étoit du nombre de ceux dont l'identité établit entre les eſpèces des plantes, ces rapports multipliés qui indiquent un rapprochement naturel & indépendant des méthodes.

Ces recherches étoient du nombre de celles dont le mérite ne peut être ſenti que par les ſavans, qui paroiſſent inutiles ou minutieuſes aux autres hommes, & dont on peut eſpérer tout au plus cette eſpèce de gloire que dans les genres où le public n'oſe s'ériger en juge, il accorde ſur la foi de ceux qu'il croit en droit de juger. Elles eurent le bonheur d'obtenir le ſuffrage de Linnæus. M. Guettard ne put y être inſenſible, mais il parut dans le reſte de ſa vie, preſque indifférent ſur le ſort de ſes autres ouvrages: content d'avoir une fois mérité l'eſtime de ce

grand homme, il crut en avoir fait assez pour sa gloire, & sembla ne plus travailler que pour le bien des sciences, sans aucun retour sur lui-même.

On a donné le nom de *parasites* à des plantes qui s'attachent à d'autres, se nourrissent de leur suc, & croissent à leurs dépens. M. Guettard, en étudiant ce que les botanistes avoient dit de ces plantes, vit que ce phénomène, tout commun, tout anciennement connu qu'il étoit, n'avoit jamais été examiné avec cette exactitude si essentielle dans des sciences de faits, où l'on ne peut regarder comme vraiment connu que ce qui l'est avec une précision rigoureuse.

M. Guettard distingua les parasites en trois classes: les unes croissent sur une plante étrangère, sans rien tirer de la terre, sur laquelle elles ne pourroient vivre; les autres ont de véritables racines, doivent une partie de leur nourriture au sol sur lequel elles sont placées; elles pourroient subsister sans le secours des autres plantes, & cependant elles cherchent à s'y unir pour y trouver à la fois un appui & une nourriture plus appropriée à leur constition. Enfin, il y en a une troisième classe, que M. Guettard nomme *fausses parasites*, & qui, bien que placées sur les différentes parties d'une autre plante, & même y étant attachées, n'en tirent cependant aucune nourriture, & n'en ont besoin que pour s'élever. Mais c'étoit sur-tout l'organe par lequel les parasites de la seconde classe s'attachent à une plante, pénètrent dans sa substance, & en tirent leur nourriture, qu'il étoit important de connoître & de décrire.

Un parenchyme composé de glandes, est entouré dans l'intérieur des plantes parasites, par des faisceaux de fibres longitudinales; lorsque la tige d'une de ces plantes se courbe sur la branche qui doit la nourrir, son écorce se brise; des glandes semblables à celles du parenchyme, sortent par cette ouverture, s'étendent, forment un mamelon, au milieu duquel une production des fibres longitudinales devient une espèce de suçoir qui s'introduit dans l'écorce

& jusqu'au bois de la branche nourricière, pour y pomper les sucs destinés à alimenter la plante parasite.

Les végétaux ont une transpiration insensible comme les animaux; cette transpiration varie suivant les différentes espèces, & n'est pas, à beaucoup près, la même pour toutes les parties des plantes; quelquefois elle excède dans un seul jour le poids entier de la branche qui l'a fournie, elle est plus forte dans les jours qui suivent un temps pluvieux : la chaleur ne contribue point à l'augmenter, mais la présence & l'absence de la lumière l'accélèrent ou l'arrêtent. Cette influence de la lumière sur la transpiration, comme sur la couleur des végétaux, semble en indiquer une sur les êtres animés : jusqu'ici elle est moins connue, quoique plusieurs médecins aient paru l'observer. Les personnes d'une sensibilité délicate, ont cru l'éprouver quelquefois, & on étoit tenté souvent de la confondre avec l'effet moral des distractions, même involontaires, que produit le sens de la vue, & qui paroissent soulager nos maux, parce qu'elles nous les font oublier. Mais dans ce moment où l'opinion que la substance de la lumière peut se combiner avec les corps, & devenir un de leurs élémens, commence à être mise au rang des vérités chimiques, la réalité de cette influence de la lumière sur les corps animés est devenue plus probable, & elle offre à ceux qui voudroient en faire l'objet de leurs recherches, l'espérance doublement séduisante de parvenir à des résultats singuliers, & de trouver des vérités utiles.

M. Guettard eut encore ici le mérite de substituer dans la botanique une suite d'expériences précises, & capables d'éclairer sur un phénomène important de l'économie végétale, à de simples aperçus, dont on s'étoit contenté jusqu'à lui.

La botanique, qui avoit été la première passion de M. Guettard, parut, au bout de quelque temps, céder presqu'entièrement la place à la minéralogie. Connoître les élémens dont sont composées les substances minérales,

répandues ſur la ſurface du globe ou enterrées dans ſon ſein, à différentes profondeurs; apprendre à diſtinguer, d'après leur forme, ou des qualités extérieures faciles à ſaiſir, les corps ſimples ou compoſés, formés par ces différentes ſubſtances; obſerver de quelle manière ces matières ſe trouvent diſpoſées ſur le globe, tantôt raſſemblées en grandes maſſes, tantôt confondues entr'elles, mais ſuivant une loi régulière; ſavoir quels genres ſont conſtamment réunis dans un même pays, quels autres ſont conſtamment ſéparés; remonter de ces obſervations aux cauſes plus ou moins éloignées, qui ont formé les divers minéraux, aux moyens que la Nature a employés pour les produire, & de-là, s'élever enfin aux loix générales qui ont préſidé à l'ordre, ſuivant lequel ils ſe préſentent à nos regards, tel eſt l'objet de la ſcience minéralogique.

On voit donc, qu'après la nomenclature des ſubſtances minérales, la géographie naturelle doit être la baſe de cette ſcience. M. Guettard eſt le premier naturaliſte qui ait ſenti & fait connoître la néceſſité des cartes minéralogiques, qui ait oſé concevoir l'enſemble de ce grand travail, & entreprendre d'en exécuter quelques parties; il forma le plan d'un Atlas minéralogique de la France, & même de l'Europe: des caractères chimiques devoient indiquer, à côté de chaque lieu, la nature des carrières ou des mines, en même-temps que d'autres ſignes faiſoient connoître à laquelle des trois grandes diviſions qu'il établiſſoit, & qu'il avoit nommées *bandes*, appartenoit chaque canton particulier. Des voyages ſucceſſifs dans preſque toutes les provinces de France, en Italie, en Allemagne, en Pologne, réunis à ce que des lectures immenſes avoient pu apprendre à M. Guettard, l'ont mis à portée de publier un aſſez grand nombre de ces cartes, mais il avoit ſenti qu'il lui ſeroit impoſſible de terminer ſeul, même l'Atlas de la France. Témoin de l'ardeur que M. Lavoiſier montroit pour les ſciences, il l'avoit dès ſa plus grande jeuneſſe aſſocié à ce travail, pour lequel les

lumières d'un chimiste sont plus nécessaires, peut-être, que M. Guettard lui-même ne le pensoit: il y attachoit un grand prix, mais c'étoit pour desirer que son entreprise ne fût point abandonnée, plutôt que pour s'en assurer la gloire exclusive; une fois certain d'avoir un successeur, il sembla se reposer sur lui du soin de continuer l'ouvrage, & même de le perfectionner.

Il seroit à desirer qu'au lieu de la connoissance très-utile, mais vague encore, qui résulte de cartes ainsi construites, on trouvât soit par un usage de signes plus compliqués, soit par quelqu'autre méthode, le moyen de représenter non-seulement deux des substances qui appartiennent à un même lieu, mais la suite des substances principales qu'on y rencontre suivant l'ordre de profondeur où elles se trouvent; que des coupes habilement choisies & jointes à chaque carte indiquassent la disposition de ces substances entr'elles & missent à portée de saisir véritablement l'ensemble d'un pays & sa constitution minéralogique. Un jour sans doute, de telles cartes seront exécutées pour toutes les parties du globe, & c'est alors seulement qu'on pourra déterminer les loix générales que la Nature a suivies dans la distribution des substances minérales. Pour remonter ensuite de ces loix à la connoissance des causes de cette distribution, & donner une théorie de la Terre, il restera encore un pas immense à franchir; mais pour le franchir avec succès, pour ne pas s'exposer à ne retirer de ses efforts d'autre fruit qu'une chute honteuse, il faut pouvoir s'aider de ces matériaux épars, de ces résultats minutieux d'une recherche pénible que M. Guettard s'occupoit à rassembler: & il a plus fait pour avancer la véritable théorie de la Terre sur laquelle il n'a jamais osé se permettre une seule conjecture, que les philosophes qui ont fatigué leur génie à imaginer ces brillantes hypothèses, fantôme d'un moment, que le jour de la vérité fait bientôt rentrer dans un néant éternel.

Les voyages de M. Guettard, & sur-tout le plan qu'il s'étoit

formé, non d'étudier les objets d'hiſtoire naturelle que les recherches des ſavans avoient déjà indiqués à la curioſité des voyageurs, mais de tout voir, de tout examiner dans les pays qu'il parcouroit, furent pour lui l'occaſion d'une découverte importante.

Il obſerva le premier en 1755, que les montagnes d'Auvergne étoient des volcans éteints. Il alloit à Vichy avec M. de Malesherbes, autrefois ſon condiſciple, depuis ſon ami. Un goût commun pour l'hiſtoire naturelle, l'amour de la liberté, la franchiſe, l'oubli abſolu de toute ambition, le même mépris pour toutes les chaînes dont l'uſage accable l'homme de la ſociété, avoient formé entr'eux une liaiſon intime que les différences d'opinions, de caractère, d'occupations n'avoient pu briſer. A *Moulins*, M. Guettard remarque une borne formée d'une pierre *noire*, il croit la reconnoître pour une lave, & demande d'où vient cette pierre: on lui dit qu'elle vient de Volvic. *Volcani vicus*, s'écria-t-il ſur le champ; il continue ſa route & aperçoit le ſommet du Puy-de-Dome. « Je reconnois un volcan, dit-il; tel eſt l'aſpect du Véſuve, de l'Etna, du « pic de Ténériffe que j'ai vu gravés » (car juſqu'alors aucun volcan actuellement enflammé n'avoit frappé ſes yeux). Déjà ſûr de ſa découverte, il détermine M. de Malesherbes à faire un voyage en Auvergne, monte avec lui ſur le Puy-de-Dome & le Mont-d'or, reconnoît les cratères, les laves, les couches inclinées & parallèles que des matières fondues ont dû former, remarque encore d'autres volcans dans le Forès, & revient annoncer à Paris, que ces mêmes Gaules qui, ſuivant la ſuperſtition ancienne, étoient à l'abri des tremblemens de terre, avoient dans des temps plus reculés encore été couvertes de volcans. Bientôt après, d'autres ſavans ont obſervé dans des pays aujourd'hui auſſi tranquilles, des traces non moins certaines de ces anciennes incendies. Ces éruptions effrayantes que l'on croyoit un fléau particulier à quelques points iſolés, ſont maintenant reconnues pour un des phénomènes les plus généraux du globe. Dans

toutes les contrées de l'Europe, on a trouvé des chaînes de montagnes qui ont lancé des flammes, des terrains immenses y sont encore couverts des débris des volcans. Des pierres dont on ignoroit l'origine, tel que le bazalte, sont le produit & les témoins de ces antiques embrasemens, & un naturaliste de cette Académie, M. Desmarest, qui a le premier découvert cette origine du bazalte, a porté la précision de ses recherches jusqu'à reconnoître dans un même pays les traces de plusieurs embrasemens successifs; il a fait voir que des terrains aujourd'hui paisiblement cultivés ont été plus d'une fois couverts de ces torrens enflammés à des époques distinctes & très-éloignées entr'elles.

Souvent on est injuste envers les auteurs de ces découvertes dûes à la seule observation, on les attribue au hasard; c'est lui, dit-on, qui a conduit l'observateur dans cette contrée, qui a mis sous ses yeux cet objet ou ce phénomène; pour le voir, il ne falloit que les ouvrir. Mais pourquoi d'autres hommes, non moins éclairés, qui avoient parcouru les mêmes pays, n'avoient-ils rien aperçu? Il faut donc reconnoître dans ces observateurs plus heureux, quelque chose de plus que l'instruction & la patience à observer; il existe donc pour les sciences de faits comme pour les sciences de combinaison, des qualités qui constituent le véritable talent. Dans celles-ci, une attention plus forte qui se concentre sur un seul objet, dans les autres une attention plus continue, qui en se partageant est par-tout présente, & ne laisse rien échapper. Dans les premières une force de tête capable de rassembler un grand nombre d'idées & d'en saisir à la fois tous les rapports; dans les secondes, un tact sûr & rapide qui avertit que tel objet n'a pas encore été décrit, que tel phénomène mérite d'être étudié.

Nous terminerons ici cette esquisse des travaux de M. Guettard: nous n'avons cité que ceux qui ont mérité une place dans le système des connoissances humaines, & nous nous bornerons à indiquer près de deux cents Mémoires sur toutes les parties de l'histoire naturelle qui tous renferment

ferment des observations précieuses par leur précision & par la fidélité avec laquelle l'auteur les a présentées.

En 1748, M. le duc d'Orléans retiré à Sainte-Geneviève, s'attacha M. Guettard en qualité de naturaliste. Ce prince allioit à la plus grande dévotion, un goût très-vif pour les sciences physiques & pour les arts qui en dépendent. Il trouvoit en M. Guettard tout ce qu'il pouvoit desirer dans un homme destiné à partager sa solitude, de grandes connoissances dans toutes les parties de l'histoire naturelle, des opinions religieuses qui se rapprochoient des siennes, enfin une piété dont ses actions ne permettoient pas de soupçonner la sincérité. M. le duc d'Orléans avoit quitté le monde pour s'épargner le spectacle de l'hypocrisie plutôt encore que celui du scandale; il savoit avec quelle facilité auprès des princes religieux, le desir de leur plaire multiplie l'alliance révoltante des pratiques de dévotion & d'une conduite licencieuse, des apparences du zèle avec les fureurs de l'orgueil & de l'envie, des discours où l'on exagère la morale avec des sentimens & des actions qui en offensent les principes & les règles: il avoit prévu quelle foule de vices sa vertu même pourroit faire naître autour de lui, & il avoit fui dans la retraite.

On voit dans nos Mémoires, qu'il suivit la plupart des travaux de M. Guettard, que plusieurs ont été entrepris d'après ses vues: il aimoit en lui cet amour des sciences, purifié par l'indifférence pour la renommée, & cette franchise, souvent un peu brusque, qui avoit pour un prince l'attrait de la nouveauté. A sa mort, il lui laissa son cabinet d'histoire naturelle, & M. Guettard le céda à M. le duc d'Orléans, son fils, qui lui accorda le titre de garde de ce même cabinet, avec une médiocre pension, & un petit logement au Palais-royal. C'en étoit assez pour le bonheur d'un savant, dont le seul plaisir étoit l'étude, & qui n'avoit jamais conçu que la place qu'on occupe dans la société, pût ajouter de nouveaux besoins à ceux auxquels la Nature a soumis tous les hommes. Sa dépense resta la

même après les foibles accroiſſemens que reçut ſa fortune toujours très-modique, & il ne s'aperçut qu'il étoit un peu plus riche, que par le plaiſir de faire plus de bien.

Les autres événemens de la vie de M. Guettard, ont été ſes voyages, ſoit dans nos provinces, ſoit dans les pays étrangers; il en a donné des relations, où, bien différent de la plupart des autres voyageurs, il parle beaucoup plus de ce qu'il a vu que de lui-même: dans tous, il acquit des amis, mérita l'eſtime publique, & ſe fit quelques querelles, c'étoit la ſuite de ſon caractère; la franchiſe, la probité & la bonté en étoient le fond, mais un peu de bruſquerie, un penchant à l'humeur, ôtoient à ces vertus une partie de leurs charmes, & pouvoient quelquefois les faire méconnoître.

Il avoit été très-religieux dès ſa jeuneſſe, & le fut toute ſa vie: élevé ſucceſſivement chez les Jéſuites & chez les adverſaires des Jéſuites, il avoit embraſſé avec zèle le parti qui lui paroiſſoit perſécuté, choix bien naturel à toute ame noble & ſenſible. Il eut avec Paſcal un autre trait de reſſemblance, ce fut de ne pouvoir ſouffrir dans les affaires de religion, ces ménagemens politiques que l'on honore du nom de ſacrifice pour le bien de la paix. Il ne voyoit point de milieu entre la vérité & le menſonge, entre ce qu'on croyoit & ce qu'on ne croyoit pas; il eût pardonné une erreur de bonne foi, plus aiſément que l'artifice ou la foibleſſe, dans la défenſe de ce qu'on croyoit être la vérité. Dévot, & dévot de parti, on ſeroit tenté de penſer qu'il a dû être intolérant; un ſentiment profond de juſtice & d'humanité l'en a préſervé: il n'avoit d'intolérance que dans ſes diſcours, & ſeulement lorſqu'il étoit animé par la contradiction. Facile à s'irriter, il perdoit alors le pouvoir de retenir ſes mouvemens & de meſurer ſes expreſſions; mais averti par ſa bonté naturelle, rappelé à lui-même par la religion, il ſe reprochoit ſa vivacité, & ſouvent en demandoit pardon. Cependant, en convenant ou de ſon humeur ou de la dureté de ſes expreſſions, s'il n'avoit

pas changé d'opinion, il ſe gardoit bien de le dire, & un amour-propre délicat eût quelquefois été plus bleſſé de ſes réparations que de ſes injures. Sujet à des préventions, & comme religieux & comme médecin, ſouvent même à des préventions perſonnelles, elles ne l'écartoient pas de la juſtice. Un de ſes confrères le remercioit un jour de lui avoir donné ſa voix : « Vous ne me devez rien, lui répondit-il; ſi je n'avois pas cru qu'il fût juſte de vous la donner, « vous ne l'auriez pas eue, car je ne vous aime pas ». Si une telle franchiſe offenſe quelquefois, au moins a-t-elle ſur la politeſſe l'avantage d'inſpirer la confiance : on ſait ce qu'on doit eſpérer ou craindre. Une ſociété compoſée d'hommes de ce caractère, perdroit peut-être quelques agrémens, mais elle y gagneroit deux biens ineſtimables, la *paix* & la ſûreté ; & on ne peut préférer à cette *franchiſe* naïve, mais ſévère, qu'une franchiſe plus douce, tempérée, non par des ménagemens de convention ou de politique, mais par une ſenſibilité vraie, que la crainte de bleſſer rend adroite ou careſſante. Peu d'hommes ont eu plus de querelles, ſe ſont brouillés plus ſouvent d'une manière ouverte ; mais il n'a jamais fait le moindre mal à perſonne, ni porté la moindre atteinte à la réputation même littéraire de ſes prétendus ennemis. Je l'ai entendu parler avec l'intérêt le plus vrai, le plus tendre même, d'un ſavant avec lequel il avoit alors une diſpute, dont il avoit à ſe plaindre, & qui l'ayant offenſé, ſe croyoit l'objet de ſa haine.

Il n'aimoit rien de ce qui dominoit ſur les opinions *ou* ſur les hommes : difficile à vivre pour ceux auxquels il pouvoit ſuppoſer des prétentions ou des titres à la ſupériorité, il étoit humain, même doux & facile avec ſes inférieurs. Il étoit béni, reſpecté par les pauvres, les gens du peuple, les domeſtiques : dans les uns il paroiſſoit craindre des tyrans, les autres n'étoient pour lui que ſes frères. Cette eſpèce d'averſion pour tout ce qui avoit de la grandeur ou de l'éclat, s'étendoit juſqu'à la ſupériorité

de gloire & de génie ; il croyoit voir dans toutes les grandes réputations, un mélange de charlatannerie qui les avilissoit à ses yeux. Le talent du style, l'art de présenter les objets, ne lui paroissoient que des moyens de tromper: ce sentiment n'étoit pas de l'envie, il n'étoit injuste qu'envers ceux dont il ne pouvoit apprécier le génie, & dont il croyoit de bonne foi que la gloire étoit usurpée; & ce qui le prouve, c'est que Linnée n'a jamais eu d'admirateur plus sincère, & que le seul homme pour qui M. Guettard ait montré de l'enthousiasme, est précisément celui dont il pouvoit être le plus jaloux, mais aussi celui dont il sentoit plus le mérite. Nous avons vu qu'il avoit aussi pardonné à M. de Malesherbes, & sa réputation & ses places, peut-être parce que le connoissant mieux, il l'avoit vu parvenir à la renommée, en ne songeant qu'à la justice & à sa conscience; & plus étonné qu'enorgueilli de sa gloire, accepter les places avec résignation pour les quitter avec joie.

M. Guettard ne pouvoit se défendre d'un mouvement d'humeur, lorsqu'il voyoit qu'on lui enlevoit la priorité d'une observation, & il en avoit même un peu plus que si un autre eût été l'objet de cette injustice. Ce n'est pas qu'il attachât beaucoup de prix à la réputation, il s'en seroit fait un scrupule; mais comme il ne donnoit aucun soin à son style, comme l'originalité souvent piquante, la finesse qu'il montroit dans la conversation & dans ses lettres, disparoissoient dans ses ouvrages, que ses mémoires étoient difficiles à lire, il ne pouvoit se dissimuler qu'il avoit peu de lecteurs; il étoit frappé de la crainte qu'on ne l'estimât point, & il ne lui avoit pas été donné de porter l'humilité jusqu'à souffrir avec patience une injustice qui auroit été si peu méritée. Cette idée qui l'occupoit trop souvent, étoit une des causes de son humeur. & la seule qui ne fût pas une suite de ses vertus, de sa haine pour l'intrigue & pour la charlatannerie, haine qui les lui faisoit voir où elles n'étoient pas, d'un amour pour la justice & pour la vérité, aussi facile à blesser que pourroit l'être une passion dominante. Ce dernier

ſentiment lui faiſoit regarder toute eſpèce d'éloges, & même les éloges académiques, comme de véritables menſonges. *Vous allez bien mentir*, me diſoit-il quelquefois, en me parlant d'une de nos ſéances publiques ; & il ajoutoit, *quand il s'agira de moi, je ne veux que la vérité.* Ce déſintéreſſement ſi rarement ſincère étoit dans ſon ame, & en rempliſſant ici ſes intentions à la rigueur, je lui rends l'hommage qu'il eût le plus deſiré. Il cherchoit ſi peu à paroître meilleur qu'il n'étoit, que ſes défauts frappoient ceux qui le connoiſſoient à peine, tandis que ſes amis ſeuls connoiſſoient toutes ſes vertus. Peut-être y-a t-il, dans cette aſſemblée même, pluſieurs perſonnes qui n'ayant connu M. Guettard que par quelques réponſes bruſques ou même dures, par quelques traits d'humeur, ſeront étonnées d'apprendre que cet homme en apparence ſi ſévère, ſi difficile, forcé par ſa poſition à vivre iſolé, avoit adopté la famille très-nombreuſe d'une femme qui le ſervoit, en faiſoit élever tous les enfans, & veilloit lui-même ſur les plus petits détails de leur éducation ; qu'il ne pouvoit voir un malheureux, non-ſeulement ſans le ſoulager, mais ſans pleurer avec lui ; qu'il étendoit cette ſenſibilité juſque ſur les animaux, & qu'il avoit expreſſément défendu qu'on en tuât aucun pour lui ou chez lui : pitié utile & preſque néceſſaire pour conſerver dans toute ſa pureté ce ſentiment d'humanité, la plus forte & peut-être la ſeule barrière efficace que la Nature ait oppoſée à l'intérêt & à la colère.

Les cris avec leſquels on proclame dans les rues les arrêts de mort, troubloient ſon repos au point de lui inſpirer le deſir d'abandonner le ſéjour de Paris. « Comment, diſoit-il, n'être pas révolté d'entendre annoncer tranquillement qu'un homme va égorger publiquement un autre homme, & inviter à cet horrible ſpectacle un peuple que l'abjection & la misère ne diſpoſent déjà que trop à la férocité ! » & il béniſſoit ces ſouverains qui, convaincus que toute rigueur inutile eſt dès-lors injuſte, ont cru ſuivre la voix de la juſtice autant que celle de l'huma-

nité, en cessant d'exposer les ministres de leurs loix aux remords & au danger d'une erreur qui ne peut plus être réparée.

M. Guettard étoit né avec une constitution très-saine, que des voyages, une vie dure, & la sobriété, avoient fortifiée; mais il étoit devenu sujet à des accès de sommeil létargique: dans un de ces accès, il se brûla le pied; la guérison de cette blessure fut longue & douloureuse; il souffrit avec une patience également stoïque & le mal & les remèdes, quoique souvent persuadé de leur inutilité. *Je vois bien*, disoit-il, *qu'ils veulent prévenir le coup: mais ils n'y réussiront pas.* L'idée du genre de mort qui devoit terminer sa vie, ne le quittoit pas, mais n'altéroit en rien sa gaieté: il venoit assidument à l'Académie, alloit seul à pied, avec la précaution seulement d'avoir dans sa poche une adresse détaillée, afin qu'on pût le rapporter chez lui; il refusoit de dîner chez ses amis, alloit rarement les voir, & alléguoit tranquillement pour excuse la crainte de les affliger par le spectacle de sa mort. Le 1.er Janvier de l'année 1786, il écrivit à une dame de ses amies: « Une maladie qui me sépare de la » société, m'empêche de vous rendre mes devoirs; mais mon » attachement pour vous sera toujours le même jusqu'au coup fatal qui terminera bientôt ma carrière; » & il mourut six jours après, âgé de soixante-onze ans.

Je n'ajouterai rien à ce simple tableau des travaux & de la vie de M. Guettard, & je laisse à juger quelle idée on doit avoir d'un homme qui, sans ménagement dans les discours qui échappoient à son humeur, s'étoit brouillé plus d'une fois avec chacun de ses amis, & avoit toujours fini par les aimer, par en être aimé davantage; qui ayant blessé dans la dispute la plupart de ses confrères, avoit conservé l'amitié de plusieurs, & n'avoit jamais pu affoiblir dans aucun l'estime qu'il étoit impossible de refuser à son caractère & à ses vertus.





ÉLOGE

DE M. L'ABBÉ DE GUA.

JEAN-PAUL DE GUA DE MALVES, Prieur de Saint-George-de-Vigou, de la Société royale de Londres, Pensionnaire de l'Académie des Sciences, naquit en Languedoc, vers 1712, de Jean de Gua, baron de Malves, & de Jeanne de Harrugue.

Sa famille fut, comme tant d'autres, la victime des fausses spéculations & des opérations violentes qui ont donné au ministère passager de Law, une si triste immortalité. Il ne resta rien au baron de Malves de son ancienne fortune, & toutes ses terres de Languedoc furent vendues.

Témoin, dans ses premières années, de l'opulence de sa famille, & de l'événement qui la lui avoit ravie, M. l'abbé de Gua devoit être naturellement porté à regarder la médiocrité comme un malheur, & à chercher les moyens de se rapprocher d'un état dont les avantages avoient ébloui son enfance. C'est par-là sans doute que nous pouvons expliquer comment un homme désintéressé qui savoit supporter les privations, & à qui enfin un esprit profond & subtil, capable des plus grands efforts & de la patience la plus infatigable, offroit tant d'occupations attachantes & glorieuses, put cependant consommer une partie de sa vie à faire des projets pour s'enrichir, & n'en fut que plus malheureux.

Gentilhomme & prêtre, il pouvoit, en suivant la route commune, parvenir aux dignités ecclésiastiques; mais il aimoit les sciences plus que la fortune, & voyant avec douleur que le préjugé ou la politique les regardoit

comme dangereuses, ou feignoit de les mépriser, il partit pour l'Italie.

Il savoit que dans ce pays, aucune barrière n'empêche le mérite d'aspirer aux premières places, mais il lui manquoit ce dont le mérite y a besoin pour s'élever, cet art de se cacher, qui nous permet de nous montrer aux yeux des autres, dans chaque circonstance, ce qu'il nous est utile de leur paroître. M. l'abbé de Gua eut, en Italie, des amis illustres qui ne firent rien pour lui, & revint à Paris.

M. le comte de Clermont vouloit alors y fonder une Société des arts, & M. l'abbé de Gua lui fut présenté comme un homme qui joignant l'étude des sciences à celle des arts, honoreroit cette société naissante. On doit regretter qu'elle n'ait eu qu'une existence éphémère, elle eût été à la fois utile aux sciences & aux arts; elle en fût devenue le lien, & eût servi en même temps à rendre plus sensible la ligne qui doit les séparer; car s'il est bon de les réunir, il ne faut pas en confondre les limites, de crainte qu'une théorie médiocre n'égare la pratique des arts, au lieu de l'éclairer, ou que le prétexte de chercher à rendre les sciences utiles, n'y substitue une charlatannerie facile, à l'activité laborieuse qui seule conduit à des découvertes.

En 1741, M. l'abbé de Gua entra comme géomètre dans l'Académie des sciences: l'année d'auparavant il s'étoit fait connoître par un ouvrage intitulé : *Usages de l'Analyse de Descartes.* C'est un traité de la théorie des courbes algébriques, qu'il sembloit avoir entrepris par le seul motif de prouver que non-seulement on peut, dans cette théorie, se passer du calcul différentiel, mais y employer même avec plus d'avantage les méthodes de Descartes. Aujourd'hui, ces disputes sur la supériorité d'une méthode ou d'une autre, ne nous paroissent plus que futiles; on sait que toutes les méthodes sont également bonnes en elles-mêmes, & qu'il faut préférer, dans chaque recherche, tantôt

tantôt la plus simple & la plus courte, tantôt celle qui est la plus générale & la plus directe, suivant que l'on veut ou résoudre des questions particulières, ou étendre & perfectionner le système général d'une partie de la science. Mais si on considère en lui-même l'ouvrage de M. l'abbé de Gua, il est impossible de le lire sans y reconnoître une tête forte, féconde en idées & en ressources. On y trouve des théories simples & générales, présentées d'une manière nouvelle, presque toujours étendues ou perfectionnées, enfin rendues plus piquantes par des rapprochemens singuliers & inattendus. Telle est l'analogie des branches infinies des courbes & de leurs points singuliers, analogie que l'examen de leur équation fait découvrir en détail, mais que M. l'abbé de Gua déduit d'une seule proposition qui donne en même temps la théorie générale de la projection des ombres. On a reproché à ce livre quelques erreurs, mais presque aucun des ouvrages composés sur le même objet par les hommes les plus célèbres, n'est exempt de ce reproche; & il est juste d'observer de plus que ce sont moins de véritables erreurs que de simples distractions qui, dans le nombre souvent très-grand des combinaisons possibles qu'il faut examiner successivement, en ont fait négliger quelques-unes.

Des recherches sur la géométrie des solides, présentées dans le même temps à l'Académie par M. l'abbé de Gua, renfermoient plusieurs propositions nouvelles & remarquables par l'élégance de leur énoncé ou la difficulté de les démontrer. Ces recherches alors restées manuscrites, forment la plus grande partie des mémoires qu'il a publiés depuis vers la fin de sa vie.

Le volume de 1741, contient deux de ses mémoires sur la manière de reconnoître la nature des racines des équations. Il examine dans le premier, la règle d'après laquelle Descartes détermine le nombre des racines positives ou négatives des équations, où elles sont toutes réelles. Cette règle contestée par plusieurs hommes célèbres

qui avoient mal entendu le ſens de Deſcartes, n'avoit encore été démontrée par perſonne; M. l'abbé de Gua en donna une démonſtration générale & rigoureuſe, qui juſtifia Deſcartes. En liſant ce que cet illuſtre philoſophe avoit dit dans ſa Géométrie, on eſt étonné que le vrai ſens de ces paſſages ait échappé à un homme tel que Fermat, quoique malheureuſement l'injuſtice de Deſcartes envers ſon rival, en puiſſe donner une explication ſuffiſante pour ceux qui connoiſſent un peu le cœur humain. On eſt plus ſurpris encore, lorſqu'on voit, après la réponſe de Deſcartes à l'objection de Fermat, cette inculpation reparoître pendant plus de quatre-vingts ans; tant, même en géométrie, une imputation injuſte hasardée une fois, eſt difficile à détruire.

Le ſecond mémoire de M. l'abbé de Gua, a pour objet de donner une règle qui apprenne à reconnoître dans une équation, le nombre des racines réelles ou imaginaires, & parmi les premières, celui des racines poſitives ou négatives. Mais dans la règle de Deſcartes, applicable aux ſeules équations où toutes les racines ſont réelles, il ſuffit de connoître le ſigne des coëfficiens de tous les termes de l'équation. Dans celle de M. l'abbé de Gua, on a beſoin de réſoudre une équation d'un degré immédiatement inférieur, ou du moins de faire ſur cette équation & ſur des équations analogues de degrés toujours moins élevés, une ſuite d'opérations longues & compliquées.

Ce défaut tient peut-être à la nature de la queſtion même, du moins nous ne ſommes pas en droit de l'attribuer à la méthode qu'a ſuivie M. l'abbé de Gua, puiſque aucun géomètre n'a pu juſqu'ici donner des règles plus ſimples. C'eſt en examinant la figure des courbes paraboliques, telle qu'on la déduit de la forme de leurs équations, que M. l'abbé de Gua eſt parvenu à trouver ces règles générales. Ces méthodes, où l'on emploie des conſidérations géométriques pour réſoudre ou pour éclaircir des queſtions d'analyſe, ſont peut-être aujourd'hui trop

négligées par les géomètres. L'analyse algébrique & la géométrie sont deux instrumens différens, dont chacun peut avoir ses avantages & ses inconvéniens, qui peuvent se suppléer l'un à l'autre, s'aider mutuellement, se diriger ou se corriger réciproquement, & qu'il seroit utile de savoir manier avec une égale facilité.

On trouve à la tête du même mémoire une histoire de la théorie des équations, où l'auteur a réuni une grande érudition à une critique éclairée; il y venge encore Descartes de l'injustice de Wallis, qui semble n'avoir écrit son histoire de l'algèbre, que pour faire honneur à son compatriote Harriot, de toutes les découvertes de Viete & de Descartes.

Descartes, dont le sort fut d'avoir successivement pour détracteurs & pour partisans les gens à préjugés & les hommes éclairés, mérite que la reconnoissance de tous les savans, de tous les amis de l'humanité, veille éternellement sur sa gloire. C'est à son application de l'algèbre à la géométrie, à sa méthode de résoudre les problèmes par la recherche des formes analytiques auxquelles il faut ramener leurs équations, que nous devons la révolution qui s'est faite dans les mathématiques, & par une suite nécessaire, dans toutes les sciences naturelles. Si parmi ses contemporains, d'autres géomètres ont eu un génie égal, aucun ne l'a signalé comme lui par des découvertes dont tous les siècles doivent sentir à jamais l'heureuse influence. Il faut donc savoir quelque gré à M. l'abbé de Gua, de son zèle pour la mémoire d'un de nos plus grands hommes; tant d'autres semblent ne rendre justice au génie qu'à proportion de la distance où la Nature l'a placé de leur pays & de leur siécle!

En 1745, M. l'abbé de Gua demanda & obtint le titre d'adjoint-vétéran. Dans une discussion élevée à l'Académie entre lui & un de nos anciens confrères, il eut le malheur de montrer une vivacité que malgré la juste estime de la Compagnie pour ses talens & son caractère, elle ne put s'empêcher de désaprouver. Quelque temps après, il

se présenta pour une place d'Associé alors vacante ; un autre lui fut préféré, & par une délicatesse exagérée, sans doute, M. l'abbé de Gua crut devoir solliciter la vétérance avec le titre dans lequel il lui paroissoit que ses confrères vouloient le confiner. Il lui en coûta pour relâcher ainsi les liens qui l'unissoient à un corps auquel il étoit attaché avec la force que son caractère donnoit à toutes ses affections, & cette espèce de séparation qui cependant n'étoit pas absolue, fut à la fois une perte pour les sciences & un malheur pour lui. Dominé par son imagination, un peu porté vers les opinions extraordinaires, il avoit besoin que les conseils de ses confrères empêchassent son talent de s'égarer, & l'obligeassent de suivre les routes où il pouvoit l'employer utilement pour sa gloire & pour le progrès des sciences.

Ce fut à peu-près vers le même temps, que les libraires qui avoient le privilége de la traduction de l'Encyclopédie angloise, s'adresèrent à lui pour présider à la correction de ce qui étoit défectueux dans l'ouvrage de Chambers, & aux additions que de nouvelles découvertes rendoient nécessaires. Il étoit difficile qu'il ne s'élevât des discussions fréquentes entre un savant qui n'envisageoit dans cet ouvrage qu'une entreprise utile au perfectionnement des connoissances humaines ou de l'instruction publique, & les libraires qui n'y voyoient qu'une affaire de commerce. M. l'abbé de Gua, que le malheur n'avoit rendu que plus facile à blesser & plus inflexible, se dégoûta bientôt, & abandonna ce travail de l'Encyclopédie. Mais il avoit eu le temps d'en changer la forme ; ce n'étoit plus une simple traduction augmentée, c'étoit un ouvrage nouveau, entrepris sur un plan plus vaste. Au lieu d'un Dictionnaire élémentaire des parties des sciences les plus répandues, les plus usuelles, ouvrage utile en lui-même & qui nous manque, M. l'abbé de Gua entreprit de réunir dans un dépôt commun, tout ce qui formoit alors l'ensemble de nos connoissances. Il avoit su de plus

intéresser au succès de ce travail, & engager à y concourir, plusieurs hommes célèbres dans les sciences & dans les lettres, M.[rs] de Fouchy, le Roy, d'Aubenton, Louis, de Condillac, de Mably; enfin M.[rs] d'Alembert & Diderot, à qui depuis nous avons dû ce monument si honorable pour notre nation, & pour notre siècle. Si M. l'abbé de Gua n'a point eu de part au mérite de l'exécution, celui d'en avoir eu la première idée lui donne des droits à la reconnoissance des savans: ils connoissent toute l'utilité de cette espèce d'inventaire de nos connoissances, si propre à en faire sentir l'étendue & les bornes, les liaisons & les besoins; & ne sont point blessés des défauts que doit renfermer un ouvrage destiné par sa nature, à se perfectionner à chaque génération, & à paroître toujours très-imparfait aux hommes supérieurs dans chacune des parties qu'il embrasse.

Bientôt après, M. l'abbé de Gua s'occupa d'un projet non moins utile au progrès des sciences; projet exécuté depuis sur un plan moins étendu, en France & en Italie; c'est celui d'un recueil destiné à publier périodiquement tous les ouvrages que les savans auroient voulu y insérer, & que le rédacteur en auroit jugés dignes. Répandre plus promptement & sur un plus grand espace, toutes les découvertes, tous les essais, toutes les vues, toutes les observations; procurer à tous les savans l'avantage réservé aux membres des Académies, de pouvoir insérer leurs ouvrages dans un recueil connu de toutes les nations; offrir aux jeunes gens un moyen facile & prompt de se faire connoître, & souvent d'apprendre à se connoître eux-mêmes; *établir* dans l'empire des sciences, plus d'indépendance & d'égalité, en diminuant le besoin qu'ont ceux qui entrent dans la carrière, d'y paroître sous les auspices d'un nom déjà célèbre; tels étoient les avantages du projet de M. l'abbé de Gua. Mais il avoit placé la philosophie abstraite & l'économie politique au rang des sciences admises dans son recueil; il croyoit que toutes les connoissances humaines qui s'acquièrent par le raisonnement, le calcul & l'obser-

vation, perdent à être trop séparées, que c'est même de leur réunion qu'on doit attendre leurs progrès les plus étendus & les plus utiles. C'étoit le principe que Léibnitz avoit suivi, lorsqu'il traça pour le premier roi de Prusse, le plan de l'Académie de Berlin; mais ce principe parut dangereux en France, même quarante ans après, & M. l'abbé de Gua qui tenoit à ses idées & qui avoit le malheur commun à tous les hommes de courage, d'avoir besoin d'être convaincu pour céder, aima mieux abandonner son projet que d'en retrancher des parties qui n'en étoient pas à ses yeux les moins importantes.

Dans le même temps, il avoit été obligé de faire quelques traductions pour suppléer à la modicité de sa fortune, & ce parti étoit sage. Il en est des ouvrages comme de beaucoup de places qui sont d'autant plus chèrement payées qu'elles exigent moins de talens, & la raison en est la même à quelques égards, c'est qu'elles ne procurent point d'autre récompense.

Nous ne parlerons que d'une seule de ces traductions, celle des dialogues d'Hilas & de Philonous, par l'évêque de Cloyne. L'objet de l'ouvrage est de prouver que les raisonnemens des philosophes sur l'existence de la nature des substances matérielles, sont vagues, souvent vides de sens; que le langage scientifique qu'ils y emploient, les conduit à des résultats inintelligibles ou contradictoires; qu'ils sont même à quelques égards moins avancés que le vulgaire, dont le langage grossier renferme moins d'équivoques; qu'enfin pour des êtres bornés à ne connoître immédiatement que leurs sensations & les idées qui en résultent, ce n'est pas l'existence des esprits, mais celle des corps qui est difficile à comprendre & à prouver. Si Berklei s'étoit contenté d'ajouter que notre conviction de l'existence & de la réalité des corps, ne peut être appuyée que sur la permanence que nous observons dans certains groupes de sensations, & la constante régularité des loix auxquelles sont assujettis les phénomènes successifs que ces groupes permanens nous

présentent, alors il eût presqu'autant étonné le vulgaire & n'eût pas blessé les oreilles des philosophes; mais quand il va jusqu'à dire qu'il ne peut exister de corps, quand il veut expliquer comment nos idées & nos sensations existent dans Dieu, comment nous les y voyons, & de quelle manière s'est opérée la création de l'univers matériel, alors si on le trouve encore quelquefois ingénieux & subtil, il est presque toujours chimérique & inintelligible.

Pour bien faire cette traduction, il ne suffisoit pas des qualités qu'on exige d'un traducteur ordinaire, il falloit être très-exercé dans toutes les subtilités de la métaphysique la plus abstraite : il falloit connoître toutes les finesses de la langue philosophique des deux idiomes, pour rendre facile la lecture d'un ouvrage où les raisonnemens les plus justes paroissent des sophismes, & où l'on est tenté de prendre pour des chimères, les vérités même qu'il renferme.

M. l'abbé de Gua fit graver à la tête du livre, une vignette très-ingénieuse. Un philosophe rit d'un enfant qui voyant son image dans un miroir, la prend pour un objet réel & cherche à la saisir, on lit au bas : *Quid rides! mutato nomine de te fabula narratur.....* & le traducteur rend ainsi, par une seule image, un système métaphysique tout entier.

Jusqu'ici nous n'avons vu dans M. l'abbé de Gua qu'un philosophe occupé de projets & de travaux utiles, & un géomètre qui, dans un très-petit nombre d'ouvrages, a donné des preuves de ce talent original, si rare & si précieux pour les sciences, où il est souvent nécessaire qu'on ose s'éloigner des routes fréquentées. Il nous reste une tâche plus difficile à remplir, il nous faut parler de ses malheurs qu'il s'est attirés peut-être en partie, mais qu'il n'a point mérités, & qui n'ont montré en lui que des défauts dont on doit le plaindre, & des qualités qui doivent l'honorer.

Il s'imagina malheureusement, qu'en appliquant à des objets utiles au gouvernement, ses talens & les connoif-

ſances très-variées & très-étendues qu'il avoit acquiſes ; il pourroit, appuyé par une protection très-puiſſante que ſes amis lui avoient procurée, s'avancer dans le chemin de la fortune, juſqu'à lors fermé pour lui.

Mais il ſuffit de lire les Mémoires qui renferment ſes projets, pour voir combien l'art de réuſſir lui étoit étranger, & l'eût-il connu dans la théorie, il n'eſt pas vraiſemblable qu'il eût jamais ni pu ni voulu le pratiquer ; il ne ſavoit ni tromper, ni paroître dupe, ni attendre, ni ſouffrir.

Son premier projet avoit pour but de perfectionner le travail par lequel on ramaſſe l'or mêlé au ſable de pluſieurs rivières de Languedoc & du pays de Foix ; de chercher, ſoit dans leur lit, ſoit dans les campagnes voiſines, les dépôts les plus riches qu'elles peuvent avoir formés, ou la mine dont elles ont détaché l'or qu'elles entraînent depuis tant de ſiècles. Content de voir ſon projet adopté à moitié, oubliant qu'il ne devoit cette demi-réuſſite, ni à la conviction, ni à l'amitié du miniſtre, mais à la néceſſité de paroître bien intentionné pour lui, il ſe chargea imprudemment d'un premier eſſai, n'eut point de ſuccès, fit une chute de cheval, qui, après l'avoir rendu impotent pluſieurs années, ne lui permit jamais de marcher qu'avec peine, & il n'obtint enfin que des reproches pour récompenſe de ſon zèle & pour dédommagement de ſon malheur.

Un projet qu'il fit enſuite ſur les emprunts en général, & en particulier ſur les emprunts par loteries, n'eut pas un ſuccès plus heureux : il ignoroit combien il trouveroit d'hommes intéreſſés à écarter un géomètre connu pour avoir de la probité & du courage. Comment ſe donner devant lui la réputation de grand calculateur, quand on poſsède, pour toute ſcience, la routine de l'arithmétique ? comment eſpérer de lui cacher cette adreſſe perfide qui ſait, en trompant à la fois les pontes & les banquiers, réſerver pour l'inventeur du jeu un avantage ſecret d'argent ou de crédit ?

D'ailleurs,

D'ailleurs, M. l'abbé de Gua, incapable de dire ce qu'il ne penſoit point, & fidèle aux devoirs d'un citoyen, commençoit tous ſes Mémoires ſur les loteries, par avouer qu'elles ſont un jeu de haſard auquel on fait jouer à la fois une nation entière, & un impôt déguiſé; impôt d'autant plus onéreux, qu'on doit le regarder comme égal, non au profit de la loterie, mais aux pertes réelles qu'elle fait eſſuyer aux joueurs.

Sans doute quelques-uns d'entr'eux ſe retirent du jeu avec plus ou moins de gain, mais ce profit ne doit pas plus entrer en compenſation des pertes, que les frais de perception d'un autre ſubſide, qui ſont auſſi un profit pour les hommes chargés de le lever. Une loterie eſt donc un de ces impôts pour leſquels la nation paye beaucoup, & qui ne font entrer dans le tréſor public qu'une foible partie de ce qu'elle a payé.

Ce qui rend plus ſingulier peut-être le goût de M. l'abbé de Gua pour les loteries, & peut l'excuſer en quelque ſorte d'en avoir propoſé une, c'eſt qu'elles lui avoient fait beaucoup de mal.

Étant jeune, il y avoit gagné une ſomme aſſez conſidérable, & dans une circonſtance où il avoit tenté cette reſſource, uniquement parce qu'elle étoit la ſeule qui lui reſtât pour éviter le malheur de retourner dans ſa province, & d'abandonner la capitale; il y mit enſuite par reconnoiſſance, imagina bientôt qu'il ſeroit poſſible de jouer ce jeu avec avantage, d'après l'obſervation de cauſes d'inégalité réelles, mais trop foibles pour que l'on puiſſe en déterminer l'influence, ou en profiter, & finit par y perdre beaucoup.

Ce n'eſt pas la ſeule fois qu'il ait abuſé, & toujours à ſon déſavantage, de l'opinion, d'ailleurs très-fondée, qu'il eſt poſſible, d'après l'obſervation des faits paſſés, d'y ſaiſir une loi, & de prévoir les évènemens futurs, avec quelque probabilité : il lui arriva de donner des conjectures ſur quelques phénomènes météorologiques, preſque pour

des prédictions ; elles manquèrent, & l'opinion exerça contre lui une sévérité très-rigoureuse. Nous avons vu depuis le même public pardonner à leurs enthousiastes, des chimères qui étoient bien éloignées d'avoir un fondement aussi réel, & dont ils n'avoient pas même le foible mérite d'être les inventeurs ; mais ce n'est jamais pour les fautes des hommes d'un talent réel, que l'opinion sait avoir de l'indulgence.

Livré à de vaines espérances, M. l'abbé de Gua s'occupoit peu du soin de ménager une fortune très-modique, & un procès absorboit encore la plus grande partie de son revenu. Frappé de l'idée qu'il avoit essuyé une injustice dans le partage des biens d'un de ses frères, il voulut en poursuivre la réparation, & ce sentiment l'emporta sur son véritable intérêt. Pouvoit-il en effet se dissimuler que par un malheur commun à plusieurs nations, & même aux nations de l'Europe les plus éclairées, il en coûte pour défendre ou recouvrer une propriété d'une valeur médiocre, plus qu'il n'en coûteroit pour l'acheter ; que pour suivre un procès sans se ruiner, il faut être en état de se passer de l'objet qu'on réclame ; qu'un homme d'esprit, accoutumé à la discussion, capable d'un travail opiniâtre & continu, ne parvient qu'avec peine à entendre la loi qui doit le juger, & n'est pas sûr encore que ses juges voudront l'entendre de même ; qu'enfin, dans presque toutes les affaires, les deux parties gagneroient à sacrifier chacune la moitié de ses prétentions : aussi son expérience le força-t-elle bientôt d'avouer que des loix obscures & des formes compliquées, sont un impôt un peu moins volontaire & beaucoup plus onéreux que les loteries.

Cependant, au milieu de ses malheurs, il vit s'élever quelques jours sereins : en 1783, quoique vétéran depuis trente-sept ans, l'Académie le choisit comme un des trois sujets qu'elle présente pour les places de pensionnaires ; cette marque d'estime qu'il reçut d'une compagnie qui

lui étoit toujours chère, fut pour lui un des événemens les plus heureux de sa vie.

Il reprit en un instant, malgré son âge & ses infirmités, son assiduité à nos assemblées, son ardeur pour la géométrie, son zèle pour les fonctions académiques; cette sensibilité, si touchante dans un vieillard que ses talens & sa pauvreté rendoient respectable, eut sa récompense.

Lorsqu'en 1785, le Roi créa deux nouvelles classes dans l'Académie, M. l'abbé de Gua fut pensionnaire dans celle d'histoire naturelle, science qu'il avoit long-temps cultivée: mais il ne jouit pas long-temps de cet avantage; chaque hiver il voyoit, depuis plusieurs années, ses forces s'affoiblir, & ses infirmités s'augmenter; enfin, le 2 Juin de cette année, une maladie assez longue termina ses souffrances & ses malheurs. C'est au milieu de l'Académie, où il s'étoit fait porter malgré sa foiblesse, qu'il ressentit les premières atteintes de cette maladie, & pendant toute sa durée, le seul sentiment qui l'occupât dans les momens d'espérance, étoit le desir de se retrouver au milieu de nous.

Il a institué pour son héritier M. l'abbé Martin, professeur de mathématiques à Toulouse, & connu par un ouvrage élémentaire très-estimable.

M. l'abbé de Gua avoit dans l'esprit plus de force que de flexibilité, plus d'originalité que de rectitude; il préféroit dans ses opinions ce qui étoit singulier, dans ses travaux ce qui s'écartoit des routes battues; il aimoit par goût tout ce qui exigeoit des efforts & de la patience, tout ce qui offroit des difficultés; il portoit même ce goût jusqu'à s'amuser dans ses délassemens à faire des anagrammes très-compliquées, & une fois pour répondre à un défi, il composa un poëme assez long, en vers d'une seule syllabe. Sa conversation étoit plus piquante qu'agréable; il aimoit mieux discuter que causer, & il ne pouvoit plaire qu'à ceux dont l'esprit n'étoit ni fatigué par des raisonnemens subtils, ni rebuté par des idées extraordinaires. Son caractère

étoit franc, incapable de plier ou de souffrir l'ombre d'une injure; aisé à blesser, & difficile peut-être dans le commerce de la vie, il étoit capable d'une amitié vraie, courageuse, inébranlable. Ses malheurs n'avoient fait que donner à son ame plus d'élévation & de fierté; il falloit, pour qu'il permît de lui témoigner de l'intérêt, qu'il fût sûr qu'un sentiment d'estime en étoit le principe: ses amis n'osoient, même à l'aide des déguisemens que l'amitié fait inventer, essayer de lui rendre des services, dont, à la honte de ceux qui peuvent les offrir, les infortunés qui les reçoivent sont souvent excusables d'être humiliés; mais sa fierté n'étoit point de l'aigreur, sa pauvreté ne lui donnoit pas même l'idée de trouver injuste que d'autres qui avoient moins de droits, vissent les grâces où il auroit pu prétendre, s'accumuler sur leur tête; l'envie & la plainte étoient au-dessous de lui. Il avoit quelquefois exposé aux gens en place ses besoins & ses titres avec franchise, mais sans jamais chercher à émouvoir leur sensibilité sur son infortune. Enfin s'il a été un exemple du danger que courent les savans, en se livrant à de vaines idées de richesses & de projets politiques, il a mérité en même temps d'être un modèle pour les hommes qui, nés avec de l'élévation & du courage, ont à supporter la pauvreté & l'abandon; il souffrit avec résignation & avec noblesse, qualités qu'il est rare de réunir, parce que la résignation est difficile aux ames fortes & sensibles.



MÉMOIRES



MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUE ET DE PHYSIQUE,

TIRÉS DES REGISTRES de l'Académie Royale des Sciences.

Année M. DCCLXXXVI.

DESCRIPTION D'UN NOUVEAU GENRE DE PLANTE.

Par M. Fougeroux de Bondaroy.

LA plante que je vais décrire eſt originaire de la Louiſiane; il me ſemble qu'aucun auteur botaniſte n'en a parlé, elle mérite cependant, par la beauté de la forme de ſa fleur, le mélange & la vivacité de ſes couleurs tranchées, d'être connue & multipliée.

Cette plante annuelle s'élève aiſément dans notre climat, & elle y porte beaucoup de fleurs qui ſe ſuccèdent depuis

la mi-Juillet jusqu'à la fin d'Octobre ou même au-delà; & ses premières graines mûrissent assez pour reproduire l'espèce.

Si par la culture on peut obtenir cette plante double, elle effacera la fleur de l'espèce d'aster, que M. Bernard de Jussieu a procurée par des graines qu'il avoit reçues de la Chine, & qui, maintenant si connue sous le nom de *reine-marguerite*, fait l'ornement des jardins & des parterres en automne.

Cette plante est dans la classe des composés de Tournefort, & rentre dans celle des divisions de la syngénésie que Linné a nommée *syngenesia, polygamia, frustranea*.

Description & caractère de la Fleur.

Calice. Le calice commun est formé de deux rangs d'écailles longues, pointues, non dentelées, & de couleur verte. Il y en a douze environ dans chaque rang; les unes s'élèvent & entourent la fleur, d'autres se rabattent sur le péduncule.

Corolle. La fleur est radiée & à rayons; des demi-fleurons neutres forment le bord ou rayon; le centre de la fleur est occupé par des fleurons hermaphrodites fertiles, & des fleurons femelles stériles, qui forment un disque arrondi de six à neuf lignes d'élévation. Les fleurons hermaphrodites & les fleurons femelles ont un calice particulier qui couronne l'ovaire, & est composé de cinq folioles lancéolées, très-aiguës, terminées par un filet; ce calice est persistant & recouvre presque entièrement la corolle. Celle-ci est un fleuron tubuleux qui, par son extrémité, s'évase en entonnoir; son limbe est divisé en cinq parties. *Planche II, fig. 10, 11 & 12.*

La corolle des fleurons femelles a la même forme que la corolle des fleurons hermaphrodites; le tube de la dernière est seulement un peu plus délié.

Dans le fleuron hermaphrodite se trouvent cinq courts

filamens qui portent des anthères ovales & terminées par deux pointes comme un fuseau: ces anthères sont réunies en un petit cylindre au travers duquel passe le style, *fig. 15, 16 & 17.*

Dans les fleurons hermaphrodites, le germe est turbiné, anguleux, & représente en quelque sorte un volant. Le style est délié & de la longueur de la corolle. Le stigmate divisé en deux parties qui s'écartent, excède un peu la corolle. *Fig. 13 & 18.* Pistile.

Dans les fleurons femelles stériles, le germe est très-petit; on ne voit point de style & point de stigmate.

Il n'y a dans les fleurs hermaphrodites qu'une semence, & elle est placée sous la corolle; cette graine a quatre angles, est pointue par son extrémité inférieure, mais obtuse & aplatie par l'autre; elle est surmontée de cinq ou six écailles terminées en filets, & qui forment l'aigrette. *Fig. 19, 20, 21, 22 & 23.* Semence.

On ne trouve pas de semence dans les fleurs femelles.

Les demi-fleurons qui sont à la circonférence, sont plus longs que le calice commun, & s'étendent en rayons autour de la masse commune. *Planche II, fig. 3, 6 & 7.*

L'extrémité de ces demi-fleurons est dentée très-profondément en trois échancrures. *Fig. 3.*

Toute la partie, depuis l'attache des fleurons jusqu'aux dentelures, est colorée en dedans & en dehors d'un rouge vif, & depuis la pointe des dentelures d'un jaune citron: ces demi-fleurons tombent.

Le réceptacle commun est convexe, chargé de poils roides & cétacés. *Fig. 4 & 8.* Réceptacle.

Les fleurons hermaphrodites & femelles sont posés sur ce réceptacle commun. *Fig. 4 & 8.*

La fleur est soutenue par un très-long péduncule, & termine le rameau. *Planche I, fig. 1.*

On voit, par cette description, que ce genre se rapproche, sur-tout par la disposition de son calice commun, du *rudbeckia* de Linné, qui est l'*obeliscotheca* de Vaillant; mais

les ſemences, au lieu d'être plates & garnies d'une membrane à quatre dentelures comme dans les *rudbeckia*, ſont ſurmontées d'écailles à filets comme dans les *heliantus* de Linné, genre dont la plante s'éloigne par la diſpoſition de ſon calice.

Ainſi, puiſqu'elle diffère de l'un & de l'autre de ces genres, nous croyons qu'elle doit en former un particulier.

Les feuilles de cette plante ſont ſimples; celles du bas de la tige ſont dentelées profondément & inégalement, longues de trois pouces & demi; elles ont, dans leur plus grande largeur, quatorze lignes, tandis que celles des rameaux qui portent les fleurs, ſont peu ou point dentelées, & ſeulement longues de onze lignes ſur cinq lignes de largeur. *Pl. I.re, fig. 2 & 3;* & *Pl. II, fig. 9.*

La plante porte des feuilles de trois différentes formes & grandeurs; les plus grandes ſont ſur la principale tige, & dentelées très-profondément; au-deſſus de celles-ci & ſur les rameaux, il y en a qui ſont également dentelées, mais moins longues: les rameaux qui ſupportent les fleurs ont les feuilles les plus petites, épaiſſes, ſans dentelures, un peu velues, & diviſées ſeulement par une nervure longitudinale, aſſez relevée en dehors & profonde en dedans; le péduncule de la feuille entoure la moitié de la tige & y adhère fortement.

Les feuilles ſéminales ſont alongées & preſque point dentelées; toute la plante eſt couverte d'un duvet; ſa tige ſe ſoutient droite, & croît à la hauteur d'un pied & demi à deux pieds.

Chaque rameau & chaque diviſion de rameau ſont terminés par un bouton à fleur; ces boutons groſſiſſent & s'épanouiſſent ſucceſſivement, de ſorte que, ainſi que je l'ai dit, cette belle plante eſt garnie de fleurs depuis la mi-Juillet juſqu'au mois d'Octobre ou de Décembre, ſi on la garantit des gelées. *Pl. I, fig. 1.*

La couleur vive & coupée de rouge & de jaune de ces

fleurs qui ont de vingt-six à vingt-huit lignes de diamètre, donne un éclat singulier à toute la plante. *Pl. II, fig. 6 & 7.*

Nous devons cette plante à M. le comte d'Essales, chevalier de Saint-Louis, qui en a rapporté les graines de la Louisiane; nous l'avons eue des semences recueillies en France, & que nous multiplions depuis deux ans.

Nous la nommerons *gaillardia* (pulchella) *foliis alternis lanceolatis semi-amplexantibus, floribus subsolitariis terminalibus purpureoflavis* (act. R. Par.), du nom de M. Gaillard de Charentonneau, qui, aux devoirs de la Magistrature, a su réunir, comme délassement, la culture des plantes & l'étude de la botanique.

EXPLICATION DES FIGURES.

PLANCHE I.

Figure 1. Une branche de la plante garnie de rameaux qui portent des fleurs; les feuilles du bas de la tige & celles de la partie élevée des rameaux: l'ensemble dans une proportion bien moindre que nature.

A. a. a. Fleurs vues en face.

b. b. Fleurs vues en-dessous.

c. c. Boutons à fleurs.

d. d. La tête ou masse des fleurons.

e. La partie de la tige où se trouvent les plus grandes feuilles.

Figure 2. Feuilles moyennes de grandeur naturelle.

Figure 3. Feuilles de la partie supérieure de la plante, aux aisselles desquelles poussent les rameaux qui portent des fleurs.

PLANCHE II.

Figure 1. Le bouton vu de profil avant que les écailles se soient écartées; elles surmontent le renflement qui supportera les corolles des fleurs composées.

Figure 2. Ce même bouton vu dans une autre position, & les écailles commençant à prendre une différente direction.

Figure 3. Pétale ou demi-fleuron, formant les rayons de la circonférence de la fleur, & vu séparément.

Figure 4. Le calice commun vu de face, & dépouillé des fleurons & des demi-fleurons, qui laissent à nu leur placenta commun.

Figure 5. Le calice avec les demi-fleurons de la circonférence, qui commencent à se colorer.

Figure 6. La fleur, vue de face.

Figure 7. La fleur vue en-dessous avec son calice.

Figure 8. Monceau de fleurons hermaphrodites, & de fleurons femelles.

Figure 9. Forme & figure des grandes feuilles d'en-bas.

Figure 10. Fleuron hermaphrodite, au bas est l'ovaire surmonté d'un calice particulier, à cinq découpures profondes, & d'une corolle en tube élargi à son ouverture, dans l'intérieur de laquelle on voit cinq étamines qui entourent le style surmonté de ses deux stigmates.

Figure 11. Même fleuron, dont les divisions du calice particulier sont rabattues, pour mieux voir sa corolle.

Figure 12. Même fleuron, où l'on voit la corolle à cinq divisions, ainsi que les cinq étamines qui environnent le style.

Figure 13. L'ovaire sur lequel sont implantés les cinq filets des étamines qui sont réunies, & forment une gaîne au milieu de laquelle se trouve le style, qui se divise en deux stigmates.

Figure 14. L'ovaire surmonté de cinq aigrettes.

Figure 15. Étamines réunies.

Figure 16. Étamine seule.

Figure 17. Étamine vue de profil.

Figure 18. L'ovaire avec le style & ses deux stigmates.

Figure 19. Ovaire seul, la semence ou graine.

Figure 20. Ovaire seul, dont l'amande est enlevée.

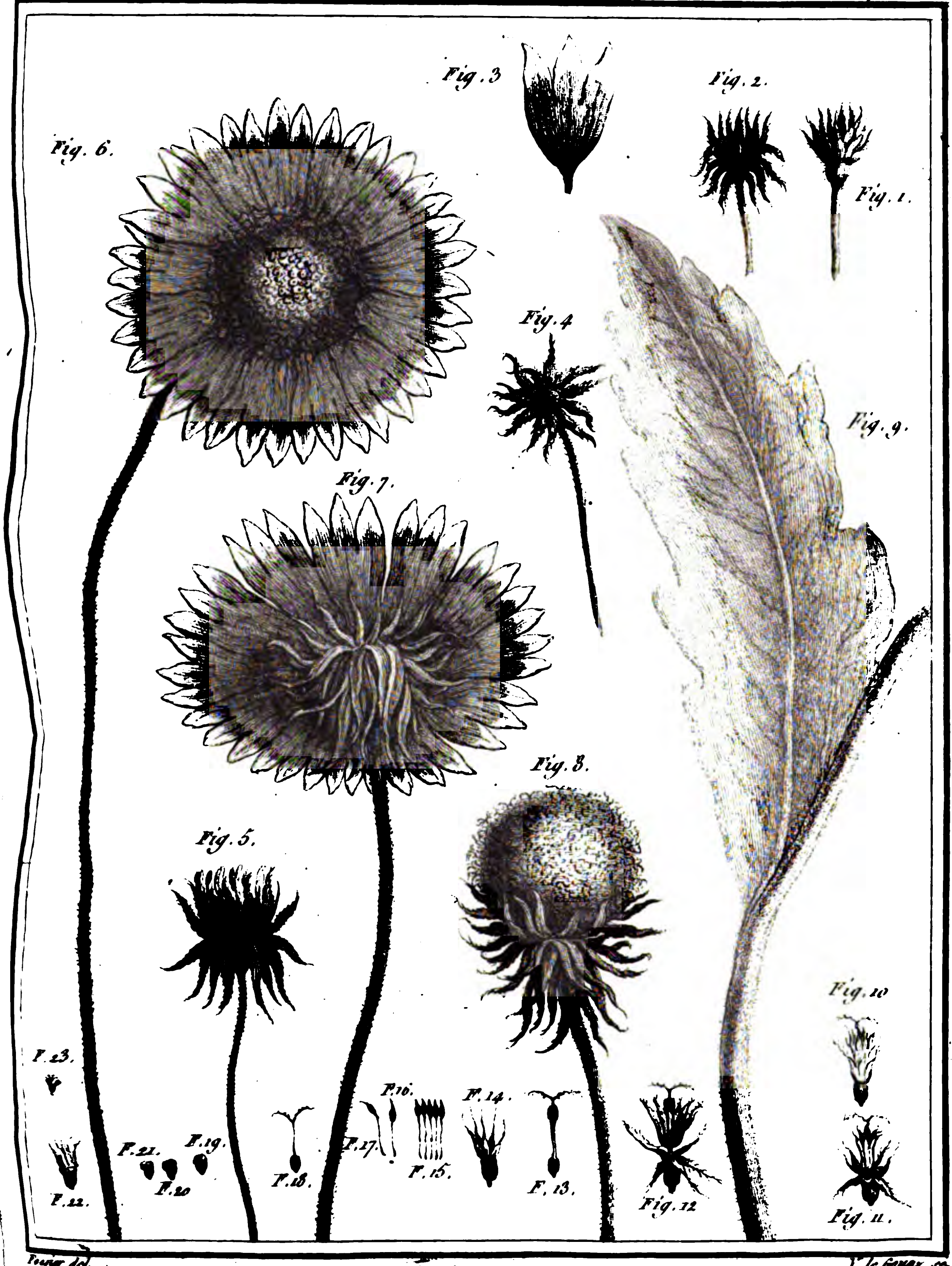
Figure 21. L'amande seule.

Figure 22. La semence en maturité, de couleur brune, surmontée de quatre aigrettes rangées sur la graine, comme les plumes d'un volant & de couleur blanche.

Figure 23. La graine seule.



Fossier del. Y. le Gouaz sc.



Poesier del.

Y. le Gouaz sc.

MÉMOIRE
SUR LA MANIÈRE
DE DISTINGUER LES MAXIMA DES MINIMA dans le Calcul des Variations.

Par M. LEGENDRE.

DANS la plupart des problèmes qui dépendent du calcul des variations, la nature de la question indique assez si elle est susceptible d'un *maximum* ou d'un *minimum*, & si on a obtenu l'un plutôt que l'autre. Mais il est des cas où cette distinction n'est pas aussi facile, & c'est principalement, lorsque la question n'admet point de *maximum* ni de *minimum* absolu, comme on le voit dans les courbes qui serpentent plusieurs fois le long de leur axe, & qui ont cependant des ordonnées depuis zéro jusqu'à l'infini.

J'ai donc pensé que la recherche d'un caractère propre à distinguer les *maxima* des *minima*, pouvoit servir de complément au calcul des variations, & n'étoit pas dépourvue d'utilité dans les applications de ce calcul. La méthode que j'ai suivie pour cet objet, est analogue à celle qu'on employe communément pour les quantités algébriques : les résultats en sont également simples; mais il est moins facile d'y parvenir. On sera même étonné du nombre d'équations différentielles qu'on auroit à résoudre, dans des cas d'ailleurs peu compliqués; mais il faut observer qu'alors la question ne roule que sur la possibilité de ces équations, & non sur leur solution effective.

J'exposerai cette méthode dans quelques cas généraux, j'en ferai ensuite l'application à des exemples très-connus, qui m'ont paru susceptibles de plusieurs remarques particulières.

I.

Pour considérer d'abord un cas très-simple, prenons la formule $\int v\,dx$, dans laquelle v soit fonction de x, y & $\frac{dy}{dx}$ que j'appellerai p; supposons $\delta x = 0$, en sorte que la variation ne tombe que sur y & ses différences; on aura à l'ordinaire

$$\delta\int v\,dx = \int dx\,\delta v = \int dx^{*}\left(\frac{\partial v}{\partial y}\,\delta y + \frac{\partial v}{\partial p}\,\delta p\right)$$

$$= \int dx\left(\frac{\partial v}{\partial y}\,\delta y + \frac{\partial v}{\partial p}\cdot\frac{d\delta y}{dx}\right)$$

$$= \frac{\partial v}{\partial p}\,\delta y + \text{const.} + \int dx\,\delta y\left[\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{1}{dx}\,d\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)\right].$$

Représentons par $\left(\frac{\partial v}{\partial p}\,\delta y\right)^{0}$ & $\left(\frac{\partial v}{\partial p}\,\delta y\right)^{1}$, les valeurs de $\frac{\partial v}{\partial p}\,\delta y$ au commencement & à la fin de l'intégrale, nous aurons

$$\delta\int v\,dx = \left(\frac{\partial v}{\partial p}\,\delta y\right)^{1} - \left(\frac{\partial v}{\partial p}\,\delta y\right)^{0} + \int dx\,\delta y\left[\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{1}{dx}\,d\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)\right];$$

l'intégrale qui reste à évaluer dans cette formule devant avoir les mêmes limites que l'intégrale proposée $\int v\,dx$.

* Pour éviter toute ambiguité, je représenterai par $\frac{\partial v}{\partial x}$ le coéfficient de dx dans la différence de v, & par $\frac{dv}{dx}$ la différence complette de v divisée par dx.

Maintenant,

Maintenant, si la quantité $\int v\,dx$ doit être un *maximum* ou un *minimum*, il faudra qu'on ait

$$\frac{\partial v}{\partial y}\,dx - d\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right) = 0 \ldots (a);$$

$$\left(\frac{\partial v}{\partial p}\,\delta y\right)^{\prime} - \left(\frac{\partial v}{\partial p}\,\delta y\right)^{\circ} = 0:$$

l'équation (*a*) est celle de la courbe demandée; l'autre indique des relations nécessaires aux limites de l'intégrale. Il s'agit ensuite de savoir lequel du *maximum* ou du *minimum* a lieu en vertu de l'équation (*a*).

Pour cela, il faut admettre dans $\delta\int v\,dx$ les termes où δy & δp ont deux dimensions; la totalité de ces termes pourra s'appeler *variation du second ordre;* elle sera égale à $\delta\int v\,dx$, puisque la variation du premier ordre s'est réduite à zéro. Or on sait, par l'extension du théorème de Taylor, que si, dans une quantité v, fonction de y & p, on substitue au lieu de ces variables $y + \delta y$ & $p + \delta p$, la fonction v devient

$$v + \frac{\partial v}{\partial y}\delta y + \frac{\partial v}{\partial p}\delta p + \frac{\partial\partial v}{2\partial y^2}.\delta y^2 + \frac{\partial\partial v}{2\partial y\partial p}.2\,\delta y\delta p$$
$$+ \frac{\partial\partial v}{2\partial p^2}.\delta p^2 + \frac{\partial^3 v}{2.3\partial y^3}.\delta y^3 + \frac{\partial^3 v}{2.3\partial y^2\partial p}.3\,\delta y^2\delta p$$
$$+ \frac{\partial^3 v}{2.3\partial y\partial p^2}.3\,\delta y\delta p^2 + \frac{\partial^3 v}{2.3\partial p^3}.\delta p^3 + \&c.$$

& comme nous n'avons besoin que des quantités du second ordre, nous aurons simplement

$$\delta\int v\,dx = \int dx\left(\frac{\partial\partial v}{2\partial y^2}.\delta y^2 + \frac{\partial\partial v}{2\partial y\partial p}.2\,\delta y\delta p + \frac{\partial\partial v}{2\partial p^2}.\delta p^2\right).$$

Pour abréger, représentons cette quantité ainsi,

$$\int dx\,(P\delta y^2 + 2Q\delta y\delta p + R\delta p^2);$$

& observons que la partie dégagée du signe ne peut avoir que la forme $\alpha\delta y^2$, dont la différentielle est

$$d\alpha\,\delta y^2 + 2\alpha\,dx\,\delta y\,\delta p:$$

on aura donc

$$\delta \int v\, dx = \text{conft.} - \alpha \delta y^2 + \int dx$$

$$\left[\left(P + \frac{d\alpha}{dx}\right) \delta y^2 + 2(Q + \alpha)\, \delta y \delta p + R \delta p^2 \right].$$

On peut prendre α à volonté; prenons-le de manière que la quantité fous le figne ait deux facteurs égaux, on aura pour déterminer α, l'équation,

$$\left(P + \frac{d\alpha}{dx}\right) R = (Q + \alpha)^2 \ldots\ldots (b);$$

& repréfentant, comme ci-deffus, les valeurs de $\alpha \delta y^2$ dans les deux limites de l'intégrale, par $(\alpha \delta y^2)^0$ & $(\alpha \delta y^2)^1$, on aura

$$\delta \int v dx = (\alpha \delta y^2)^0 - (\alpha \delta y^2)^1$$
$$+ \int R\, dx \left(\delta p + \frac{Q + \alpha}{R} \delta y\right)^2:$$

la conftante arbitraire que fournira l'équation (b), permettra toujours de faire en forte que

$$(\alpha \delta y^2)^0 - (\alpha \delta y^2)^1,$$

foit ou zéro ou du même figne que R; donc $\delta \int v\, dx$ fera du même figne que R, ou que $\frac{\partial\partial v}{\partial p^2}$.

Il fuit de-là, qu'en vertu de l'équation (a), la quantité $\int v\, dx$ fera un *maximum*, fi le coéfficient $\frac{\partial\partial v}{\partial p^2}$ eft négatif, & un *minimum*, s'il eft pofitif.

Cette règle eft, comme on voit, d'un ufage très-facile; il ne s'agit que d'examiner le figne du coéfficient $\frac{\partial\partial v}{\partial p^2}$, en tenant compte, s'il eft néceffaire, de la relation des variables donnée par l'équation (a). Je ne parlerai pas du cas où $\frac{\partial\partial v}{\partial p^2}$ feroit zéro; il eft fort fimple, & peut fe ramener au cas où v ne contiendroit que x & y.

(II.)

Supposons maintenant, qu'en faisant $dy = p\,dx$, $dp = q\,dx$, la quantité v soit une fonction quelconque de x, y, p, q, de sorte que v renferme implicitement des différences du second ordre; si on demande que la formule $\int v\,dx$ soit un *maximum* ou un *minimum*, δx étant toujours nul, on procédera au calcul de la manière accoutumée, & on aura l'équation connue

$$0 = \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{1}{dx} d\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right) + \frac{1}{dx^2} dd\left(\frac{\partial v}{\partial q}\right) \ldots (c),$$

on aura aussi une équation aux limites de l'intégrale que j'omets pour plus de brièveté. Voyons maintenant si l'équation (c) indique un *maximum* ou un *minimum*.

La variation du premier ordre étant nulle, j'ai recours à celle du second, qui donne,

$$\left.\begin{aligned} \delta\int v\,dx = \int dx\Big(&\frac{\partial\partial v}{2\,\partial y^2}\cdot\delta y^2 + \frac{\partial\partial v}{2\,\partial y\,\partial p}\cdot 2\,\delta y\,\delta p \\ &+ \frac{\partial\partial v}{2\,\partial p^2}\cdot\delta p^2 + \frac{\partial\partial v}{2\,\partial y\,\partial q}\cdot 2\,\delta y\,\delta q \\ &+ \frac{\partial\partial v}{2\,\partial p\,\partial q}\cdot 2\,\delta p\,\delta q + \frac{\partial\partial v}{2\,\partial q^2}\cdot\delta q^2 \end{aligned}\right\}$$

Je représente la quantité sous le signe par

$$\left.\begin{aligned} dx\,(M\,\delta y^2 &+ 2N\,\delta y\,\delta p + Q\,\delta p^2 \\ &+ 2P\,\delta y\,\delta q + 2R\,\delta p\,\delta q \\ &+ S\,\delta q^2 \end{aligned}\right\};$$

& comme la différentielle de $\alpha\,\delta y^2 + 2\,6\,\delta y\,\delta p + \gamma\,\delta p^2$ est

$$\begin{aligned} d\alpha\,\delta y^2 &+ 2\,d6\,\delta y\,\delta p + d\gamma\,\delta p^2 \\ &+ 2\,\alpha\,dx\,\delta y\,\delta p + 2\,6\,dx\,\delta p^2 \\ &+ 2\,6\,dx\,\delta y\,\delta q + 2\,\gamma\,dx\,\delta p\,\delta q; \end{aligned}$$

on aura

$$\delta\int v\,dx = (\alpha\delta y^2 + 2\beta\delta y\delta p + \gamma\delta p^2)^{0} - (\alpha\delta y^2 + 2\beta\delta y\delta p + \gamma\delta p^2)'$$

$$+\int dx\left\{\begin{array}{l}(M + \frac{d\alpha}{dx})\delta y^2 + 2(N + \alpha + \frac{d\beta}{dx})\delta y\delta p + 2(P + \beta)\delta y\delta q\\ + (Q + 2\beta + \frac{d\gamma}{dx})\delta p^2 + 2(R + \gamma)\delta p\delta q + S\delta q^2\end{array}\right\}.$$

Soit maintenant la quantité qui reste sous le signe $= \int dx$ $(\delta q + \mu\delta p + \lambda\delta y)^2$, on aura ces cinq équations

$$S\mu = R + \gamma,$$

$$S\lambda = P + \beta,$$

$$S\mu^2 = Q + 2\beta + \frac{d\gamma}{dx},$$

$$S\mu\lambda = N + \alpha + \frac{d\beta}{dx};$$

$$S\lambda^2 = M + \frac{d\alpha}{dx}:$$

Il est facile de voir que l'équation qui déterminera chacune des quantités α, β, γ, μ, λ, sera du troisième ordre; mais il suffit d'en connoître une, & les autres s'en déduisent immédiatement. On voit en même-temps qu'on aura trois constantes arbitraires, avec lesquelles il sera facile de faire en sorte que la quantité

$$(\alpha\delta y^2 + 2\beta\delta y\delta p + \gamma\delta p^2)^{0}$$
$$-(\alpha\delta y^2 + 2\beta\delta y\delta p + \gamma\delta p^2)';$$

soit ou zéro ou du même signe que S.

Donc l'intégrale $\int v\,dx$ *sera un* maximum, *si le coëfficient* $\frac{\partial\partial v}{\partial q^2}$ *est négatif, & un* minimum *s'il est positif.* Pour déterminer ce signe, on pourra faire usage de la relation des variables, tirée de l'équation *(c)*.

(III).

Il est facile de généraliser ce résultat, & d'en conclure que, si u est la dernière des quantités p, q, r, &c. comprises dans v, la quantité $\int v\,dx$ sera un *maximum* si $\frac{\partial\partial v}{\partial u^2}$ est négatif, & un *minimum* s'il est positif. En effet, si m est le nombre des quantités $p, q, r \ldots u$, ou le degré de différences contenu dans v, en procédant comme dans les deux exemples précédens, on verra que le nombre des coéfficiens indéterminés hors du signe, est $\frac{m(m+1)}{2}$; que le nombre des coéfficiens indéterminés compris dans le carré sous le signe, est m, & que la variation du second ordre de v contient le nombre de termes $\frac{(m+1)(m+2)}{2}$: on aura donc autant d'équations que d'inconnues, puisque $\frac{m(m+1)}{2} + m = \frac{(m+1)(m+2)}{2} - 1$; d'ailleurs, il n'est pas à craindre qu'aucune de ces équations soit une suite des autres ou incompatible avec elles, puisque chaque équation contient une lettre qui n'est point dans les autres.

Tout cela suppose que δx est zéro, & qu'on n'a égard qu'à la variation de y & de ses différences. Il sera bon d'examiner aussi le cas où δx & δy, ne sont nuls ni l'un ni l'autre; mais pour éviter la prolixité, nous nous bornerons au seul cas des différences premières.

(IV).

Considérons la formule $\int v dx$, dans laquelle v est fonction de x, y & p, & où l'on fait varier à la fois x, y, & leurs différences du premier ordre. La variation de $\int v dx$, tant du premier que du second ordre, sera $\int(dx\,\delta v + v\,d\delta x + \delta v\,d\delta x)$ ou $v\,\delta x + \int(dx\,\delta v - dv\,\delta x$

$+ \delta v d \delta x) +$ Conſt. & en développant tous les termes,

$$\delta \int v dx = (v \delta x)' + \int dx \left(\frac{\partial v}{\partial x} \delta x + \frac{\partial v}{\partial y} \delta y + \frac{\partial v}{\partial p} \delta p \right)$$

$$- (v \delta x)^{\circ} - \int \delta x \left(\frac{\partial v}{\partial x} dx + \frac{\partial v}{\partial y} dy + \frac{\partial v}{\partial p} dp \right),$$

$$+ \int dx \left\{ \frac{\partial \partial v}{2 \partial x^2} \delta x^2 + \frac{\partial \partial v}{2 \partial x \partial y} . 2 \delta x \delta y + \frac{\partial \partial v}{2 \partial y^2} \delta y^2 \right.$$

$$\left. + \frac{\partial \partial v}{2 \partial x \partial p} . 2 \delta x \delta p + \frac{\partial \partial v}{2 \partial y \partial p} . 2 \delta y \delta p + \frac{\partial \partial v}{2 \partial p^2} \delta p^2 \right\}$$

$$- \int \left(\frac{\partial v}{\partial x} \delta x d \delta x + \frac{\partial v}{\partial y} \delta y d \delta x + \frac{\partial v}{\partial p} \delta p d \delta x \right).$$

Si on développe à l'ordinaire, la partie du premier ordre, & qu'on l'égale à zéro, on aura l'équation

$$\frac{\partial v}{\partial y} dx - d \left(\frac{\partial v}{\partial p} \right) = 0 \ldots (d);$$

on aura en outre une équation pour les limites de l'intégrale, qu'il eſt inutile de rapporter.

Maintenant, pour diſtinguer ſi c'eſt un *maximum* ou un *minimum* que fournit l'équation (d), il faut développer la partie de la variation qui eſt du ſecond ordre. Mais ſi on ſe propoſoit de traiter cette ſeconde partie, comme nous avons fait dans les cas précédens, on ſeroit arrêté par le terme $\frac{\partial v}{\partial p} \delta p d \delta x$, qui ne ſe prêteroit point aux réductions convenables. Cette difficulté cependant n'auroit point lieu, ſi, ſans introduire la lettre p, on regardoit $v dx$ comme fonction des quantités diſtinctes x, y, dx, dy, fonction qui ſeroit homogène & d'une dimenſion, par rapport aux variables dx & dy. Mais ſans éluder ainſi la difficulté, nous obſerverons qu'elle tient à ce que le terme $dx \frac{\partial v}{\partial p} \delta p$,

qui se trouve dans la variation du premier ordre, en donne un dans la variation du second ordre, savoir $-\frac{\partial v}{\partial p}\delta p\, d\delta x$, ce qui fait disparoître le terme embarrassant. En effet, puisque $dy = p\,dx$, on a

$$\delta p = \frac{d\delta y - p\,d\delta x}{dx} - \frac{\delta p\, d\delta x}{dx},$$

& comme on n'a tenu compte que du terme $\frac{d\delta y - p\,d\delta x}{dx}$ dans la variation du premier ordre, il faut que le second se trouve dans celle du second ordre. Ainsi la valeur totale de $\delta\int v\,dx$, sera

$$\int dx \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial\partial v}{2\partial x^2}\delta x^2 + \frac{\partial\partial v}{2\partial x\partial y}.2\delta x\delta y + \frac{\partial\partial v}{2\partial y^2}\delta y^2 \\ + \frac{\partial\partial v}{2\partial x\partial p}.2\delta x\delta p + \frac{\partial\partial v}{2\partial y\partial p}.2\delta y\delta p + \frac{\partial\partial v}{2\partial p^2}\delta p^2 \end{array} \right\}$$
$$+ \int\left(\frac{\partial v}{\partial x}\delta x\, d\delta x + \frac{\partial v}{\partial y}\delta y\, d\delta x\right),$$

Je la représente pour abréger, par

$$\int\left\{ dx.\left[\begin{array}{l} F\delta x^2 + 2G\delta x\delta y + I\delta y^2 \\ \quad + 2H\delta x\delta p + 2K\delta y\delta p \\ \quad + L\delta p^2 \end{array}\right] \begin{array}{l} + \frac{\partial v}{\partial x}\delta x\, d\delta x \\ + \frac{\partial v}{\partial y}\delta y\, d\delta x \end{array} \right\}:$$

or, à cause de

$$d\delta y = \delta p\, dx + p\, d\delta x,$$

la différentielle de

$$\alpha\delta x^2 + 2\beta\delta x\delta y + \gamma\delta y^2$$

est

$$\begin{array}{l} d\alpha\delta x^2 + 2d\beta\delta x\delta y + d\gamma\delta y^2 \\ + 2\beta dx\delta x\delta p + 2\gamma dx\delta y\delta p \\ + (2\alpha + 2\beta p)\delta x\, d\delta x + (2\beta + 2\gamma p)\delta y\, d\delta x. \end{array}$$

Ajoutant cette quantité à celle qui est sous le signe, & supposant que la somme est de la forme

$$\int L\,dx\,(\delta p + \mu\,\delta y + \lambda\,\delta x)^2,$$

la valeur de $\delta \int v\,dx$ devient

$$\begin{aligned}\delta \int v\,dx = & (\alpha\,\delta x^2 + 2\,\beta\,\delta x\,\delta y + \gamma\,\delta y^2)'' \\ & - (\alpha\,\delta x^2 + 2\,\beta\,\delta x\,\delta y + \gamma\,\delta y^2)' \\ & + \int L\,dx\,(\delta p + \mu\,\delta y + \lambda\,\delta x)^2,\end{aligned}$$

& on a pour déterminer α, β, γ, μ, λ, les équations

$$L\,\mu = K + \gamma,$$
$$L\,\lambda = H + \beta,$$
$$L\,\mu^2 = I + \frac{d\,\gamma}{d\,x},$$
$$L\,\mu\lambda = G + \frac{d\,\beta}{d\,x},$$
$$L\,\lambda^2 = F + \frac{d\,\alpha}{d\,x},$$

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial v}{\partial x} + 2\,\beta\,p + 2\,\alpha = 0 \\ \frac{\partial v}{\partial y} + 2\,\gamma\,p + 2\,\beta = 0\end{aligned}\right\} \ldots\ldots (e).$$

Ces équations sont en plus grand nombre qu'il ne faut, aussi va-t-on voir qu'il y en a deux d'inutiles, & qui coïncident avec l'équation *(d)* donnée par la variation du premier ordre. On remarquera au reste, que cette surabondance d'équations a lieu aussi dans le premier ordre, puisqu'après avoir réduit ce qui est affecté du signe $\int$ à la forme $\int (P\,\delta x + Q\,\delta y)$, on a les équations $P = 0$, $Q = 0$, qui reviennent toutes deux à l'équation *(d)*. Observons d'abord qu'on a

$$d\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right) = 2\,F\,dx + 2\,G\,dy + 2\,H\,dp,$$

$$d\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right) = 2Gdx + 2Idy + 2Kdp,$$

$$d\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right) = 2Hdx + 2Kdy + 2Ldp;$$

donc, en différenciant les deux équations *(c)*, on aura

$$F + Gp + H\frac{dp}{dx} + \frac{d\alpha}{dx} + p\frac{d\beta}{dx} + \beta\frac{dp}{dx} = 0,$$

$$G + Ip + K\frac{dp}{dx} + \frac{d\beta}{dx} + p\frac{d\gamma}{dx} + \gamma\frac{dp}{dx} = 0.$$

Au moyen des cinq autres équations, celles-ci deviennent

$$L\lambda^2 + L\mu\lambda p + L\lambda\frac{dp}{dx} = 0,$$

$$L\mu\lambda + L\mu^2 p + L\mu\frac{dp}{dx} = 0,$$

& se réduisent par conséquent à la seule équation

$$\frac{dp}{dx} + \mu p + \lambda = 0;$$

or celle-ci ne diffère pas de l'équation *(d)*,

$$\frac{\partial v}{\partial y}dx - d\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right) = 0,$$

puisqu'en substituant les valeurs de $\frac{\partial v}{\partial y}$ & de $d\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)$, on a

$$\gamma p + \beta + H + Kp + L\frac{dp}{dx} = 0,$$

ou

$$L\lambda + L\mu p + L\frac{dp}{dx} = 0.$$

On peut donc regarder les sept équations trouvées comme se réduisant à cinq, & l'ordre à choisir pour

déterminer les cinq coéfficiens α, β, γ, μ, λ, femble être celui-ci:

$$\left(I + \frac{d\gamma}{dx}\right) L = (K + \gamma)^2;$$

$$\beta = -\gamma p - \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial \nu}{\partial y},$$

$$\alpha = -\beta p - \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial \nu}{\partial x},$$

$$\mu = \frac{K + \gamma}{L},$$

$$\lambda = \frac{H + \beta}{L}.$$

La valeur de γ renfermera une conftante arbitraire, en vertu de laquelle on pourra faire en forte que la partie dégagée du figne

$$(\alpha \delta x^2 + 2\beta \delta x \delta y + \gamma \delta y^2)^\circ - (\alpha \delta x^2 + 2\beta \delta x \delta y + \gamma \delta y^2)',$$

foit ou zéro ou du même figne que L.

Donc l'équation (d) *donnera un* maximum *pour l'intégrale* $\int \nu\, dx$ *fi le coéfficient* $\frac{\partial \partial \nu}{\partial p^2}$ *eft négatif, & un* minimum *s'il eft pofitif.*

V.

On doit entrevoir maintenant que la règle de l'*art. III*, doit avoir lieu dans tous les cas; mais fans nous jeter dans des calculs & des généralités fuperflues, nous nous contenterons d'examiner encore un cas affez étendu, celui où ν feroit fonction de x, y, p, & d'une quantité φ donnée par l'équation différentielle $d\varphi = \psi\, dx$, dans laquelle ψ eft pareillement fonction de x, y, p & φ; nous fuppoferons $\delta x = 0$, & nous aurons pour la valeur de $\delta \int \nu\, dx$, en y comprenant les termes du fecond ordre,

$$\delta\int v\,dx = \int dx \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial v}{\partial\varphi}\delta\varphi + \frac{\partial v}{\partial y}\delta y + \frac{\partial v}{\partial p}\delta p \\ + \frac{\partial\partial v}{2\partial\varphi^2}\delta\varphi^2 + \frac{\partial\partial v}{2\partial\varphi\partial y}\cdot 2\delta\varphi\delta y + \frac{\partial\partial v}{2\partial\varphi\partial p}\cdot 2\delta\varphi\delta p \\ + \frac{\partial\partial v}{2\partial y^2}\delta y^2 + \frac{\partial\partial v}{2\partial y\partial p}\cdot 2\delta y\delta p + \frac{\partial\partial v}{2\partial p^2}\cdot\delta p^2 \end{array} \right\}.$$

Je l'écris ainsi,

$$\delta\int v\,dx = \int dx \left(\begin{array}{l} A\delta\varphi + B\delta y + C\delta p + F\delta\varphi^2 + 2G\delta\varphi\delta y \\ + 2H\delta\varphi\delta p + I\delta y^2 + 2K\delta y\delta p + L\delta p^2 \end{array} \right);$$

& sans intégrer par parties les termes du premier ordre, je fais tout de suite

$$\int dx(A\delta\varphi + B\delta y + C\delta p) = \alpha\delta\varphi + \beta\delta y.$$

Différentiant & mettant au lieu de $d.\delta\varphi$ sa valeur $dx\,\delta\psi$ ou

$$dx\left(\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}\delta\varphi + \frac{\partial\psi}{\partial y}\delta y + \frac{\partial\psi}{\partial p}\delta p\right),$$

que je représente par

$$dx\,(A'\delta\varphi + B'\delta y + C'\delta p),$$

j'aurai

$$\left(A - \alpha A' - \frac{d\alpha}{dx}\right)\delta\varphi + \left(B - \alpha B' - \frac{d\beta}{dx}\right)\delta y$$
$$+ (C - \alpha C' - \beta)\,\delta p = 0;$$

d'où l'on tire les trois équations

$$A - \alpha A' - \frac{d\alpha}{dx} = 0,$$

$$B - \alpha B' - \frac{d\beta}{dx} = 0,$$

$$C - \alpha C' - \beta = 0.$$

Si on élimine α & β de ces trois équations, on aura la relation cherchée entre les variables x & y, ou l'équation

de la courbe, dans laquelle $\int v\,dx$ eſt un *maximum* ou un *minimum*. On peut tout de ſuite élinimer β, par ſa valeur $C - \alpha C'$, & il ne reſtera plus qu'à éliminer α des deux équations

$$A - \alpha A' - \frac{d\alpha}{dx} = 0,$$

$$B - \alpha B' - \frac{d(C - \alpha C')}{dx} = 0;$$

On aura en même-temps l'équation déterminée

$$(\alpha\,\delta\varphi + \beta\,\delta y)^0 - (\alpha\,\delta\varphi + \beta\,\delta y)' = 0,$$

qui ſe réduit à $(\beta\,\delta y)^0 - (\beta\,\delta y)' = 0$; car on doit ſuppoſer le premier $\delta\varphi = 0$, & le dernier α, ou $(\alpha)' = 0$, pour que dans la partie hors du ſigne, il ne reſte plus d'intégrale indéfinie dépendante de δy.

Maintenant, pour diſtinguer le *maximum* du *minimum*, traitons comme à l'ordinaire la variation du ſecond ordre, & ſuppoſons

$$\int dx \left\{ \begin{array}{l} F\,\delta\varphi^2 + 2G\,\delta\varphi\,\delta y + 2H\,\delta\varphi\,\delta p \\ + I\,\delta y^2 + 2K\,\delta y\,\delta p + L\,\delta p^2 \end{array} \right\}$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \theta\,\delta y^2 + 2\lambda\,\delta\varphi\,\delta y + \mu\,\delta\varphi^2 \\ + \int L\,dx\,(\delta p + \zeta\,\delta y + \xi\,\delta\varphi)^2 \end{array} \right\};$$

Nous aurons, en différentiant & égalant les termes ſemblables, dans les deux membres;

$$F = \frac{d\mu}{dx} + L\xi^2 + 2A'\mu,$$

$$G = \frac{d\lambda}{dx} + L\zeta\xi + A'\lambda + B'\mu,$$

$$H = \lambda + L\xi + C'\mu,$$

$$I = \frac{d\theta}{dx} + L\zeta^2 + 2B'\lambda,$$

$$K = \theta + L\zeta + C'\lambda.$$

Ces équations qui sont en même nombre que les cinq inconnues, μ, ξ, λ, ζ, θ, sont difficiles à résoudre, & conduisent à des différences du troisième ordre; mais il suffit d'en concevoir la possibilité, & comme on peut, par les constantes arbitraires, faire en sorte que toute la variation ait le même signe que L, on en conclura que l'intégrale $\int v\,dx$ sera un *maximum* si $\frac{\partial\partial v}{\partial p^2}$ est négatif, & un *minimum* s'il est positif.

Remarque I. Si la quantité $\int v\,dx$ ne devoit être *maximum* ou *minimum*, qu'en supposant une valeur donnée aux intégrales indéfinies $\int v'\,dx$, $\int v''\,dx$, $\int v'''\,dx$, &c; alors, en désignant par α, β, γ, &c. des constantes arbitraires, il faudroit, à l'ordinaire, égaler à zéro la variation du premier ordre de

$$\int(v\,dx + \alpha v'\,dx + \beta v''\,dx + \gamma v'''\,dx + \text{\&c.});$$

il faudroit ensuite prendre la variation du second ordre de cette formule: elle seroit la même que celle de $\int v\,dx$, & son signe indiqueroit si on a obtenu un *maximum* ou un *minimum*. Voyez l'*Exemple II* ci-après.

Remarque II. Si la quantité $\frac{\partial\partial v}{\partial x^2}$ de l'*article III* n'avoit pas le même signe dans toute l'étendue de la courbe, il y auroit lieu au *maximum* & au *minimum*, à la fois. On en verra un exemple dans le problème suivant.

VI.

Sur le solide de la moindre résistance.

Exemple I. Trouver la courbe dans laquelle $\int \frac{y\,dy^3}{dx^2 + dy^2}$, prise entre deux points donnés, soit un *minimum*.

Ce problème n'est autre chose que celui du solide de la moindre résistance que Newton a résolu le premier dans ses Principes, & qui a été traité depuis par beaucoup d'autres Géomètres. La matière n'est pas neuve; cependant, on verra qu'il restoit quelques observations à faire sur la nature de ce problème & sur la manière dont le calcul y satisfait.

En faisant $dy = p\,dx$, la quantité qui doit être un *minimum* devient $\int \frac{p^3 y}{1 + pp}\,dx$, & toutes les méthodes connues conduisent à l'équation $\frac{p^3 y}{(1 + pp)^2} = a$; d'où l'on tire

$$y = \frac{a(1 + pp)^2}{p^3}$$

$$x = a\left(\frac{3}{4p^4} + \frac{1}{p^2} + lp\right) + b.$$

Il est facile de trouver, d'après ces équations, la figure de la courbe; elle est composée de deux branches FB, FN, qui forment un point de rebroussement en F, où la tangente commune est inclinée de 60^d sur l'axe GD. Ces branches s'étendent toutes deux à l'infini: la première, dans laquelle p décroît depuis $\sqrt{3}$ jusqu'à zéro, a pour asymptote la parabole $y^4 = \frac{64}{27}\,a\,x^3$; la seconde, dans laquelle p croît depuis $\sqrt{3}$ jusqu'à l'infini, a pour asymptote la logarithmique $x - b = a\,l\frac{y}{a}$.

Fig. 1.

Pour savoir maintenant si on a obtenu le *minimum* qu'on desiroit, on appliquera la formule de *l'art. I*, & on trouvera

$$\frac{\partial\partial y}{\partial p^2} = \frac{2py(3 - p^2)}{(1 + pp)^2}.$$

Cette quantité est positive dans toute l'étendue de la branche FB où l'on a $p^2 < 3$; elle est au contraire négative dans l'autre branche FN, où l'on a $p^2 > 3$; d'où

il suit que la première seule donne le *minimum*, & la seconde le *maximum*.

Si on passe ensuite aux applications, & que des points donnés *A* & *B*, on abaisse sur l'axe les deux perpendiculaires *A C*, *B D*, il faudra considérer différens cas suivant la nature du trapèze *A B D C*. Lorsque l'angle *A B D* sera de plus de 30^d, il sera possible de faire passer, par les points *A* & *B*, la branche *parabolique A B* (du nom de son asymptote). Lorsque cet angle sera plus petit que 30^d, on pourra faire passer la branche *logarithmique;* mais lorsque cet angle sera précisément de 30^d, il ne sera plus possible de faire passer la courbe par les deux points donnés, & la solution précédente devient illusoire. Il en est de même lorsqu'un des points donnés tombe sur l'axe même *CD*. Fig. 2.

Il s'en faut donc beaucoup que la solution de ce problème, telle que l'analyse la présente, soit complette & donne dans tous les cas le *minimum* qu'on cherchoit; c'est qu'en effet le problème n'est point susceptible de *minimum* ni de *maximum* absolus, & que l'intégrale $\int \frac{y\,dy^3}{ds^2}$ prise entre deux points donnés, peut être aussi grande & aussi petite qu'on voudra.

Menons par les points donnés *A* & *B*, la ligne angleuse *A M B*; & supposons, pour plus de simplicité, que les deux parties *A M* & *M B* soient inclinées sur l'axe *C D* d'une même quantité *I*; la valeur de $\int \frac{y\,dy^3}{ds^2}$ dans cette ligne, sera $\frac{dy^2}{ds^2} \int y\,dy$, ou $\left(\frac{BD^2 - AC^2}{2}\right)$ fin.^{2} I, & pourra par conséquent être supposée aussi petite qu'on voudra. Si on exigeoit que la ligne qui joint les points *A* & *B* ne s'étendît pas au-delà de l'abscisse *C D*, on pourroit tracer une espèce de zigzag *A B*, dont les côtés seroient toujours inclinés de la quantité *I* sur l'axe *CD*. L'intégrale $\int \frac{y\,dy^3}{ds^2}$ auroit encore pour valeur $\left(\frac{BD^2 - AC^2}{2}\right)$ fin.$^2 I$; Fig. 3. Fig. 4.

& quoique ces lignes ſoient diſcontinues, on peut imaginer des courbes continues qui en imitent la figure, & dans leſquelles $\int \frac{y\,dy^3}{ds^2}$ ſoit par conſéquent au-deſſous de toute quantité donnée.

Fig. 5. Il n'y a point non plus de *maximum* abſolu; car ſi on joint les points *A* & *B* par la ligne *A M N B* dont la partie *A M* s'élève indéfiniment, & dont l'autre partie *M N B* faſſe un angle très-aigu avec l'axe *C D*, la quantité $\int \frac{y\,dy^3}{ds^2}$ qui ſera poſitive dans la première partie, & négative dans la ſeconde, deviendra auſſi grande qu'on voudra. Dans le cas où il faudroit que la ligne ne s'élevât pas au-deſſus du point *B*, la ligne anguleuſe *A F B* donneroit la plus grande valeur pour $\int \frac{y\,dy^3}{ds^2}$, ſavoir, $\frac{BD^2 - AC^2}{2}$.

Il réſulte de-là que les *minimum* & *maximum* obtenus dans quelques cas particuliers de notre problème, ne ſont que relatifs ou accidentels. Mais on voit aiſément que l'intégrale $\int \frac{y\,dy^3}{ds^2}$ deviendroit ſuſceptible de *maximum* & de *minimum* abſolus, ſi on fixoit, par exemple, la longueur de la courbe; alors on a l'équation

$$y = \frac{(1 + pp)^2}{p^3} \cdot \left[\frac{a}{\sqrt{(1 + pp)}} + b. \right]$$

Et ſi on ſe borne à un cas particulier, on pourra faire $b = 0$, & la courbe conſtruite d'après l'équation

$$y = \frac{a(1 + pp)^{\frac{3}{2}}}{p^3}$$

pourra toujours paſſer par les deux points donnés. Elle donnera un *minimum* abſolu pour la formule $\int \frac{y\,dy^3}{ds^2}$, non pas entre toutes les courbes poſſibles menées par les deux

deux points donnés, mais entre toutes celles qui lui feroient égales en longueur. Cette courbe aura l'avantage de satisfaire à tous les cas, mais elle ne donnera pas une valeur de $\int \frac{y\,dy^2}{ds^2}$, aussi petite que la courbe connue

$$y = \frac{a(1 + pp)^2}{p^3},$$

dans les cas où celle-ci peut satisfaire.

V I I.

Sur la Chaînette.

EXEMPLE II. Entre toutes les courbes de même longueur qui passent par deux points donnés, déterminer celle dans laquelle $\int y\,ds$ soit un *maximum.*

Il faut égaler à zéro la variation de $\int (y + a)\,ds$, a étant un arbitraire qu'on déterminera par les conditions du problème. On trouve à l'ordinaire, l'équation

$$d\left[\frac{(y + a)\,dy}{ds}\right] = ds,$$

qui étant intégrée & séparée, donne

$$dx = \frac{\pm\, b\,dy}{\sqrt{[(y + a)^2 - b^2]}};$$

& suivant les formules ci-dessus, on aura un *maximum*, si $y + a$ est négatif, & un *minimum* s'il est positif.

Or, l'équation $d\left[\frac{(y + a)\,dy}{ds}\right] = ds$, où il n'y a point d'ambiguité de signe, donne le rayon de la dévelopée

$$= -(y + a)\sqrt{(1 + pp)};$$

donc, lorsque la courbe sera concave par rapport à son axe, ce qui arrive à la chaînette ordinaire, la quantité $y + a$

fera négative, c'eſt-à-dire que la conſtante a ſera négative & plus grande que y; donc il y aura *maximum* pour la quantité $\int (y + a)\, ds$, ou ſimplement pour $\int y\, ds$, puiſque $\int ds$ eſt conſtant.

Si au contraire le ſommet de la courbe eſt dirigé dans un autre ſens, le rayon de la développée ſeroit négatif, & le centre de gravité ſeroit le moins abaiſſé qu'il eſt poſſible. Il eſt clair en effet qu'entre deux points donnés, avec une longueur donnée, on peut décrire une chaînette dans deux ſens différens: dans l'un le centre de gravité ſera le plus bas poſſible, c'eſt le cas de la chaînette ordinaire; dans l'autre il ſera le plus haut poſſible, c'eſt le cas des globules arrangés en voûte & ſe ſoutenant par leur propre poids.

Si la conſtante $a = 0$, il ne ſera plus queſtion de la longueur de la courbe, & l'équation $d\left(\frac{y\, dy}{ds}\right) = ds$ ſatisfera au cas où l'on demanderoit entre toutes les courbes aſſujetties ſeulement à paſſer par deux points donnés, celle dans laquelle $\int y\, ds$ eſt un *maximum* ou un *minimum*. Cette courbe ſeroit toujours la chaînette repréſentée par l'équation

$$dx = \frac{\pm b\, dy}{\sqrt{(y^2 - b^2)}};$$

elle ſeroit convexe par rapport à la ligne des abſciſſes, & le *minimum* ſeul auroit lieu, puiſque $y + a$ deviendroit y, & par conſéquent poſitif.

Je remarquerai en paſſant, que la figure d'une corde ſollicitée par des puiſſances quelconques ſur une ſurface donnée, eſt ſuſceptible d'une propriété ſemblable de *maximum* ou de *minimum*; car, ſoient $dz = A\, dx + B\, dy$, l'équation de la ſurface; X, Y, Z, les forces qui ſollicitent chaque point de la corde parallèlement aux coordonnées x, y, z; ſi ces forces ſont telles que $X dx + Y dy + Z dz$

soit une différentielle exacte que j'appelle $d P$, la quantité $\int (P + a) d s$ sera *maximum* ou *minimum*. On trouve, d'après cette condition, l'équation de la courbe

$$ds(Y + BZ) = d\left(\frac{P d y}{d s}\right) + B d\left(\frac{P d z}{d s}\right),$$

qu'il faut combiner avec l'équation de la surface. Si la quantité $X d x + Y d y + Z d z$ n'étoit pas une différentielle exacte, l'équation précédente auroit toujours lieu, mais l'intégrale $\int P d s$ ne seroit plus *maximum* ou *minimum*.

VIII.

Sur le Cercle.

EXEMPLE III. Étant donnés l'abscisse $C D$, les deux ordonnées $A C$, $B D$, & la longueur de la courbe $A M B$, si la surface $A B D C$ est un *maximum* ou un *minimum*, on trouve que la courbe $A M B$ doit être un arc de cercle concave ou convexe par rapport à l'axe $C D$, selon qu'on veut avoir un *maximum* ou un *minimum*.

Telle est la solution ordinaire de ce problème, & les formules ci-dessus constatent l'existence du *maximum* & du *minimum* dans les deux cas; mais si on exige que la surface $A B C D$ soit absolument comprise entre les deux parallèles $A C$, $B D$, l'arc de cercle qui passeroit par les points A & B, ne satisfera pas toujours à la question, parce qu'une partie de cet arc pourroit tomber hors de l'abscisse $C D$. Fig. 6.
Pour avoir la vraie solution dans tous les cas, supposons que la ligne qui satisfait est $A E G B$, appelons les ordonnées extrêmes $C E = f$, $D G = g$; & puisque la longueur de la courbe est donnée, on aura Fig. 7.

$$\delta f + \delta g + \delta \int \sqrt{(d x^2 + d y^2)} = 0.$$

D'un autre côté, la surface $\int y d x$ étant un *maximum*, on a

$$\delta \int y d x = 0;$$

donc, en supposant $\delta x = 0$, & introduisant l'arbitraire c, on aura

$$0 = \delta f + \delta g + \int \left[\frac{dy}{ds} d\delta y + \frac{dx}{c} \delta y \right].$$

Or,

$$\int \frac{dy}{ds} d\delta y = \frac{dy}{ds} \delta y - \int \delta y \, d\left(\frac{dy}{ds}\right);$$

donc, si on représente par $\left(\frac{dy}{ds}\right)^0$ & par $\left(\frac{dy}{ds}\right)^1$ les valeurs de $\frac{dy}{ds}$ en E & en G, on aura

$$0 = \delta f \left[1 - \left(\frac{dy}{ds}\right)^0 \right]$$
$$+ \delta g \left[1 + \left(\frac{dy}{ds}\right)^1 \right]$$
$$- \int \delta y \left[d\left(\frac{dy}{ds}\right) - \frac{dx}{c} \right]$$

d'où résultent les trois équations

$$d\left(\frac{dy}{ds}\right) - \frac{dx}{c} = 0 \ldots\ldots (1)$$
$$\delta f \left[1 - \left(\frac{dy}{ds}\right)^0 \right] = 0 \ldots\ldots (2)$$
$$\delta g \left[1 + \left(\frac{dy}{ds}\right)^1 \right] = 0 \ldots\ldots (3).$$

L'équation (1) donne encore un cercle pour la courbe EG; quant aux deux autres, elles peuvent avoir lieu de plusieurs manières.

Fig. 8. 1.° Si l'arc de cercle peut passer par les deux points A & B sans sortir de l'espace compris entre les parallèles AC, BD, f & g seront constans, & on aura

$$\delta f = 0, \delta g = 0,$$

ce qui satisfait aux équations (2) & (3).

2.° Si l'arc de cercle peut passer seulement par le point B, l'équation (3) aura lieu: mais pour satisfaire à l'équation (2), il faudra supposer $(\frac{dy}{ds})^{\circ} = 1$; donc alors l'arc de cercle touchera en E l'ordonnée EC.

3.° Si l'arc de cercle de l'équation (1) ne peut passer par aucun des points A & B, sans sortir de l'espace compris entre les parallèles, alors f & g ne seront constans ni l'un ni l'autre; & pour satisfaire aux équations (2) & (3), il faudra supposer à la fois $(\frac{dy}{ds})^{\circ} = 1$ & $(\frac{dy}{ds})^{\prime} = -1$; donc l'arc EG touchera les deux ordonnées EC, GD, & sera par conséquent une demi-circonférence. Fig. 9.

Les limites de ces différens cas sont faciles à établir. Soit la longueur donnée de A en $B = l$, $BL = m$, $AL = n$, le premier cas aura lieu si on suppose

$$l < \frac{m^2 + n^2}{n} A.\ \text{tang.} \frac{n}{m};$$

le second, si

$$l > \frac{m^2 + n^2}{n} A.\ \text{tang.} \frac{n}{m} \ \&< m + n\frac{\pi}{2};$$

le troisième, si $l > m + n\frac{\pi}{2}$, π étant la demi-circonférence dont le rayon est 1. Appelons, dans tous les cas, r le rayon de l'arc à décrire, & φ l'arc semblable pour le rayon 1; on aura dans le premier cas, Fig. 6.

$$r\varphi = l$$

$$2r\ \text{sin.} \tfrac{1}{2}\varphi = \sqrt{(m^2 + n^2)};$$

donc

$$\frac{\frac{1}{2}\varphi}{\text{sin.} \frac{1}{2}\varphi} = \frac{l}{\sqrt{(m^2 + n^2)}}.$$

Dans le second cas, soit de plus $AE = z$, on aura, Fig. 8.

pour déterminer r, φ, z, les trois équations

$$z + r\varphi = l$$

$$z + r \,\text{fin.}\, \varphi = m$$

$$r(1 - \text{cof.}\,\varphi) = n;$$

d'où réfulte

$$\frac{\varphi - \text{fin.}\,\varphi}{1 - \text{cof.}\,\varphi} = \frac{l - m}{m - n}.$$

Fig. 9. Enfin, dans le troifième cas, foit encore $BG = u$; l'arc cherché devient la demi-circonférence dont le diamètre $= n$, & il ne refte plus à trouver que u & z qui feront connues par les équations

$$z - u = m,$$

$$z + u = l - \frac{\pi n}{2}.$$

Les formules pour le *minimum* de furface, font abfolument les mêmes, il faudroit feulement que l'arc de cercle fût concave par rapport à l'axe CD, & que les points F & G fuffent pris en fens contraire.

I X.

Sur la Cycloïde.

Fig. 10. EXEMPLE IV. Deux courbes CE, DI, étant données dans un plan vertical, fi on cherche une troifième courbe CD, par laquelle un corps pefant puiffe defcendre de l'une à l'autre dans le moindre temps poffible, on trouve que cette courbe eft une cycloïde dont la bafe eft horizontale.

Quant aux extrémités C & D, elles doivent être déterminées différemment, fuivant les hypothèfes qu'on peut faire fur la vîteffe initiale. Si la vîteffe à l'origine C eft dûe à la hauteur CB, ordonnée de la courbe CE, les deux courbes CE & DI doivent être coupées à angles droits

par la cycloïde *CD*. Mais si la vîtesse à l'origine *C* doit être constante ou zéro, la courbe *DI* seulement sera coupée à angles droits, & les tangentes des courbes *CE, DI*, aux extrémités *C* & *D*, seront parallèles.

Le premier cas n'a pas de difficulté, & l'existence du *minimum* se conclud tout de suite des formules ci-dessus. Il n'en est pas de même du second cas, où la vîtesse initiale est donnée; alors il faut considérer l'influence de la variation du premier point sur toute l'intégrale, ce qui exige un calcul particulier. M. le chevalier de Borda[a] est le premier qui se soit aperçu de la différence de ces deux cas, & qui ait donné la vraie solution du second; solution que M. de la Grange[b] a conclue ensuite de ses formules, en leur donnant l'extension nécessaire. On ne sera peut-être pas fâché de trouver ici la même proposition démontrée d'une manière presque synthétique & fort simple.

[a] *Mém. de l'Académie, 1764.*

[b] *Mém. de Turin, tome IV.*

La vîtesse initiale étant dûe à la hauteur donnée *h*, qui peut devenir zéro, on a deux choses à démontrer: 1.° que la courbe *DI* est coupée à angles droits par la cycloïde; 2.° que les tangentes en *C* & *D* aux courbes *CE* & *DI*, sont parallèles.

La première partie ne souffre pas de difficulté, puisque si le dernier élément δD n'étoit pas perpendiculaire à la courbe *DI*, on pourroit lui substituer l'élément $\delta\epsilon$, perpendiculaire à cette courbe, & par lequel le temps seroit plus court.

Pour démontrer la seconde partie, soit

$$AB = X,\ CO = BE' = a,\ AE' = X',$$
$$BC = Y,\ OD = y,\ E'D = Y';$$

on aura

$$X' = X + x,\ \&\ Y' = Y + y:$$

& si les points *C* & *D* passent en *c* & *d*, désignant par la

caractéristique δ les différences analogues à ce mouvement, on aura

$$\delta X' = \delta X + \delta x, \ \& \ \delta Y' = \delta Y + \delta y.$$

Or le temps par CD doit être un *minimum*, & la hauteur dûe à la vîtesse en C doit être égale à l'ordonnée CK de la cycloïde, LQ étant sa base; ces deux conditions donneront les valeurs de δx & δy, par le moyen de δa, a étant le diamètre du cercle générateur. On pourra donc supposer

$$\delta x = \mu \delta a, \ \delta y = \nu \delta a;$$

d'où résulte

$$\frac{\delta X' - \delta X}{\delta Y' - \delta Y} = \frac{\mu}{\nu}.$$

Le rapport $\frac{\delta X}{\delta Y}$ est connu dans la courbe CH, ainsi que le rapport $\frac{\delta X'}{\delta Y'}$ dans la courbe DI; il faut donc par l'équation précédente, que ces deux rapports soient égaux, puisque $\delta X'$ & δX sont indépendans l'un de l'autre, ainsi que $\delta Y'$ & δY; donc les tangentes en C & D sont parallèles.

Si on ne veut pas supposer la première partie démontrée, il faudra calculer les valeurs de μ & ν. Soit donc, comme ci-dessus, LQ la base de la cycloïde; a, le diamètre du cercle générateur; $CK = h$; l'angle $LCK = \psi$; & l'angle $CDO = \phi$, on aura, par la nature de cette courbe,

$$h = \tfrac{1}{2}a.(1 - \text{cos}.\,2\psi),$$

$$y = \tfrac{1}{2}a.(\text{cos}.\,2\psi - \text{cos}.\,2\phi),$$

$$x = \tfrac{1}{2}a.(2\phi - \text{sin}.\,2\phi) - \tfrac{1}{2}a.(2\psi - \text{sin}.\,2\psi);$$

& $\int \frac{\sqrt{(dx^2 + dy^2)}}{\sqrt{y}}$, ou le temps par $CD = (\phi - \psi)\, 2\sqrt{a}$.

Ce

Ce temps étant un *minimum*, on aura

$$\delta(\varphi - \psi)\sqrt{a} = 0;$$

d'un autre côté, la valeur de h donne

$$\delta(a \sin.^2 \psi) = 0:$$

tirant de ces deux équations les valeurs de $\delta\varphi$ & $\delta\psi$, on les substituera dans celles de δy & δx, ce qui donnera

$$\delta y = \delta a \sin.\varphi \cos.\varphi (\text{tang}.\varphi - \varphi + \psi - \text{tang}.\psi),$$
$$\delta x = - \delta a \cos.^2 \varphi (\text{tang}.\varphi - \varphi + \psi - \text{tang}.\psi);$$

d'où l'on conclut

$$\frac{\delta X' - \delta X}{\delta Y' - \delta Y} = \frac{\delta x}{\delta y} = - \cot.\varphi,$$

& par conséquent,

$$\frac{\delta X'}{\delta Y'} = \frac{\delta X}{\delta Y} = - \cot.\varphi,$$

ce qui renferme les deux parties de notre proposition.

Pour s'assurer maintenant de l'existence du *minimum*, considérons la question d'une manière purement analytique. Soit la première ordonnée

$$CB = c, \quad AP = x, \quad PM = y,$$

la hauteur dûe à la vîtesse en $C = h$, le temps par l'arc CD sera $\int \frac{\sqrt{(dx^2 + dy^2)}}{\sqrt{(h + y - c)}}$, ou simplement $\int \frac{\sqrt{(dx^2 + dy^2)}}{\sqrt{(y - c)}}$, parce qu'au lieu de $h + y$, on peut mettre y; mais alors, c devient la valeur initiale de $y - h$, & non celle de y.

La quantité c qui se trouve dans cette formule, & dont la variation influe sur toute l'intégrale, est cause que les formules ci-dessus ne sont point applicables. Nous aurions pu

construire des formules générales pour tous les cas semblables, mais il suffira d'examiner ce cas particulier, qui offre encore assez de difficultés. On verra que le résultat est toujours conforme à la règle générale de l'*article III*.

Soient, pour abréger,

$$\delta x = \alpha,\ \delta y = \mathcal{C},\ \delta c = \gamma,\ dy = p\,dx,$$

$$\sqrt{(dx^2 + dy^2)} = ds,\ \frac{ds}{\sqrt{(y-c)}} = dt;$$

la variation de $\int \frac{\sqrt{(dx^2 + dy^2)}}{\sqrt{(y-c)}}$ sera, en y comprenant les termes du second ordre

$$S.\left\{\begin{array}{l} \frac{dx\,dt}{ds^2}(d\alpha + p\,d\mathcal{C}) + \frac{dx^2\,dt}{2\,ds^4}(d\mathcal{C} - p\,d\alpha)^2 \\ + \frac{dt\,(\gamma - \mathcal{C})}{2\,(y-c)} + \frac{dx\,dt}{2\,ds^2}(d\alpha + p\,d\mathcal{C})\left(\frac{\gamma - \mathcal{C}}{y-c}\right)^2 \\ \qquad + \frac{3\,dt}{8}\left(\frac{\gamma - \mathcal{C}}{y-c}\right)^2 \end{array}\right\}.$$

Développant la partie du premier ordre, on a l'équation de la cycloïde

$$\frac{ds.\sqrt{(y-c)}}{dx} = \sqrt{a}.$$

On a aussi deux équations déterminées, qui donnent, pour les extrémités de la courbe, les mêmes conditions que ci-dessus. Il reste à développer la partie du second ordre,

$$\int.\left[\frac{dx^4\,dt}{2\,ds^4}\left(\frac{d\mathcal{C} - p\,d\alpha}{dx}\right)^2 + \frac{dx^2\,dt}{2\,ds^2}\left(\frac{d\alpha + p\,d\mathcal{C}}{dx}\right)\left(\frac{\gamma - \mathcal{C}}{y-c}\right) + \frac{3\,dt}{8}\left(\frac{\gamma - \mathcal{C}}{y-c}\right)^2\right],$$

& à faire voir qu'elle se réduit toujours à une quantité positive. Supposons donc que cette quantité, intégrée en partie, soit égale à l'expression

$$A\alpha^2 + 2B\alpha\mathcal{C} + 2C\alpha\gamma + D\mathcal{C}^2 + 2E\mathcal{C}\gamma + F\gamma^2$$
$$+ \int \frac{dx^4\,dt}{2\,ds^4}\left(\frac{d\mathcal{C} - p\,d\alpha}{dx} + P\alpha + Q\mathcal{C} + R\gamma\right)^2.$$

Différenciant de part & d'autre, comparant les termes ſemblables, & faiſant, pour abréger, $\frac{dx^3 dt}{2ds^4} = \pi$, on aura les douze équations

$$(1)\quad \frac{dA}{dx} + \pi P^2 = 0,$$

$$(2)\quad \frac{dB}{dx} + \pi PQ = 0,$$

$$(3)\quad \frac{dC}{dx} + \pi PR = 0,$$

$$(4)\quad \frac{dD}{dx} + \pi Q^2 = \frac{3dt}{8dx(y-c)^2},$$

$$(5)\quad \frac{dE}{dx} + \pi QR = \frac{-3dt}{8dx(y-c)^2},$$

$$(6)\quad \frac{dF}{dx} + \pi R^2 = \frac{3dt}{8dx(y-c)^2},$$

$$(7)\quad A - \pi pP = 0,$$

$$(8)\quad B + \pi P = 0,$$

$$(9)\quad B - \pi pQ = \frac{-dxdt}{4ds^2(y-c)},$$

$$(10)\quad C - \pi pR = \frac{dxdt}{4ds^2(y-c)},$$

$$(11)\quad D + \pi Q = \frac{-pdxdt}{4ds^2(y-c)},$$

$$(12)\quad E + \pi R = \frac{pdxdt}{4ds^2(y-c)}.$$

Puiſqu'il y a plus d'équations que d'inconnues, il faut que trois de ces équations ſoient une ſuite des neuf autres, en ſuppoſant du moins la relation des variables, donnée par l'équation $d\left[\frac{ds\sqrt{(y-c)}}{dx}\right] = 0$; c'eſt ce qu'il ſera facile de reconnoître de pluſieurs manières. On trouvera,

par exemple, que l'équation (9) est une suite des équations (1), (2), (7) & (8); que l'équation (4) est une suite des mêmes équations & de l'équation (11); qu'enfin l'équation (5) est comprise dans les équations (3), (8), (9), (10) & (12) : il reste donc neuf équations pour déterminer les neuf inconnues $A, B, C, D, E, F, P, Q, R$. On pourra choisir à cet effet l'ordre suivant:

$$(\alpha') \ldots\ldots \frac{dA}{AA} + \frac{ds^3}{dy^2}\sqrt{(y-c)} = 0,$$

$$(\mathsf{G}') \ldots\ldots Cdx + \frac{\pi p^2}{A}dC = \frac{dx^2 dt}{4ds^2(y-c)^2},$$

$$P - \frac{A}{\pi p} = 0,$$

$$R - \frac{C}{\pi p} = \frac{-ds^2}{2pdx^2(y-c)},$$

$$B + \frac{A}{p} = 0,$$

$$E + \frac{C}{p} = \frac{dt}{4pdx(y-c)},$$

$$Qp + P = \frac{ds^2}{2dx^2(y-c)},$$

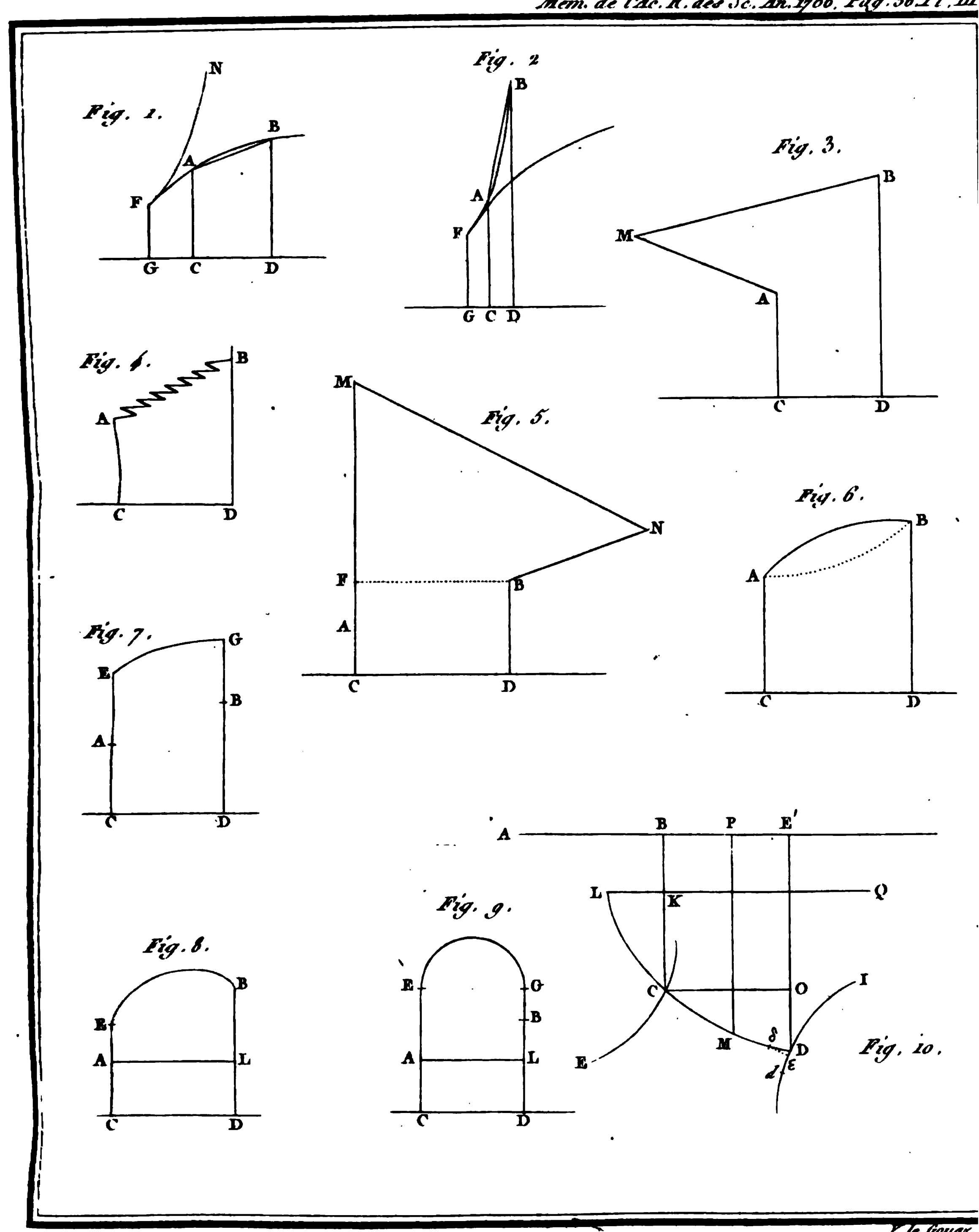
$$pD - \frac{A}{p} = \frac{-dt}{4dx(y-c)}.$$

$$(\gamma') \ldots dF + \pi R^2 dx = \frac{3dt}{8(y-c)^2},$$

Les équations (α') & (G') introduiront deux constantes arbitraires, avec lesquelles on pourra faire en sorte que la partie de la variation dégagée du signe, savoir:

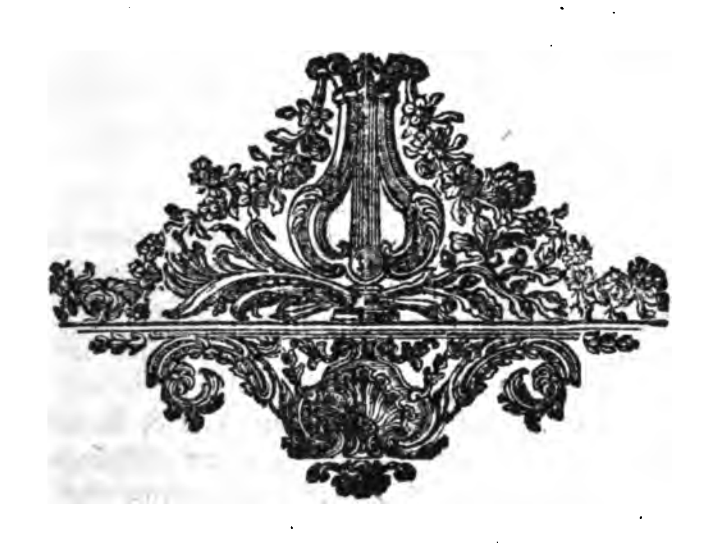
$$(A\delta x^2 + 2B\delta x\delta y + 2C\gamma dx + D\delta y^2 + 2E\gamma\delta y + F\gamma^2)'$$
$$-(A\delta x^2 + 2B\delta x\delta y + 2C\gamma dx + D\delta y^2 + 2E\gamma\delta y + F\gamma^2)^0,$$

soit positive; d'où l'on conclud que la cycloïde donne en effet le *minimum* qu'on desiroit.


Fig. 1.
N
B
A
F
G
C
D
Fig. 2
B
A
F
G
C
D
Fig. 3.
B
M
A
C
D
Fig. 4.
B
A
C
D
M
Fig. 5.
N
F
B
A
C
D
Fig. 6.
B
A
C
D
Fig. 7.
G
E
B
A
C
D
A
B
P
E'
L
K
Q
C
O
I
E
M
δ
D
d
ε
Fig. 10.
Fig. 8.
B
E
A
L
C
D
Fig. 9.
E
G
B
A
L
C
D

Y. le Gouaz.

Je ne doute pas qu'on ne puiſſe parvenir à ce réſultat d'une manière plus ſimple, en le déduiſant d'une théorie générale où les équations identiques deviendroient plus ſenſibles. Mais il paroît certain que quelque route qu'on prenne, le nombre des coéfficiens inconnus ſera toujours le même, & qu'ainſi la queſtion de diſtinguer un *maximum* d'un *minimum* n'eſt pas auſſi ſimple qu'elle pouvoit paroître au premier coup-d'œil.



TROISIÈME MÉMOIRE

Pour servir à l'Histoire anatomique des Tendons, ou Suite de la seconde Partie, & de la Description particulière des Capsules muqueuses des tendons.

Par M. DE FOURCROY.

ARTICLE III.

Des Capsules muqueuses propres aux tendons qui glissent sur les extrémités inférieures du radius, du cubitus, & qui s'attachent au carpe, au métacarpe & aux phalanges.

LES tendons des muscles qui prennent leur naissance aux deux condyles de l'humérus, à la partie supérieure des os de l'avant-bras, & qui s'attachent aux différens os de la main, sont placés à côté les uns des autres, & occupent, par une disposition particulière, le moins d'étendue qu'il est possible sur la convexité & la concavité de la main. Comme ces tendons glissent réciproquement les uns sur les autres, & opèrent des mouvemens aussi multipliés que fréquens, il n'est point étonnant qu'ils présentent entr'eux une grande quantité de capsules muqueuses qui, en les fixant à leur place, facilitent cependant avec beaucoup d'avantage leur glissement,

Ces capsules muqueuses diffèrent, par leur structure & par leur forme, de celles que nous avons décrites autour des articulations scapulaire & cubitale de l'os du bras; elles ne sont point ovales & comprimées comme ces dernières, la plupart sont au contraire fort alongées; elles

enveloppent les tendons en forme de gaines, & elles appartiennent aux capſules que nous avons diſtinguées par cette dénomination. Comme la plupart ont une ſtructure parfaitement ſemblable les unes aux autres, nous ne les décrirons pas avec autant d'étendue que celles qui ont fait l'objet des deux articles précédens.

§. I.

Après avoir enlevé la couche aponévrotique très-mince, qui recouvre les muſcles ſitués à la face interne de l'avant-bras, & qui diſparoît tout-à-fait à leurs parties inférieures, on aperçoit les tendons ſuperficiels du radial interne, du long palmaire & du cubital interne. Il n'y a que le premier de ces muſcles qui ait une capſule muqueuſe bien marquée; ſon tendon paroît recouvert au bas de l'avant-bras par une membrane légère qu'on peut enlever de ſa ſurface, & qui eſt le principe de cette capſule. Lorſqu'on la détache juſqu'au ligament annulaire interne, on reconnoît qu'elle augmente d'épaiſſeur en cet endroit, & qu'elle ſuit le tendon ſous ce ligament. En coupant ce dernier, on voit que cette capſule eſt membraneuſe, filamenteuſe, & qu'elle ne ſe termine qu'à l'inſertion même du tendon à la partie ſupérieure du ſecond os du métacarpe. Cette capſule adhère au tendon du côté du ligament annulaire auquel elle en lie les fibres, mais elle eſt libre du côté du pouce, & laiſſe gliſſer le tendon dans une gouttière oſſeuſe, creuſée en grande partie ſur le trapèze, dont la ſurface eſt légèrement cartilagineuſe & brillante: on trouve une quantité aſſez remarquable de ſynovie dans cet endroit; quelquefois le tendon eſt adhérent à cette gouttière du trapèze. *Albinus* a connu cette dernière ſtructure, mais il n'a pas décrit la capſule *radiale interne* dont nous nous occupons *(a)*. *Winſlow* & M. *Sabatier* n'en ont fait aucune mention.

(a) Hiſt. muſculor. *lib. III, pag. 476.*

Jancke l'a indiquée d'une manière générale & ſans deſcription *(b)*.

Ce dernier Anatomiſte annonce une capſule entre le tendon du cubital interne & l'os orbiculaire ou pyſiforme *(c)*; je n'ai jamais trouvé cette capſule, & j'ai toujours vu ce tendon recouvrir & envelopper très-intimement l'os orbiculaire, de manière que ce dernier ſemble être un os ſéſamoïde propre au cubital interne, dont l'inſertion ſe prolonge juſqu'au quatrième os du métacarpe, ſuivant l'obſervation d'*Albinus (d)*.

§. II.

Quoique le principe des tendons du ſublime ſemble appartenir, par ſa ſituation, à la couche externe des muſcles de la face interne de l'avant-bras, il ſe plonge aſſez profondément pour paſſer ſous le ligament annulaire, & il offre dans ce paſſage une capſule muqueuſe, dont la ſtructure doit être décrite avec ſoin. *Winſlow* a connu cette capſule, il en a donné une aſſez bonne idée, en diſant « que » les quatre tendons du ſublime s'amaſſent dans une eſpèce » de gaine membraneuſe & mucilagineuſe commune, qui » fournit à chaque tendon encore une gaine particulière plus fine » *(e)*. *Albinus* en a parlé avec un peu plus de détail, & l'a conſidérée comme une eſpèce de gaine *(f)*. *Jancke* l'a annoncée comme double; l'une ſituée dans le milieu du ligament annulaire, l'autre à la partie externe de ce ligament *(g)*. M. *Sabatier* n'a pas oublié cette capſule dans ſa myologie *(h)*. Voici la ſtructure qu'elle m'a

(b) Loc. cit. pag. 12. (a). *Similis etiam inter tendinem radialis interni & ligamentum palmare tranſverſum, ſuper quod ille tranſit.*

(c) Page 14.

(d) Hiſtor. muſculor. *lib. VIII, p. 472.*

(e) Expoſ. anatom. *in-4.° p. 204. 2.° col. n.° 317.*

(f) Loc. cit. *pag. 480.*

(g) Loco citato, *pag. 13.* Litt. (g) (h).

« *(h)* Un tiſſu cellulaire les unit (les tendons du ſublime) en cet « endroit, & les joint en même-temps » à ceux du profond ». *Traité d'anatomie; de la Myologie, tome I, page 302.*

constamment

conſtamment préſentée en l'examinant avec beaucoup de ſoin & ſur un grand nombre de ſujets. En coupant le ligament annulaire interne du carpe, on trouve le paquet des tendons du ſublime, lié avec ceux du long fléchiſſeur du pouce & du profond, par une membrane lâche, aſſez volumineuſe, dont la couche externe, ſoulevée avec la pince, paroît être dure, réſiſtante, & comme tendineuſe. Il ſemble très-difficile, au premier aſpect, de débrouiller la ſtructure de ces filamens membraneux & muqueux, qui brident & raſſemblent en un ſeul paquet les neuf tendons du ſublime, du profond & du long fléchiſſeur du pouce; cependant en les développant avec ſoin, en les fendant dans pluſieurs endroits, & en les enlevant couche par couche, je ſuis parvenu à reconnoître qu'ils ont une forme déterminée, & qu'ils compoſent différentes capſules *en gaine*, renfermées les unes dans les autres, de la manière ſuivante. La face externe de ces faiſceaux membraneux eſt d'une couleur griſe-terne, remplie de filamens rougeâtres, plus apparens lorſqu'on la tire à l'une de ſes extrémités; ces filamens forment une eſpèce de couche extérieure & acceſſoire que l'on peut détacher ſans détruire la membrane capſulaire. Après cette première diſſection, on trouve cette membrane tranſparente aſſez dure, quoique d'un tiſſu fin, & qui enveloppe tous les tendons déſignés, en paſſant par-deſſous pour s'attacher par des brides muqueuſes aux ligamens des articulations du carpe: elle forme une capſule générale ou commune. Si l'on ouvre cette première gaine, on en trouve une ſeconde dans ſon intérieur, moins étendue qu'elle, d'un tiſſu moins ſerré, & plus manifeſtement muqueuſe. Celle-ci forme cinq gaines particulières, dont la première, du côté du radius, enveloppe & ſuit le tendon du long fléchiſſeur du pouce; la ſeconde recouvre & réunit ceux du ſublime & du profond, qui ſe portent enſemble au doigt médius; & les trois autres renferment de la même manière les tendons de ces deux muſcles qui vont ſe fixer aux trois autres doigts. Chacune de ces ſecondes

capſules alongées ſuit les tendons, qu'elle enveloppe juſqu'à la baſe de la première phalange des doigts auxquels ils correſpondent, & ſe termine tout-à-coup au-deſſous du premier ligament annulaire digital. La face externe de ces capſules intérieures ne gliſſe point librement ſur la face interne de la capſule commune, tandis qu'elle paroît gliſſer en partie ſur la ſurface des deux tendons réunis. La capſule externe ou commune ne recouvre ces gaines capſulaires intérieures, que juſqu'au point où les tendons, dont elle forme un faiſceau commun, s'écartent deux à deux pour ſe porter aux phalanges. Il eſt très-difficile de ſavoir exactement comment elle ſe termine en cet endroit, elle ſemble finir, ſans être véritablement perforée par les capſules intérieures, par des prolongemens filamenteux qui recouvrent celles-ci juſqu'à leur terminaiſon, & qui y adhèrent aſſez pour qu'il ſoit impoſſible de les ſéparer.

Ces ſecondes capſules ſont plus molles & plus humides que la première ou l'externe; elles adhèrent, dans pluſieurs points, aux tendons qu'elles accompagnent par quelques filamens muqueux & mollaſſes. Ces adhérences, communes aux capſules internes & à l'externe, annoncent que l'uſage de ces capſules n'eſt pas tout-à-fait le même que celui que nous avons indiqué pour toutes les précédentes; elles ne favoriſent point le gliſſement des tendons, mais elles paroiſſent deſtinées à les lier enſemble, à les brider au ligament annulaire & aux parties voiſines, & à les empêcher de s'écarter les uns des autres. L'humeur dont elles ſont abreuvées, empêche que les tendons qu'elles embraſſent ne contractent des adhérences entr'eux, & elle favoriſe l'action iſolée de ceux du ſublime & du profond. La capſule externe commence plus haut ſur les tendons du profond, que ſur ceux du ſublime, & elle paroît devoir ſa naiſſance au premier de ces muſcles.

§. III.

Lorſque les tendons du ſublime & du profond ſont par-

venus à la face interne des phalanges, & qu'ils ont paſſé enſemble ſous le ligament cartilagineux placé au-deſſus de l'articulation des premières phalanges avec la tête des os du métacarpe, ils adhèrent entr'eux immédiatement dans le lieu où ceux du profond traverſent la gouttière formée par la fiſſure de ceux du ſublime, par des productions tendineuſes & membranoſo-muqueuſes, connues de pluſieurs Anatomiſtes, mais qui n'ont point été décrites avec aſſez de préciſion. *Albinus* parle de l'exiſtence de pluſieurs cordelettes tendineuſes, & de productions membraneuſes ſituées dans cet endroit, mais la deſcription qu'il en donne eſt fort obſcure *(i)*. *Jancke* indique ces parties d'une manière ſi vague & ſi générale, qu'on ſeroit tenté de croire qu'il ne les a pas examinées *(k)*. M. *Sabatier* en a fait une deſcription ſuccincte, mais beaucoup plus claire que celle d'*Albinus (l)*. La ſtructure de ces productions membraneuſes eſt aſſez compliquée & aſſez ſingulière pour mériter d'être décrite avec la plus grande exactitude.

Vers la partie moyenne de la première phalange de chaque doigt, dans l'endroit où les deux bandelettes du ſublime ſe rapprochent en arrière, après avoir laiſſé paſſer entr'elles le tendon du profond, on trouve deux cordelettes tendineuſes arrondies, qui partent des bords des premières phalanges, au-deſſous de l'inſertion de

---

(i) Alb. hiſt. muſculor. *lib. III, pag. 482, 485, 486, 487.*

(k) Loc. cit. pag. 13, litt. (i). « *Quæ ſingulos digitorum tendines » ad extremam phalangam uſque comitantur* ».

(l) Traité d'Anatomie; Myolog. tome I, page 303. « La partie antérieure des tendons du profond eſt » liée à la concavité de la gouttière » que ceux du ſublime forment au- » devant d'eux, vis-à-vis la première » phalange des doigts, par une portion membraneuſe, molle & lâche « qui paſſe de l'un à l'autre. Les « deux parties des tendons du ſublime « tiennent enſemble derrière « celui du profond, & près de l'en- « droit où elles ſe rapprochent, au « moyen d'une membrane ſemblable. « Enfin ces mêmes parties « de tendons du ſublime ſont attachées « à la face antérieure des premières « phalanges, par une portion « membraneuſe de la même nature ».

leur ligament annulaire, & qui montent derrière les tendons du ſublime, pour s'y inſérer au lieu même où ils ſe collent enſemble. Du bord ſupérieur de ces deux cordelettes, part une membrane molle, muqueuſe, placée ſous les bandelettes du ſublime auxquelles elle eſt attachée, & qu'elle fixe à la moitié ſupérieure de la face interne de la première phalange; l'extrémité ſupérieure de cette membrane préſente ſur l'articulation de la première phalange avec la ſeconde, un écartement, ou une petite cavité dans laquelle on trouve un paquet de graiſſe rougeâtre & grenue, ſemblable à celle des articulations. Il s'échappe de ce point des filamens membraneux très-lâches qui paſſent à travers l'écartement ſupérieur des bandelettes du ſublime, & viennent s'inſérer, par trois ou quatre brides particulières, au tendon du profond. Ces filamens ſont enduits de ſynovie, & ſemblent être de petits canaux deſtinés à verſer cette liqueur à la ſurface des tendons du muſcle profond. J'ai toujours vu l'une de ces brides membraneuſes chargée de tiſſu cellulaire rougeâtre, paſſer de dedans en dehors, par un trou alongé de la bandelette interne ou cubitale des tendons du ſublime, ſitué un peu au-deſſus de l'écartement ſupérieur de ces deux bandelettes, & au-deſſous de leur inſertion à la ſeconde phalange. Cette bride perforante va ſe perdre, comme les autres, ſur le tendon du profond.

Les Anatomiſtes n'ont point fait mention de cette ouverture que j'ai trouvée, dans toutes mes diſſections, à l'extrémité ſupérieure de la bandelette interne de chaque portion digitale du ſublime, un peu au-deſſus de ſon ſecond écartement d'avec la bandelette externe. *Albinus* paroît cependant l'avoir reconnue, dans la deſcription obſcure qu'il donne des productions membraneuſes qui accompagnent les tendons du ſublime & du profond dans les doigts *(m)*: ſes expreſſions ſemblent annoncer qu'il a

---

(m) Page 486. « *Perforantemque continuitatem ſublimis aut incedentem inter caudas infra continuitatem* ».

regardé cette ſtructure comme peu conſtante, & il n'a pas indiqué que ce trou eſt toujours creuſé dans la bandelette interne du tendon du ſublime. Aucun anatomiſte n'a décrit les paquets de glandes ſynoviales qui ſe rencontrent entre ces membranes muqueuſes, ſi on excepte *Haller* qui en a fait mention dans ſa grande phyſiologie, en parlant de la ſtructure des tendons en général.

§. IV.

Le tendon du long fléchiſſeur du pouce, placé ſur la face interne de la première phalange du pouce, après avoir paſſé ſous le ligament annulaire particulier, fixé ſur la baſe de cette première phalange, adhère à cet os par une bride ligamenteuſe très-forte, dont le bord poſtérieur dégénère en une membrane aponévrotique qui ſe prolonge juſqu'à l'articulation de la première avec la ſeconde phalange. Cette membrane s'épanouit ſur la face interne de la première phalange en s'écartant de chaque côté, & elle offre dans l'eſpace triangulaire formé par cet écartement, un paquet de graiſſe ſynoviale, ſemblable à celui que nous avons obſervé à chaque doigt. Cette ſtructure du ligament & de la membrane, qui accompagne le tendon du long fléchiſſeur du pouce, ne reſſemble point aux capſules muqueuſes proprement dites, puiſque l'épanouiſſement membraneux ne recouvre point le tendon, & ne fait que s'attacher à ſa face interne. *Winſlow* a indiqué cette bride ligamenteuſe, ſous le nom de *gaine membraneuſe (n)*; *Albinus* l'a décrite, mais ſans parler du ligament qui lui donne naiſſance *(o)*; *Jancke* ne l'a point connue. M. *Sabatier* en

(n) Expoſ. anat. *in-4.° page 202. 2ᵉ colonne.*

(o) Hiſt. muſcul lib. III, p. 490. » *Quâ deſcendit ſecundum os primum,* » *ab eâ parte quâ ſpectat os illud &* » *quâ ibi quodam modo fiſſus eſt, accipit membranæ latæ ſpeciem,* « *deſcendentem à mediâ latitudine* « *oſſis primi, fere per totam ejus longitudinem; ſimili que adnexus eſt* « *ſuperiori parti oſſis ultimi* ».

a fait mention, en annonçant que le tendon du long fléchiſſeur du pouce eſt retenu dans ſa gaine par diverſes productions membraneuſes & lâches *(p)*.

§. V.

Les muſcles ſitués à la ſurface externe de l'avant-bras, étant plus nombreux que ceux qui occupent la face interne de cette partie, ils préſentent auſſi une plus grande quantité de capſules muqueuſes; une des plus marquées & des plus grandes, eſt celle qui eſt commune aux tendons des deux radiaux externes. Cette capſule radiale externe commence avant le paſſage de ces tendons dans la gouttière oſſeuſe qui les conduit ſur la face convexe de la main. Elle eſt plus forte ſur le radius, elle y paroît formée de deux lames qu'on peut ſéparer l'une de l'autre; elle s'élargit ſur le carpe, dans le lieu où les deux tendons s'écartent, & elle préſente beaucoup de graiſſe & de ſynovie dans cet endroit. Enſuite elle ſe diviſe en deux autres petites capſules qui accompagnent le tendon du premier radial juſqu'à ſon inſertion au ſecond os du métacarpe, & celui du ſecond juſqu'au troiſième os du métacarpe, où il ſe fixe. Quand on ouvre cette capſule ſous le ligament annulaire externe, on trouve la face des tendons brillante & polie par l'humeur ſynoviale qu'elle renferme. Sa paroi membraneuſe adhère fortement à la face externe des deux tendons; & la gouttière oſſeuſe du radius, dans laquelle ils ſont reçus, n'offre point une ſurface polie, parce que la paroi interne de la capſule revêt cette gouttière, ſur laquelle les tendons ne gliſſent point immédiatement. L'uſage de cette capſule eſt de faciliter le mouvement de l'un de ces tendons ſur l'autre, & de les fixer, à leur paſſage, ſur les os qu'ils rencontrent. *Albinus* en a indiqué l'exiſtence, ſous la dénomination de *membranes tendineuſes & gliſſantes (q). Jancke*

(p) Traité d'Anat. *tome I, page 306.*

(q) *Hiſt. muſculor.* lib. III, pag. 447. *Eidemque laxe adnexi ſubtendineis ſequacibus, lubricisque membranis ».*

en a fait trois capſules particulières, dont une eſt commune aux deux tendons des radiaux externes, & l'autre propre à chacun d'eux *(r)*.

J'ai preſque toujours trouvé une autre petite capſule entre le tendon du long ſupinateur & celui du premier radial externe, immédiatement au-deſſus de l'inſertion du premier de ces muſcles à l'épine du radius.

§. VI.

Les tendons du long abducteur du pouce & du court extenſeur de ce même doigt, ſont collés enſemble au-deſſus de ceux des deux radiaux externes; ils préſentent, dans cet endroit, une capſule muqueuſe qui enveloppe leur face externe, & qui facilite leur gliſſement réciproque. Une des extrémités de cette capſule les attache ſur la portion du tendon du long ſupinateur vers ſon inſertion, & annonce que ces deux muſcles gliſſent ſur ce dernier, dont la portion polie & brillante, renfermée dans cette capſule, favoriſe le mouvement. Cette capſule, après avoir lié les tendons du long abducteur & du court extenſeur, ſoit entr'eux, ſoit avec ceux des radiaux externes & du long ſupinateur, s'étend & ſe prolonge au-delà de leur contact avec ces trois muſcles, & accompagne les tendons auxquels elle eſt particulièrement deſtinée, dans le lieu où ils marchent ſeuls ſur le radius: là, ils ſont fortement retenus ſur cet os, & en touchent immédiatement la ſurface. Bientôt cette capſule ſe partage en deux, dont l'une accompagne les tendons diviſés du long abducteur, & l'autre celui du court extenſeur, juſqu'à leur inſertion. On trouve de la ſynovie dans toute la continuité de cette bourſe capſulaire; ſa paroi interne eſt adhérente aux ſurfaces oſſeuſes. Les Anatomiſtes n'ont point parlé de cette capſule, qui eſt cependant très-remarquable & d'une très-grande étendue.

(r) Loco citato, pag. 12. ſecundæ litteræ. (b) (c) (d).

§. VII.

Le tendon du long extenſeur du pouce a une capſule muqueuſe particulière qui naît avec lui du bas de ſa chair, & qui le ſuit juſqu'à ſon inſertion à la ſeconde phalange de ce doigt; cette capſule eſt très-ſenſible dans l'endroit où le tendon de ce muſcle paſſe ſur la couliſſe du radius. La ſurface de l'os eſt liſſe & polie, le tendon y gliſſe avec beaucoup de facilité, à cauſe de la ſynovie dont il eſt imprégné; ſa capſule muqueuſe adhère fortement au radius dans cet endroit, enſuite elle ſe prolonge avec le tendon, elle l'entoure de toutes parts, & ſe termine un peu avant ſon inſertion.

§. VIII.

Les tendons de l'extenſeur commun ont une capſule muqueuſe très-belle, que l'on reconnoît facilement ſous le ligament annulaire externe du carpe. C'eſt une membrane molle & lâche qui les lie enſemble dans leur paſſage ſous ce ligament. M. *Sabatier* en a indiqué l'exiſtence *(ſ)*. *Jancke* a remarqué qu'elle ſe diviſe en autant de capſules particulières. qu'il y a de tendons dans ce muſcle *(t)*. Il en eſt de cette capſule comme de celle qui enveloppe les tendons du ſublime & du profond; elle eſt formée de deux couches membraneuſes, l'une externe qui conſtitue une capſule commune & générale, l'autre interne qui donne naiſſance à quatre capſules plus petites, dont chacune accompagne un tendon particulier de l'extenſeur, juſqu'au dos de la première phalange de chaque doigt. Il y a beaucoup de ſynovie dans ces capſules, quoiqu'on n'y trouve ni glandes ni graiſſe. Souvent on rencontre en dehors une capſule muqueuſe propre au tendon de l'extenſeur du petit doigt.

(ſ) Traité d'Anatomie, *tome I, page 315.*

(t) *Loco citato*, pag. 13.

§. IX.

§. IX.

Le tendon du cubital externe eſt retenu ſur l'apophyſe ſtyloïde du cubitus, par un ligament annulaire très-fort; & dans la couliſſe particulière qui le reçoit on le voit couvert d'une capſule muqueuſe aſſez large, & remplie de beaucoup de ſynovie; elle ne deſcend pas plus bas que le cubitus, & elle ceſſe bien avant l'inſertion du tendon du cinquième os du métacarpe.



MÉMOIRE

SUR LA FORMATION ET LES PROPRIÉTÉS DU GAZ HÉPATIQUE.

Par M. DE FOURCROY.

Lû le 31 Janvier 1787.

L'ESPÈCE de fluide élastique inflammable & fétide qui se dégage des foies de soufre, mérite aujourd'hui toute l'attention des Physiciens. Les premiers chimistes qui ne l'ont considérée que comme une vapeur, n'ont point su qu'elle contenoit du soufre, & plusieurs en ont même nié l'existence dans cette vapeur. Quelques-uns croyoient que ce n'étoit que le phlogistique presque pur, & ils portoient ainsi le doute & l'incertitude dans la doctrine de Stahl, en admettant dans cet être, des propriétés toutes différentes de celles par lesquelles cet homme de génie l'avoit caractérisé *(a)*. Leurs connoissances sur ce fluide élastique se bornoient à la vérité à quelques généralités vagues, telles que son odeur fétide, son action délétère sur la respiration, son inflammabilité, sa propriété de colorer les métaux, & de réduire les chaux métalliques. Meyer pensoit que le soufre extrêmement atténué par les substances alkalines, se combinoit avec le *causticum* de ces dernières, & qu'une partie dissoute & volatilisée par ce principe aussi peu démontré que le phlogistique, formoit la vapeur fétide qu'exhalent les

(a) Dans la vraie théorie de Stahl, qu'on a modifiée & presque contournée de toutes manières, le phlogistique pur n'avoit ni odeur, ni inflammabilité; mais il étoit seulement la cause de ces propriétés dans les composés dont il faisoit partie. Ce chimiste a dit positivement que le phlogistique n'étoit jamais libre, ou qu'au moins dans son état de liberté, il n'étoit autre chose que le feu en action, & que comme phlogistique ou feu fixé, il passoit sans cesse d'un composé dans un autre. Macquer est peut-être le seul chimiste qui ait exposé dans ses ouvrages, la doctrine de Stahl dans toute sa pureté.

hépars. Aucun Chimiste n'avoit essayé de coërcer cette vapeur avant M.rs Schéele, Bergman & Priestley. Ces savans l'ayant rassemblée dans des cloches, en découvrirent bientôt les principaux caractères, & la rangèrent parmi les fluides élastiques permanens. Ils démontrèrent que ce gaz s'enflammoit par le contact d'un corps en combustion, qu'il contenoit du soufre, que l'air vital le décomposoit & en séparoit le soufre, ainsi que l'acide nitreux rutilant, & l'acide muriatique déphlogistiqué ou aéré; mais si Bergman fit une histoire exacte de ses principales propriétés, il ne fut point aussi heureux dans la recherche de sa nature & dans la théorie de sa formation, ainsi que de sa composition. En effet, en regardant ce gaz comme un composé de soufre, de phlogistique & de matière de la chaleur, & en admettant que tous les corps susceptibles de le décomposer, agissoient sur son phlogistique dont ils étoient très-avides; il devenoit impossible de concevoir comment l'acide nitreux rutilant, qu'il appeloit *phlogistiqué*, pouvoit en séparer le soufre, quoiqu'il fût lui-même surchargé de phlogistique, tandis que l'acide muriatique déphlogistiqué dans un état absolument opposé au premier, suivant la même doctrine, produisoit cependant le même effet sur ce fluide élastique.

M. Sennebier, dans ses recherches sur l'air inflammable & sur ses différentes espèces, a parlé assez au long du gaz hépatique; mais malgré ses nombreuses expériences sur ce fluide élastique, il n'en a pas mieux connu la nature & la composition que les chimistes précédens; il a même porté plus de difficultés dans son histoire, en regardant ce gaz comme un composé d'alkali, de soufre & de phlogistique.

M. Gengembre est le premier qui, dans un Mémoire lû à l'Académie sur la composition du gaz phosphorique & du gaz hépatique, a regardé ces deux corps comme de vraies dissolutions de phosphore & de soufre dans le gaz inflammable aqueux. Déjà Schéele avoit observé que le soufre chauffé dans l'air inflammable, donnoit à ce dernier une forte odeur hépatique; & si cette expérience ne

n'avoit point éclairé sur la composition de ce gaz, c'est qu'il avoit trouvé que ce fluide élastique, formé sans alkali, ne se mêloit point à l'eau, comme celui que les acides dégagent des hépars.

La théorie que M. Gengembre a exposée dans son Mémoire, est la seule qui s'accorde avec tous les faits relatifs à la formation & à la décomposition du gaz hépatique. Comme il n'avoit point entrepris un examen suivi des propriétés de ce gaz qu'il n'a fait que comparer au gaz phosphorique, il m'a paru utile de réunir les principaux faits déjà connus sur la nature du gaz hépatique, à ceux que m'ont offerts des recherches assez multipliées sur ce fluide élastique. Je m'occuperai spécialement dans ce Mémoire, des diverses circonstances qui favorisent la production du gaz hépatique, de quelques modifications qui lui sont particulières, de son union avec l'eau, & de sa décomposition par l'air & par les acides *(b)*.

ARTICLE PREMIER.

Des diverses circonstances où se forme le Gaz hépatique, ou de l'hépatisation en général.

POUR obtenir le gaz hépatique, on met du foie de soufre fait par la fusion & réduit en poudre grossière dans un flacon garni d'un tube recourbé qui plonge sous des cloches pleines d'eau chaude; on verse un acide sur ce foie de soufre, il se dégage alors avec une vive effervescence un

(b) Je ne considère dans ce Mémoire, que le gaz hépatique inflammable. M. Hassenfratz a fait voir dans un Mémoire lû en Mai 1785, que l'acide crayeux qu'on fait passer à travers le soufre fondu, en dissout une portion & acquiert l'odeur hépatique; on sait aussi que la mofette, le gaz nitreux, dissolvent également le soufre, & que ces dissolutions aëriformes ont toutes une odeur plus ou moins fétide; mais ces gaz mixtes diffèrent tous par leur prompte décomposition, par leur indissolubilité, & par plusieurs autres propriétés, du vrai gaz hépatique inflammable dont il est question dans ce Mémoire.

fluide élastique qui se rassemble au-dessus de l'eau; celle-ci chaude à 36 ou 40 degrés n'en dissout que très-peu: on ne peut pas recueillir ce gaz au-dessus du mercure, parce qu'il est en partie décomposé par ce métal, comme l'a vu M. Sennebier. Bergman croyoit que ce fluide élastique étoit tout contenu dans l'hépar; mais M. Gengembre a fait observer que du foie de soufre fait par la fonte n'a point d'odeur fétide tant qu'il est sec, qu'il n'en prend qu'à mesure qu'il attire l'humidité, & que l'eau est la cause de sa formation: aussi l'acide que l'on emploie pour obtenir ce gaz avec un hépar sec, ne paroît-il en produire qu'en raison de l'eau qu'il contient. Pour prouver cette vérité, j'ai fait plusieurs expériences dont j'exposerai ici le simple résultat. 1.° Le foie de soufre sec, chauffé dans une cornue ne donne point de gaz hépatique, mais le soufre s'en sublime en grande partie & sans altération par une très-haute température. 2.° Le même hépar humecté avec une très-petite quantité d'eau, fournit par la distillation une grande quantité de gaz hépatique; M. Gengembre a obtenu le même résultat de ses expériences. 3.° Du foie de soufre en poudre & bien sec, mis dans une cloche pleine de gaz acide muriatique, devient tout blanc; le soufre s'en sépare sans effervescence apparente, & il ne se produit que très-peu de gaz hépatique, en raison de la petite quantité d'eau dissoute dans l'air acide. 4.° Si l'on fait passer dans le même appareil quelques gros d'eau, l'effervescence a lieu, & le gaz hépatique dégagé se reconnoît à tous ses caractères. 5.° L'acide boracin, l'acide arsénical desséchés & fondus en verre, séparent le soufre de l'alkali; mais cette opération faite dans des cornues avec l'appareil pneumato-chimique, ne donne point de fluide élastique. On voit donc par ces expériences, que si les acides dégagent du gaz hépatique des foies du soufre, ce n'est qu'en raison de l'eau qu'ils contiennent.

M. Gengembre croit que l'influence de l'eau pour la production du gaz hépatique est dûe à sa décomposition; & quoique le soufre ni l'alkali n'aient point la propriété de

décomposer l'eau séparément, cette décomposition s'opère en vertu de la forte attraction avec laquelle l'alkali tend à s'unir avec le soufre changé en acide vitriolique. Le soufre ne peut éprouver ce changement que par sa combinaison avec l'air vital, & sollicité, pour ainsi dire, à cette combinaison par l'alkali, il enlève l'oxygène à l'eau, dont le gaz inflammable dégagé, entraîne avec lui une portion de soufre.

Pour se convaincre de la décomposition de l'eau dans cette production du gaz hépatique, il suffit d'observer, 1.° que le fer & le soufre mêlés avec un peu d'eau, donnent à la distillation une grande quantité de gaz hépatique; 2.° qu'en dissolvant, suivant le procédé de Schéele, une pyrite artificielle, composée de trois parties de fer & d'une de soufre dans l'esprit de vitriol, on a une très-grande quantité du même gaz; 3.° qu'en mettant du soufre en poudre fine dans une dissolution de fer par l'acide vitriolique aqueux, le gaz inflammable qui se dégage, prend tout-à-coup une odeur hépatique; enfin que, suivant l'observation de M. Sennebier, l'acide muriatique est celui qui donne le plus de gaz hépatique avec les foies de soufre en raison de l'adhérence des principes de cet acide, plus forte que celle des composans de l'eau qui se séparent alors avec assez de facilité. Mais toutes ces observations, dont la plupart ont déjà été présentées par M. Gengembre, ne seroient que des assertions seulement probables, si on ne présentoit pas des preuves directes de la décomposition de l'eau dans ces expériences. Je regarde comme une de ces preuves convaincantes, l'existence de l'acide vitriolique tout formé dans les hépars, d'où il s'est dégagé la plus petite quantité de gaz hépatique. L'eau ne peut être décomposée par le foie de soufre, sans que son air pur ne se porte sur le soufre & ne le change en acide vitriolique, en même temps que son gaz inflammable dissout une portion de soufre pour former du gaz hépatique. Aussi, lorsqu'on a distillé un hépar humecté, & qu'on en a retiré beaucoup

de gaz, le résidu contient un sel vitriolique; si l'on pousse fortement le feu dans cette expérience, tout le soufre excédant à la quantité nécessaire pour décomposer l'eau, se sublime, & ce qui reste dans la cornue n'est plus qu'un sel vitriolique pur; si l'on emploie un foie de soufre tout-à-fait dissous dans l'eau, on obtient une très-grande quantité de gaz hépatique, & le résidu n'est plus qu'un vitriol salin sans mélange de soufre, parce que, dans ce cas, l'eau a réduit tout ce soufre, soit en acide vitriolique qui s'est uni à la base alkaline de l'hépar, soit en gaz hépatique qui s'est dégagé. Il en est de même, d'après mes expériences, lorsqu'on décompose quelque hépar que ce soit, terreux ou alkalin, par l'acide muriatique qui donne le plus de gaz hépatique, comme nous l'avons dit. En dissolvant dans l'eau le muriate formé par l'union de cet acide avec la base du foie de soufre, on trouve des traces très-sensibles d'acide vitriolique dans cette dissolution.

Essayons de prouver actuellement que la production du gaz hépatique dans la Nature, est dûe à la même cause : les circonstances où se forme ce fluide élastique, si reconnoissable par son odeur & par son action sur les métaux, sont on ne sauroit plus nombreuses. L'efflorescence & la vitriolisation des pyrites & de plusieurs mines, la coction & sur-tout la fermentation putride de presque toutes les substances végétales & animales, sont les principaux phénomènes qui développent la naissance du gaz hépatique. La propriété active & décomposante que le fer a sur l'eau, explique facilement, comme nous l'avons déjà dit, la naissance du gaz hépatique, puisque le dégagement du gaz inflammable du milieu d'un mélange sulfureux, suffit pour sa production; mais l'efflorescence & la vitriolisation qui ont également lieu dans des mines dont les métaux ne sont pas susceptibles de décomposer l'eau, tels que le plomb & le cuivre, paroissent présenter, au premier coup-d'œil, une grande difficulté; cependant, en calculant la réunion de plusieurs attractions agissant en même temps, on con-

cevra facilement ce que les anciennes théories chimiques, dans lesquelles on n'associoit point assez toutes les forces simultanées des corps qui sont en contact, ne pouvoient faire entendre. En effet, quoique le plomb & le cuivre ne décomposent point l'eau quand ils sont seuls, ils ont cependant une attraction assez forte pour s'unir à l'oxygène qui est un des principes de ce fluide; le soufre, qui seul n'a pas plus d'action sur l'eau & ne la décompose pas, a aussi une attraction calculable avec l'oxygène de l'eau; & ce que ces attractions isolées ne peuvent pas faire, elles le font très-aisément lorsqu'elles agissent en même temps : joignons à ces deux forces celle qu'a le gaz inflammable, autre principe de l'eau, pour s'unir au soufre, & nous aurons une somme d'attractions capables de décomposer ce fluide. Telle est la théorie simple & que le calcul démontrera quelque jour rigoureusement, à l'aide de laquelle on conçoit comment des métaux qui ne peuvent pas plus décomposer l'eau, lorsqu'ils sont seuls, que ne le fait le soufre isolé, en deviennent susceptibles lorsque des acides, ou le soufre, ou des alkalis, agissent en même temps sur elle.

Beaucoup de végétaux exhalent, soit dans leur état naturel, soit à l'aide d'une légère chaleur, soit par celle de l'ébullition, une quantité remarquable de gaz hépatique. On a reconnu aujourd'hui la présence du soufre dans l'esprit recteur du cochléaria, du cresson, du raifort, de l'ail, de l'oignon; ce soufre y est dans l'état de gaz hépatique, comme le prouvent l'odeur fétide de ces végétaux, les couleurs qu'ils donnent aux métaux, & l'impossibilité d'en séparer ce corps combustible, par les acides simples. La coction développe le même gaz dans toutes les espèces de choux; on connoît assez la fétidité de l'eau dans laquelle on a fait cuire ces végétaux: les acides simples ne troublent point ces décoctions faites dans l'eau distillée, mais les dissolutions métalliques y indiquent le gaz hépatique par les précipités noirs qu'elles y forment, & le muriate barytique y décèle la présence de l'acide vitriolique. Le soufre contenu

dans

tenu dans tous ces végétaux y décompose donc l'eau, à l'aide des matières alkalines ou terreuses qui y existent aussi; & cette décomposition donne naissance au gaz hépatique. Ce phénomène a également lieu pendant la cuisson des œufs; il n'y existe certainement pas de gaz hépatique tout formé avant l'action du feu; mais on sait que la matière alumineuse contient du soufre & de la soude: ces deux substances réagissent sur l'eau, à l'aide de la chaleur, & sa décomposition forme de l'acide vitriolique qui reste uni avec la soude dans l'œuf durci, & du gaz hépatique qui se dégage.

Il en est absolument de même de la production de ce gaz par la putréfaction, qui en dégage si abondamment des fumiers entassés, & de toutes les substances végétales ou animales exposées à cette fermentation. Je prouverai, dans des recherches d'une autre nature, que la putréfaction est uniquement dûe à la décomposition de l'eau, que c'est à cette décomposition qu'il faut attribuer la formation de l'alkali volatil; je ne dois m'occuper ici que de celle du gaz hépatique, elle a lieu par la même cause. Le soufre produit de la décomposition des vitriols alkalins ou terreux contenus dans ces substances, réagit en même temps que la base de ces sels, sur l'eau nécessaire pour le developpement de la putréfaction; & le gaz inflammable séparé de l'air vital, se dégage chargé de la quantité de soufre qu'il peut dissoudre à cette température. C'est peut-être aussi à la dissolution du phosphore par le gaz inflammable de l'eau, que sont dûes ces lueurs légères qu'on observe, à certaines époques de la putréfaction, sur les matières animales.

Il suit de cet exposé & des expériences qui lui ont donné lieu, que la formation & le dégagement du gaz hépatique sont dûs à la décomposition de l'eau, que ce phénomène est un des plus fréquens que présente la Nature dans ses opérations; & qu'il mérite, à raison de son in-

fluence & de son énergie, le nom particulier d'*hépatisation*, par lequel je crois devoir le désigner.

ARTICLE II.

De quelques modifications du Gaz hépatique.

UNE des propriétés les plus singulières & les plus frappantes du gaz hépatique, c'est la variété de l'odeur qu'il répand dans les diverses circonstances de sa formation: tous les Chimistes ont observé qu'il est plus ou moins fétide, & que sa fétidité est modifiée de différentes manières très-difficiles à décrire. Les recherches particulières auxquelles je me suis livré depuis plusieurs années sur ce gaz, m'ont sur-tout appris à distinguer parmi les nombreuses modifications de son odeur, dont je n'entreprendrai point de parler ici, trois états principaux qu'il est aisé de caractériser & de reconnoître. La première est l'extrême fétidité qui se développe avec une grande énergie, & qui a une action très-vive sur la respiration; on remarque celle-ci en décomposant les hépars antimoniés, & en préparant les soufres dorés; mais on peut la produire à volonté en précipitant les foies de soufre quelconques chauffés à 80 degrés environ. La seconde modification remarquable est une fétidité beaucoup plus foible que la précédente, & qui n'est pas rebutante comme elle; celle-ci est l'odeur hépatique ordinaire ou la plus commune, que répandent les eaux hépatisées naturelles, les matières animales en putréfaction, les dissolutions étendues des foies de soufre précipités à froid par les acides. Pour trouver la cause de la différence de ces deux odeurs que tous les Chimistes ont remarquées sans en apprécier la nature, j'ai fait les expériences suivantes: dans une dissolution saturée & bouillante d'hépar barytique ou à base de terre pesante, j'ai versé de l'acide muriatique très-pur & fumant, il s'est dégagé tout-à-coup & en bulles très-grosses une quantité

considérable de gaz hépatique d'une odeur insupportable, & d'une action si vive sur les poumons, qu'un Élève qui m'aidoit en auroit été complétement asphixié si je n'avois pas eu l'attention de le faire porter promptement au grand air; mais ce qui est très-remarquable dans cette expérience, c'est qu'il n'y a eu que très-peu de soufre précipité, & qu'il est resté très-long-temps suspendu dans la liqueur. Une autre dissolution de cet hépar barytique très-étendue d'eau, & froide, unie avec le même acide, n'a point donné, à beaucoup près, une égale quantité de gaz hépatique, & ce gaz n'avoit qu'une fétidité supportable; mais le soufre précipité étoit en gros flocons très-abondans. On pourroit croire que la différence de ces deux expériences n'étoit dûe qu'à ce que l'eau très-chaude dans la première, n'avoit point dissous de gaz hépatique, & l'avoit laissé échapper tout entier, tandis que dans la seconde, l'eau froide en avoit dissous beaucoup en raison de sa température; j'avouerai même que telle fut d'abord l'opinion que je me formai de ce phénomène, les premières fois que je l'observai; mais ayant ensuite réfléchi sur la quantité de soufre précipité, beaucoup plus considérable que j'obtenois dans la seconde expérience que dans la première, je soupçonnai qu'il y avoit une autre cause de cette différence. Des essais sur ces deux gaz hépatiques recueillis dans des appareils pneumato-chimiques, m'apprirent bientôt que celui qui est dégagé d'une dissolution chaude & très-chargée de foie de soufre, est peu dissoluble dans l'eau, qu'il est réellement plus fétide, & qu'il contient plus de soufre que celui que l'on obtient d'une dissolution froide. En le conservant dans des cloches, on le voit se troubler & diminuer de volume à mesure que sa température s'abaisse: si on le fait passer à travers de l'eau récemment distillée & froide, il la rend louche & dépose du soufre, parce que sa chaleur est enlevée par ce liquide; en un mot, c'est du gaz hépatique surchargé de soufre; cette propriété dépend de l'élévation de température qui favorise singulièrement la décompo-

ſition de l'eau, le dégagement du gaz inflammable & la diſſolution du ſoufre dans ce fluide élaſtique. On voit donc que la chaleur forte d'une diſſolution de foie de ſoufre, au moment où on la précipite par un acide, donne naiſſance à une très-grande quantité de gaz hépatique, & ſurcharge celui-ci de ſoufre, de manière que la portion de ce corps combuſtible précipitée doit être, toutes choſes d'ailleurs égales, moins abondante que lors de la décompoſition d'un foie de ſoufre diſſous dans l'eau froide. Je crois pouvoir conclure de-là que l'extrême fétidité de l'odeur du gaz hépatique diſtingué dans la première modification, ne dépend que d'un excès de ſoufre diſſous dans le gaz inflammable, à l'aide d'une température beaucoup plus élevée que celle qui exiſte naturellement dans l'air de notre climat; & que réciproquement cet excès de ſoufre eſt la cauſe de l'odeur forte, du peu de ſolubilité & des autres propriétés qui diſtinguent le gaz hépatique dans cet état.

La troiſième modification particulière de ce gaz eſt celle que je déſigne par le nom d'*alliacé;* tel eſt le gaz qui ſe dégage ſans ceſſe de l'ail & de pluſieurs autres plantes de ce genre. On retrouve exactement cette odeur dans le ſoufre uni à l'eſprit-de-vin, dans celui qui ſe dépoſe des diſſolutions ſpiritueuſes de foie de ſoufre qu'on fait chauffer; les diſſolutions du même corps combuſtible dans les huiles graſſes & dans les graiſſes, préſentent la même odeur. Les gommes réſines qui ont une très-forte odeur alliacée, comme l'*aſſa fœtida,* le *galbanum*, donnent un gaz hépatique de la même nature, par l'action du feu & de l'acide muriatique. En général, cette troiſième modification très-ſingulière du gaz hépatique exiſte dans les combinaiſons du ſoufre avec les corps huileux, & voilà pourquoi elle eſt ſi commune dans les végétaux. Je ne puis juſqu'actuellement que ſoupçonner la cauſe de cette modification du gaz hépatique; ſa décompoſition lente, ſon union difficile avec l'eau, l'eſpèce de ténacité avec laquelle il adhère aux ſubſtances viſqueuſes

& grasses, semblent annoncer qu'il est dans un état opposé au premier, & que sa différence est dûe à un excès de gaz inflammable. Une expérience que j'ai décrite dans un autre Mémoire, vient à l'appui de ce soupçon: lorsqu'on prépare du foie de soufre à froid, en triturant, comme je l'ai indiqué, de l'alkali fixe caustique avec du soufre, & mieux encore avec de l'antimoine, il se dégage une odeur hépatique manifestement alliacée; l'eau atmosphérique attirée par l'alkali, est décomposée comme dans toute hépatisation; le gaz inflammable qui s'en dégage ne peut pas dissoudre autant de soufre, parce que celui-ci n'est pas à beaucoup près aussi divisé que dans les procédés ordinaires; & le gaz hépatique qui se forme paroît devoir son odeur foiblement fétide & alliacée, à l'excès de gaz inflammable.

ARTICLE III.

De l'union du Gaz hépatique avec l'Eau, & de sa décomposition par l'air.

SCHÉELE & Bergman ont connu & déterminé la dissolubilité du gaz hépatique dans l'eau: je n'ajouterai à ce qu'ils ont dit, que quelques observations qui leur ont échappé. Il faut que ce gaz ne soit ni trop chargé de soufre, ni trop abondant en gaz inflammable, pour être bien dissoluble dans ce fluide. L'eau qui contient de l'air, en décompose une partie, à mesure qu'elle s'en sature; & lorsqu'on aura déterminé la quantité d'air nécessaire pour décomposer ce gaz, on pourra se servir de ce procédé pour connoître celle de l'air pur contenu dans l'eau; comme une pinte d'eau peut dissoudre, à une température moyenne, à peu-près dix-huit pouces cubes de ce gaz, on conçoit qu'une dissolution très-étendue de foie de soufre ne fait point effervescence avec un acide, parce que le gaz hépatique qui se dégage se dissout à mesure dans l'eau; aussi la même liqueur hépatique qui ne donne point de gaz par un acide,

quand elle est froide, en donne très-sensiblement lorsqu'elle est bouillante.

La décomposition du gaz hépatique par l'air pur, est une des plus belles découvertes de Bergman, quoiqu'il n'ait pas connu la vraie cause de cette décomposition; on conçoit, d'après tout ce qui a été exposé jusqu'ici, qu'elle est dûe à l'attraction du gaz inflammable pour l'air pur, qui est plus forte que celle qui unit ce gaz au soufre, & qu'à mesure que celui-ci se dépose, il se forme de l'eau; telle est la cause du soufre déposé à la surface des eaux hépatisées naturelles. Schéele s'est servi des dissolutions de foie de soufre, pour connoître la quantité d'air vital contenu dans l'atmosphère. Le gaz hépatique, ou l'eau chargée de ce gaz produisent cet effet plus promptement, lorsqu'on les emploie en suffisante quantité; & j'ai mis ce procédé en usage pour obtenir la mofette atmosphérique pure & isolée; mais il y a dans cette action de l'air vital sur le gaz hépatique, un autre phénomène qui n'a point encore été indiqué par les chimistes: en distillant de l'eau hépatisée, le produit liquide qu'on en obtient, contient une partie du gaz hépatique dissout; une autre portion de ce gaz hépatique dégagée de l'eau par la chaleur, se décompose par l'air contenu dans l'appareil distillatoire : c'est à cette décomposition qu'est dûe la légère pellicule sulfureuse qui recouvre l'eau du récipient, & la poussière qui en revêt les parois : si l'on examine ensuite l'eau condensée dans le récipient, après l'avoir filtrée pour en séparer le soufre qui la trouble, on y trouve des traces d'acide vitriolique que le muriate barytique y rend très-sensible; cet acide n'a pu y être formé que par l'union de l'air du récipient avec le soufre très-divisé du gaz hépatique. J'ai observé la même production d'acide vitriolique dans l'eau hépatisée artificielle, exposée à l'air jusqu'à son entière décomposition. L'air pur ne se porte donc pas seulement sur le gaz inflammable du gaz hépatique, il se combine encore avec une portion du soufre qu'il en sépare; telle est

l'origine des concrétions de ſaveur acide qu'on trouve ſur les voûtes des ſources ſulfureuſes, & notamment à celle d'Enghien. C'eſt par un mécaniſme ſemblable, que du *foie* de ſoufre ſolide où liquide expoſé à l'air, ſe convertit peu-à-peu en ſel vitriolique, mais cette converſion eſt plus lente que celle qui a lieu dans le gaz hépatique : il eſt encore digne de remarque, que l'air vital, dans ſon état de fluide élaſtique, décompoſe moins promptement le gaz hépatique, que ne le fait la baſe oxygène, fixée dans les différentes matières avec leſquelles elle a moins d'affinité qu'elle n'en a pour s'unir au gaz inflammable; c'eſt pour cela que les chaux métalliques & quelques acides, dans un état de demi-décompoſition, ſéparent plus promptement les principes du gaz hépatique que ne le fait l'air.

ARTICLE IV.

De l'action des acides ſur le Gaz hépatique.

SCHÉELE & Bergman n'ont connu que deux acides capables de décompoſer le gaz hépatique & d'en précipiter le ſoufre, ſavoir, l'acide nitreux rouge, & l'acide muriatique déphlogiſtiqué. M. Senneber dit cependant que l'acide vitriolique le décompoſe, mais il paroît qu'il a opéré ſur du gaz hépatique ſurchargé de ſoufre, car il eſt certain que celui qui eſt dans l'état ordinaire, ne dépoſe point de ſoufre par les acides ſimples : le même Phyſicien a vu la décompoſition de ce gaz par l'acide ſulfureux, mais il n'a rien dit ſur la cauſe de ce phénomène qui étoit très-embarraſſant dans la théorie de Bergman; en effet, comment l'acide nitreux rutilant, dont l'état eſt oppoſé à celui de l'acide muriatique déplogiſtiqué, pouvoit-il produire le même effet? La doctrine que nous avons expoſée dans ce Mémoire, explique très-bien cette décompoſition; on voit qu'elle eſt dûe à l'action de l'air pur, ou plutôt de l'oxygène très-peu adhérent dans l'acide nitreux fumant, & dans l'acide muriatique aéré ; pour prouver cette aſſertion, j'ai multiplié les expériences

au point de ne laisser aucun doute; jai trouvé que c'est le gaz nitreux surabondant dans l'acide rutilant, qui décompose le gaz hépatique, puisque ce dernier mêlé avec du gaz nitreux se trouble tout-à-coup; en employant une assez grande quantité de gaz hépatique, je suis parvenu à enlever tout l'oxygène qui reste encore dans le gaz nitreux, & à mettre la mofette entièrement à nu.

L'acide muriatique aéré dans l'état aériforme, a une action si puissante sur le gaz hépatique, que le mélange de ces deux fluides élastiques produit tout-à-coup de la chaleur, éprouve une diminution considérable, & précipite le soufre sous la forme d'un nuage jaune, épais & très-abondant; le gaz sulfureux produit absolument le même effet avec le gaz hépatique; ce qui prouve que l'oxygène que contient cet acide, quoique moins abondant que dans le vitriolique, lui est aussi moins adhérent, comme cela a lieu dans le gaz nitreux; mais j'ai observé dans l'action de ces trois acides sur le gaz hépatique, qu'on croiroit la même au premier coup-d'œil, des différences très-singulières, & qu'il est impossible d'expliquer sans le secours de la théorie moderne.

1.° L'oxygène contenu dans le gaz nitreux n'y est que peu adhérent, de sorte que le gaz inflammable de la vapeur hépatique l'absorbe tout entier, & laisse la mofette isolée; cependant quoique le soufre dissout par le gaz inflammable ait beaucoup de tendance pour s'unir à l'oxygène, une quantité de gaz nitreux surabondante à celle qui est nécessaire pour absorber le gaz inflammable ne brûle point le soufre qui se précipite toujours; ce qui paroît prouver qu'à une température moyenne l'oxygène a plus d'affinité avec la mofette qu'avec le soufre, car on sait qu'à la température nécessaire pour enflammer ce corps combustible, ses attractions électives changent, & il décompose l'acide nitreux en lui enlevant une grande partie de son oxygène. C'est en raison de cette affinité plus foible à une température moyenne entre l'oxygène & le soufre, qu'entre l'oxygène & la

& la mofete, que de l'eau hépatisée précipitée par l'acide nitreux fumant mis en excès, ne donne aucune trace d'acide vitriolique.

2.° Dans l'acide muriatique aéré, l'oxygène dont il est surchargé, y tient encore moins que dans le gaz nitreux; c'est pour cela que si on verse de l'eau hépatisée dans une grande quantité de cet acide aéré, on n'a point de soufre précipité: cette observation qui a échappé à Bergman, est importante pour l'analyse des eaux hépatisées, parce que quand on verse dans ces eaux une trop grande quantité de cet acide aéré, il ne se forme point de précipité. En examinant l'eau hépatisée artificielle qu'on a mêlée avec assez d'acide muriatique aéré pour ne point obtenir de précipité, j'y ai trouvé de l'acide vitriolique, ce qui prouve que l'oxygène excédant de l'acide muriatique se porte sur le soufre, & le brûle après avoir absorbé le gaz inflammable. Pour convertir ainsi le soufre du gaz hépatique en acide vitriolique, il faut nécessairement verser l'eau hépatisée avec précaution & en petite quantité dans l'acide muriatique déphlogistiqué; car j'ai remarqué que quand le soufre est une fois précipité en poussière ou en flocons, un très-grand excès de cet acide ne peut pas le redissoudre.

3.° L'action de l'acide sulfureux sur le gaz hépatique, est un des faits qui paroît d'abord le plus difficile à expliquer. On conçoit qu'il ne peut pas absolument s'accorder avec la théorie du phlogistique, & qu'il est plus propre à l'infirmer, puisque cet acide déjà surchargé de ce principe n'est pas capable d'en absorber de nouveau. Cette explication devient beaucoup moins difficile dans la doctrine actuelle; l'acide sulfureux abandonne une portion de son oxygène qui est moins adhérente que dans l'acide vitriolique, au gaz inflammable du gaz hépatique; mais il ne le lui cède pas tout entier, comme le font le gaz nitreux & l'acide muriatique aéré. Pour m'assurer de ce fait, j'ai précipité des quantités égales de la même eau hépatisée artificielle & naturelle, par l'acide nitreux & par l'acide

sulfureux; j'en ai obtenu constamment la même quantité de soufre, & il est certain que si l'acide sulfureux perdoit tout son oxygène en décomposant le gaz hépatique, le soufre de cet acide devenu insoluble dans l'eau, se seroit déposé avec celui du gaz, & la quantité de ce précipité auroit été plus considérable que celle du soufre séparé par l'acide nitreux fumant. Il paroîtroit d'après cette expérience, que l'acide sulfureux comparé à l'acide vitriolique, contient encore une très-grande quantité d'oxygène; qu'une partie de ce principe y est presque libre, comme l'indique d'ailleurs son odeur vive & sa propriété décolorante, analogues à celles de l'acide muriatique aéré, & qu'une autre partie qui suffit pour rendre le soufre acide & soluble y est beaucoup plus adhérente, & ne peut lui être enlevée par le gaz inflammable uni au soufre; c'est pour cela que le gaz hépatique ne détruit point l'acidité, & ne sépare point le soufre de l'acide sulfureux.

Tels sont les principaux faits que je me proposois de réunir dans ce Mémoire, sur la nature & les propriétés du gaz hépatique; ils m'ont paru propres à confirmer la théorie que j'ai exposée, ils prouvent que l'examen de ce fluide élastique peut conduire à la connoissance de plusieurs phénomènes qui n'ont point encore été convenablement appréciés, & doit être nécessairement lié aux recherches pneumatiques, dont les chimistes modernes se sont occupés avec tant de succès.



QUATRIÈME MÉMOIRE SUR L'ÉLECTRICITÉ,

Où l'on démontre deux principales propriétés du Fluide électrique :

La première, que ce fluide ne se répand dans aucun corps par une affinité chimique ou par une attraction élective, mais qu'il se partage entre différens corps mis en contact uniquement par son action répulsive ;

La seconde, que dans les corps conducteurs le fluide parvenu à l'état de stabilité, est répandu sur la surface du corps, & ne pénètre pas dans l'intérieur.

Par M. COULOMB.

I.

NOUS avons déterminé dans les trois Mémoires qui précèdent, la loi de répulsion du fluide électrique de même nature, & celle d'attraction des deux fluides électriques de différentes natures, & nous avons prouvé, par des expériences très-simples & qui paroissent décisives, que cette action étoit très-exactement en raison inverse du carré des distances. Nous avons également prouvé, par des expériences du même genre, que l'action, soit répulsive, soit attractive du fluide magnétique, suivoit la même loi. Dans le troisième Mémoire, nous avons déterminé suivant quelle loi la densité électrique d'un corps isolé décroissoit, soit par le contact de l'air plus ou moins humide, soit le long des soutiens idio-électriques lorsqu'ils n'ont pas une longueur

ſuffiſante; ce qui dépend principalement, ainſi que nous l'avons vu, du plus ou moins d'idio-électricité de ces ſoutiens, de leur plus ou moins d'affinité avec les vapeurs aqueuſes, de l'état de l'air, de la denſité du fluide électrique du corps iſolé, & de la groſſeur de ce corps.

II.

Nous nous ſervirons ici de la balance décrite dans notre premier Mémoire, imprimé dans le volume de 1785. Tout le changement que nous y avons fait, c'eſt de ſubſtituer à la bande de papier collée autour du cylindre qui renferme l'aiguille, & qui, diviſée en degrés, ſert à déterminer la diſtance des deux balles, un cercle de bois poſé ſur quatre piliers, dont le diamètre eſt à peu-près double de celui du cylindre : l'on place ce cercle de manière que ſon centre ſe trouve dans l'à-plomb du fil qui ſuſpend l'aiguille, & que la première diviſion de ce cercle réponde à l'alignement du fil de ſuſpenſion & du centre de la balle ſoutenue par l'aiguille, lorſque l'aiguille s'arrête naturellement, & que l'index du micromètre répond auſſi à la première diviſion du cercle du micromètre.

Nous devons cependant avertir que depuis la lecture du Mémoire que nous citons, & qui contient la deſcription de cette balance, nous en avons conſtruit pluſieurs autres d'une forme différente: la plus grande eſt carrée, elle a trente-deux pouces de côté, vingt pouces de hauteur, elle eſt fermée ſur les côtés par quatre glaces fixées par un enduit idio-électrique, dans des chaſſis très-légers de bois paſſés au four, enduits à chaud d'un vernis formé de gomme-laque & de térében hine. Au-deſſus de la boîte, eſt une traverſe qui porte un cylindre vertical de verre de quinze pouces, ſurmonté d'un micromètre; un cercle placé en-dehors de cette boîte ſert à meſurer la diſtance des balles. Dans cette balance, l'on peut faire des expériences avec des globes électriſés de q atre à cinq pouces de diamètre : dans la première bal n e dont le cylindre n'a qu'un pied de diamètre, l'on

ne pouvoit employer que des globes tout au plus d'un pouce de diamètre. Mais il faut remarquer qu'il y a ici beaucoup de cas où les expériences en petit sont plus décisives que celles en grand, parce que l'attraction ou la répulsion du fluide électrique étant pour chaque élément, en raison inverse du carré des distances, pour que les résultats soient simples, il faut presque toujours que la distance des corps dont on veut mesurer l'action réciproque, soit beaucoup plus grande que les dimensions particulières de ces corps.

III.

PREMIER PRINCIPE.

Le fluide électrique se répand dans tous les corps conducteurs suivant leur figure, sans que ce fluide paroisse avoir de l'affinité ou une attraction élective pour un corps préférablement à un autre.

J'AI suspendu dans le trou de la balance, à la hauteur de la balle de l'aiguille, une petite balle de cuivre de huit lignes de diamètre, soutenue par un petit cylindre de gomme-laque. Le centre de cette balle étoit placé de manière qu'il répondoit à l'alignement du fil de suspension, & de la première division du cercle placé en dehors de la balance. La balle de l'aiguille qui touchoit contre la balle de cuivre, se trouvoit par-là éloignée de la position où la torsion est nulle, de la somme des demi-diamètres des deux balles en contact. 1.re Expérience.

L'on a électrisé les deux balles par le procédé décrit dans le premier Mémoire; l'aiguille a été chassée à peu-près vers 48 degrés. Au moyen du bouton du micromètre l'on a tordu le fil de suspension de 120 degrés, pour ramener la balle de l'aiguille vers celle de cuivre, & l'on a attendu que l'aiguille cessa d'osciller; elle s'est arrêtée

ce qui dépend non-seulement de la qualité plus ou moins conductrice des deux corps, mais encore de leur étendue réciproque & de la manière dont ils sont mis en contact. Dans le Mémoire qui précède, nous avons déjà tâché d'expliquer comment la force coërcitive des soutiens idio-électriques imparfaits ne permet au fluide électrique de s'étendre & de pénétrer que jusqu'à une certaine distance du corps conducteur chargé d'électricité.

VI.

SECONDE REMARQUE.

IL faut encore observer, en répétant la seconde expérience, de placer dans le contact les deux cercles symétriquement, en sorte, par exemple, que le limbe de l'un ne touche pas, en formant un angle, un point de la surface de l'autre, car pour lors le fluide électrique se partageroit d'une manière inégale entre les deux cercles: dans l'expérience précédente, je fais toucher le limbe d'un des cercles par le limbe de l'autre, en ayant soin de le tenir dans le même plan.

VII.

DEUXIÈME PRINCIPE.

Dans un Corps conducteur chargé d'Électricité, le fluide électrique se répand sur la surface du corps, mais ne pénètre pas dans l'intérieur du corps.

LES expériences destinées à prouver cette proposition, exigent des électromètres beaucoup plus sensibles que tous ceux qui sont en usage. Voici celui dont je me sers: l'on tire, en faisant chauffer à une bougie, un fil de gomme-laque de la grosseur à peu-près d'un fort cheveu; on lui donne dix à douze lignes de longueur; une de ses extrémités est attachée au haut d'une petite épingle sans tête, suspendue

suspendue à un fil de soie, tel que le donne le ver à soie; à l'autre extrémité du fil de gomme-laque, l'on fixe un petit cercle de clinquant de deux lignes à peu-près de diamètre: l'on suspend ce petit électromètre dans un cylindre de verre; sa sensibilité est telle, qu'une force d'un soixante millième de grain chasse l'aiguille à plus de 90 degrés. Je donne à cet électromètre un foible degré d'électricité, de la nature de celle que je veux communiquer au corps qui doit être soumis aux expériences, & je le suspends dans un cylindre de verre, pour le mettre à l'abri des courans d'air; cela fait, je place un corps solide, d'une figure quelconque, percé de plusieurs trous qui ont peu de profondeur, sur un support idio-électrique qui l'isole. Le corps que je vais soumettre aux expériences, est un cylindre de bois solide, de quatre pouces de diamètre, percé de plusieurs trous de quatre lignes de diamètre & de quatre lignes de profondeur.

VIII.

Je pose ce cylindre sur un support idio-électrique; au moyen de la bouteille de Leyde, ou du plateau métallique d'un électrophore, je lui donne une ou plusieurs étincelles électriques. J'isole à l'extrémité d'un petit cylindre de gomme-laque d'une ligne de diamètre, un petit cercle de papier doré d'une ligne & demie de diamètre. Expérience.

Premier essai. Le clinquant de l'électromètre étant électrisé, je fais toucher la surface du cylindre électrisé, par le petit cercle de papier doré, je le présente à l'électromètre; l'aiguille de cet électromètre est chassée avec force.

Deuxième essai. Mais si j'introduis le petit cercle de papier dans un des trous du cylindre, & que je lui fasse toucher le fond d'un de ces trous; que je le présente ensuite au clinquant soutenu à l'extrémité de l'aiguille de l'électromètre, cette aiguille ne donnera aucun signe d'électricité.

I X.

Explication & résultat de cette Expérience.

Je fais toucher, dans le premier essai, le petit plan de papier doré à la surface du cylindre; comme ce plan n'a qu'un dix-huitième de ligne d'épaisseur, il devient une partie de la surface de ce cylindre, & prend par conséquent une quantité de fluide électrique, égale à celle que contient une partie de la surface égale à ce petit cercle. Dans cet essai, le petit cercle se trouve chargé d'une quantité d'électricité qui est non-seulement sensible à notre petit électromètre, mais dont on peut même mesurer exactement l'intensité, au moyen de notre balance électrique.

Dans le deuxième essai, nous faisons toucher le petit cercle de papier doré, au fond d'un des trous du cylindre, quatre lignes à peu-près au-dessous de la surface, ou à vingt lignes de son axe; en retirant avec soin ce petit cercle, sans qu'il touche au bord du trou, nous trouvons, en le présentant à l'aiguille de l'électromètre, ou qu'il ne donne aucun signe d'électricité, ou qu'il donne des signes très-foibles d'électricité contraire à celle du cylindre: il est donc clair que dans cette expérience il n'y a point de fluide électrique dans l'intérieur du corps, même très-près de sa surface.

Les signes d'électricité contraire, que l'on aperçoit seulement quelquefois, tiennent à ce que lorsque le petit cylindre de gomme-laque est introduit dans les trous, l'action électrique de la surface du corps électrisé donne, en dehors de ce corps, au fil de gomme-laque, une petite électricité d'une nature différente de la sienne, parce que ce petit fil de gomme-laque se trouve isolé dans sa sphère d'activité. La preuve que tout se passe ainsi, que ce petit degré d'électricité existe dans le fil de gomme-laque, & non dans le petit cercle de papier doré qui a été mis en

contact avec un point intérieur du corps, c'est que si l'on touche ce cercle, l'on ne détruit pas cette petite électricité, qui est toujours très-foible lorsque la gomme-laque est pure, & que l'air n'est pas très-humide.

X.

CETTE propriété du fluide électrique de se répandre sur la surface des corps conducteurs, & de ne point pénétrer dans l'intérieur de ces corps lorsque ce fluide est parvenu à l'état d'équilibre, est une conséquence de la loi de la répulsion de ses élémens, en raison inverse du carré des distances, loi que nous avons trouvée dans notre premier Mémoire: mais comme c'est l'expérience, & non la théorie, qui nous a conduits, nous avons cru devoir suivre la même marche dans l'exposé de nos recherches; voyons actuellement comme la théorie généralise le résultat annoncé par l'expérience.

X I.

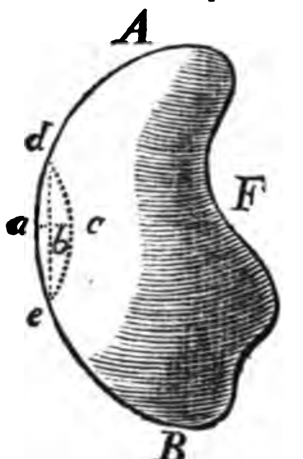
THÉORÈME.

TOUTES les fois qu'un fluide renfermé dans un corps où il peut se mouvoir librement, agit par répulsion dans toutes ses parties élémentaires, avec une force moindre que la raison inverse du cube des distances, telle que seroit, par exemple, l'inverse de la quatrième puissance; pour lors l'action de toutes les masses de ce fluide qui sont placées à une distance finie d'un de ses élémens, est nulle relativement à l'action des points de contact; c'est ce que nous avons prouvé dans une note de notre second Mémoire imprimé dans le volume de l'*Académie*, *1785*. Ainsi, le fluide qui doit son électricité à cette loi de répulsion, se répandra uniformément dans le corps; mais toutes les fois que l'action répulsive des élémens du fluide qui produit son élasticité est plus grande que l'inverse du cube, telle, par exemple, que nous l'avons trouvée pour

l'électricité en raison inverse du carré des distances; pour lors, l'action des masses du fluide électrique placée à une distance finie d'un des élémens de ce fluide, n'étant pas infiniment petite relativement à l'action élémentaire des points en contact, tout le fluide doit se porter à la surface du corps, & il ne doit point en rester dans son intérieur.

Démonstration.

DANS un corps d'une figure quelconque *A a B*, que je suppose rempli de fluide dont les parties élémentaires agissent l'une sur l'autre en raison inverse du carré des distances, j'élève à un point *a* une normale *a b* infiniment petite; & par le point *b*, je fais passer un plan perpendiculaire à cette normale, qui divise le corps en deux parties, l'une infiniment petite *d a e b*, l'autre finie *d A F B e b*. Ainsi, en décomposant suivant *a b*, toutes les forces avec lesquelles la partie infiniment petite *d a b e* agit sur le point *b*, elle doit faire équilibre à l'action résultante, suivant *b a*, de toute la masse du fluide répandu dans le corps *d A F B e*. Imaginons actuellement sur le plan *d b e*, de l'autre côté de *a*, une petite calotte *d c e* exactement égale à la calotte *d a e*, en prolongeant *a b* jusqu'en *c*, *c b* sera égale à *a b*. Mais si le fluide est répandu dans tout le corps, pour que la loi de continuité existe, il faut, puisque *a c* peut être diminué à l'infini, que la densité du fluide au point *c* soit égale à celle du point *a*, ou au moins n'en diffère que d'une quantité que l'on peut diminuer à l'infini. Ainsi, la seule petite masse de fluide électrique contenue dans la calotte *d c b e*, doit faire équilibre à celle contenue dans la calotte *d a e b*;



d'où il résulte que l'action de toute la masse de fluide qui seroit contenue dans le reste du corps doit être nulle; ce qui ne peut avoir lieu lorsque l'action des masses placées à une distance finie d'un point du fluide, n'est pas infiniment petite relativement à l'action d'un élément du corps en contact avec ce point, à moins que la densité de ces masses ne soit nulle. D'où résulte que dans l'état de stabilité du fluide électrique, tout ce fluide se portera à la surface du corps, & qu'il n'y en aura point dans l'intérieur.

La première partie du théorème, que le fluide doit se répandre uniformément dans le corps, lorsque l'action des élémens en contact est infinie relativement à l'action des masses finies qui sont à une distance finie de ces mêmes élémens, n'a pas besoin de démonstration.

XII.

Nous verrons dans un des Mémoires qui suivront celui-ci, quelle est la densité électrique de chaque point de la surface d'un corps, d'une figure donnée, & quel est l'état des particules idio-électriques de l'air immédiatement en contact avec ces surfaces.



MÉMOIRE SUR LA STUCTURE DU CRISTAL DE ROCHE.

Par M. l'Abbé HAÜY.

20 Mai 1786. Les diverses configurations des molécules intégrantes que la Nature emploie à la formation des cristaux qui appartiennent aux différentes substances minérales, doivent nécessairement apporter des changemens plus ou moins sensibles dans la manière dont ces molécules sont assorties entr'elles. Cet assortiment paroît de plus subordonné à une loi, qui exige que toutes les forces correspondantes des molécules, soient respectivement parallèles. Tant que ces molécules sont des parallélipipèdes, on conçoit qu'elles doivent s'appliquer par leurs faces, de manière que si le contact étoit parfait, elles ne laisseroient aucun vide intermédiaire. Il y a encore plusieurs formes qui se prêtent à cet arrangement, telles que celle du prisme droit triangulaire, celle du tétraèdre à plans triangulaires isocèles, semblable à la molécule du grenat, &c. Mais les observations que présente la structure de certains cristaux, lorsqu'on essaie de saisir les joints naturels de leurs lames composantes, font présumer que le mécanisme de la cristallisation n'est pas limité aux seules formes capables de remplir exactement un espace autour d'un point donné. Il existe très-probablement d'autres formes qui, pour produire des corps réguliers, & satisfaire aux loix que subit la cristallisation, doivent s'appliquer, tantôt par leurs bords, tantôt par certaines portions de leurs faces, en sorte qu'il reste entre elles des interstices ou des vacuoles, dont les figures sont similaires comme celles des molécules elles-mêmes. J'ai déjà

fait connoître ailleurs un exemple de ce genre, en traitant de la criſtalliſation du ſpath fluor *(a)*.

Cette ſorte de ſtructure eſt d'autant plus admiſſible, qu'elle s'accorde parfaitement avec les loix de décroiſſemens auxquelles eſt aſſujettie la formation des criſtaux; mais il faut convenir que, dans pluſieurs cas, elle jette quelque incertitude ſur la connoiſſance de la véritable forme des molécules, & conduit à des eſpèces de problèmes indéterminés, dont la ſolution ne peut être fondée que ſur des vraiſemblances. Les coupes qu'admet alors le criſtal, indiquent deux ou trois formes différentes de molécules, ou même davantage, à cauſe de l'interpoſition des vides qui ſe trouvent ſous-diviſés en même temps que ces molécules. Il m'a ſemblé que dans ce cas, tout l'art devoit conſiſter à ramener les formes indiquées à deux ſeulement, & à ſe déterminer enſuite ſur le choix, d'après quelques obſervations particulières, lorſque l'on étoit aſſez heureux pour en trouver dans l'aſpect même ou dans la ſtructure des criſtaux, qui fuſſent propres à écarter ce qui reſtoit encore d'arbitraire dans le réſultat.

Le criſtal de roche eſt peut-être celle de toutes les ſubſtances dont il s'agit, à l'égard de laquelle la théorie ait le plus beſoin d'être aidée par des vues acceſſoires qui en dirigent l'application. Les premières tentatives que j'ai faites ſur la ſtructure de ce criſtal, ont eu pour but de reconnoître, s'il étoit poſſible, les joints des lames qui le compoſent, & le ſens dans lequel ces lames ſont appliquées les unes ſur les autres. Vallerius, & d'après lui, pluſieurs minéralogiſtes regardoient la caſſure de cette ſubſtance comme abſolument vitreuſe; cependant je ſuis parvenu, après diverſes tentatives, à y obtenir des coupes qui, ſans être auſſi nettes que celles qu'on fait dans les ſpaths, annoncent ſenſiblement le poli de la Nature. Je

(a) Eſſai d'une théorie ſur la ſtructure des criſtaux, *page 136.*

rendrai compte de ces tentatives, ainsi que des conséquences que j'en ai déduites, à mesure qu'elles seront amenées par la description des principales variétés de formes qu'offre le cristal de roche.

La structure de ce cristal m'a conduit à l'observation d'un autre fait, qui tient à la figure des molécules & à leur assortiment; il consiste en ce que les joints qui se trouvent entre certaines faces de ces molécules, ne sont pas continus, comme dans la plupart des cristaux, mais situés tantôt sur deux & tantôt sur trois plans parallèles & infiniment voisins, en sorte que les faces dont il s'agit coïncident alternativement avec ces différens plans. J'ai retrouvé depuis dans d'autres cristaux cette même disposition, qui, au reste, ne me paroît souffrir aucune difficulté, parce qu'elle s'accorde avec les autres faits qui sont une suite des loix de la cristallisation, comme l'adhésion des molécules voisines par leurs faces analogues, le parallélisme exact de ces faces avec celles qui leur correspondent dans d'autres parties du cristal, &c. Le fait dont il s'agit influe seulement sur la facilité de diviser mécaniquement le cristal; & tout ce qui en résulte, c'est que l'ensemble de la structure est géométriquement plus composé, quoique toujours simple & uniforme en lui-même, & relativement à la marche graduée de la cristallisation.

FORME PRIMITIVE.

Cristal de Roche à deux pyramides exaèdres (fig. 1).
Développement. Douze triangles isocèles, cao, oag, *&c.*
aco = aoc = 70d 31′ 43″; coa = 38d 56′ 34″.

CETTE forme est la plus simple & la plus régulière de toutes celles qu'affectent les différens cristaux de roche; mais il est rare d'en trouver dans lesquels les deux pyramides s'appliquent exactement par leurs bases, sans aucun prisme intermédiaire. Je n'ai encore observé cette forme exprimée bien nettement & isolée, que sur des cristaux opaques

opaques & noirâtres. Presque toujours elle est plus ou moins modifiée, soit par l'addition d'un prisme, soit par d'autres accidens, de manière cependant qu'un œil exercé en reconnoît aisément les traits originaires à travers les modifications qui la déguisent. On conçoit que cette même forme sous-divisée à l'aide de six plans coupans qui passeroient par les arêtes *a c, a o, a g, &c.* & par l'axe du cristal, donneroit six tétraèdres égaux & semblables entr'eux; & il est très-probable que ces tétraèdres sont les vraies molécules des cristaux de quartz, comme j'essayerai de le prouver, en parlant des cristaux secondaires qui m'ont fourni les observations d'après lesquelles j'ai adopté ce tétraèdre, préférablement à d'autres formes qui ne s'accorderoient pas avec la structure des cristaux.

FORMES SECONDAIRES.

PREMIÈRE VARIÉTÉ.

Cristal de Roche en prisme à six pans, terminé par une ou deux pyramides. (fig. 2.).

Il arrive très-souvent que les prismes des cristaux de cette variété, sont implantés dans leur gangue par une de leurs extrémités, de sorte que l'on ne voit que la pyramide qui est à l'extrémité opposée. Les pans du prisme sont presque toujours striés dans des directions parallèles aux bases *c o, o g, g e, &c.* des faces de la pyramide, tandis que celles-ci sont hérissées de petites aspérités qui ressemblent communément à de petites lames triangulaires isocèles, arrondies par les deux angles de la base. Stenon avoit très-bien remarqué ces accidens, dont il a tiré des inductions intéressantes sur la manière dont s'accroissent les cristaux de quartz. On peut consulter à ce sujet la collection académique, *Partie étrangère, tome IV, page 397 & suiv.*

Quant à la structure de ces cristaux & au sens suivant lequel ils se divisent, j'ai reconnu que les lames qu'on

détachoit, à l'aide des ſections dont j'ai déjà parlé, avoient des faces parallèles à celles des pyramides, & d'autres faces parallèles aux pans du priſme. Je fais abſtraction, pour quelques inſtans, de ces dernières faces : j'ai obſervé que le plus ſouvent on n'obtenoit de diviſions nettes que parallèlement à trois faces priſes alternativement ſur chaque pyramide, & adjacentes de part & d'autre à différens pans du priſme intermédiaire; en ſorte qu'il réſulte de ces ſections un ſolide rhomboïdal peu différent du cube. On peut auſſi reconnoître la ſtructure du criſtal, en expoſant celui-ci au feu pendant quelques inſtans, & le retirant enſuite pour le laiſſer refroidir, il ſe délite en pluſieurs endroits; & parmi les fractures qu'il préſente, il s'en trouve ordinairement quelques-unes qui ſont planes, & qui ſuivent les directions que j'ai indiquées. M. de Coëtanfao, Élève de M. Daubenton, & diſtingué par ſes connoiſſances en chimie & en minéralogie, a employé avec ſuccès ce dernier procédé, dont il a bien voulu me faire part.

Nous avons donc déjà, dans le criſtal de roche, douze coupes poſſibles parallèles aux douze faces des deux pyramides, & dont ſix qui ſont dans les directions des faces d'un rhomboïde, m'ont paru plus faciles à obtenir que les autres. Si l'on ſuit avec attention les interſtices de tous les plans coupans qui paſſent par les endroits de ces ſections, on verra qu'il doit en réſulter pluſieurs formes différentes de molécules, la plupart aſſez irrégulières; & que de plus, ſi l'on choiſit l'une quelconque de ces formes pour ſupprimer les autres, les molécules de cette forme ſeront tellement diſpoſées, qu'elles ne pourront ſe ſoutenir mutuellement au milieu des vides intermédiaires, & ne formeront qu'un aſſemblage de parties mal aſſorties entr'elles. Sans m'arrêter ici à décrire tous les différens réſultats auxquels conduit ce genre de recherches, j'expoſerai une manière de concevoir la ſtructure du criſtal, qui m'a paru beaucoup plus naturelle, & qui en même-temps ſe trouve d'accord avec les obſervations.

Soit *abhilf* (*fig. 3*) un rhomboïde qui ait ſes ſommets en *a* & en *i*, & dans lequel le grand angle *bad* de chaque face ſoit de $93^d\ 22'\ 20''$ *; concevons que l'on ait fait paſſer des plans coupans par les ſommets *a*, *i*, & par les milieux *c*, *o*, *g*, *e*, &c. des arêtes du rhomboïde qui ne ſont pas contiguës aux ſommets; il eſt aiſé de voir que ce rhomboïde ſe trouvera changé en un dodécaèdre à plans triangulaires iſocèles (*fig. 1*), dont les angles, d'après le calcul que j'en ai fait, ſeront égaux à ceux du criſtal de roche. Les parties du rhomboïde interceptées par les plans coupans, ſeront des tétraèdres très-irréguliers, au nombre de ſix, qui auront pour faces deux triangles iſocèles inégaux *oag*, *oig* (*fig. 3*), & deux triangles ſcalènes *ado*, *adg*, égaux entr'eux.

Or le même dodécaèdre pourroit auſſi réſulter d'une loi ſimple & régulière de décroiſſement. Car, ſuppoſons le rhomboïde compoſé d'une infinité de petits rhomboïdes qui lui ſoient ſemblables, concevons de plus, que les lames de ſuperpoſition décroiſſent ſur leurs angles adjacens aux ſommets *a*, *i*, par une rangée de molécules priſe de deux en deux lames, en ſorte que d'un décroiſſement à l'autre, il y ait toujours deux de ces lames qui ſoient de niveau par leurs bords décroiſſans. Soit *padi* (*fig. 4*) une coupe géométrique du rhomboïde (*fig. 3*) telle qu'on l'obtiendroit à l'aide d'un plan coupant qui paſſeroit par la diagonale *di*, & par celle qui lui eſt oppoſée, dans l'autre partie du criſtal, les lignes *ad*, *pi* ſeront les arêtes interpoſées entre ces diagonales. Menons *az* de manière que l'on ait $zd = \frac{1}{4}\, di$, (*fig. 3* & *4*). Soit *rst* le triangle menſurateur dans lequel *rs*, différence entre deux décroiſſemens conſécutifs, ſera dans la direction de la petite diagonale d'une des molécules rhomboïdales; *st* ſe confondra avec l'arête extérieure de la même molécule, & *rt* ſera

* Le coſinus du petit angle *abh* eſt $\frac{1}{17}$ du rayon.

ſur le plan de la face *a o g (fig. 3)*, & par conſéquent coïncidera avec *a z (fig. 4)*, d'où il eſt aiſé de conclure que les triangles *r s t*, *a d z* ſont ſemblables. On aura donc *a d* : *d z* : : *s t* : *s r*, ou 2 *a d* : 2 *d z* : : *s t* : *s r*. Partant *s t* eſt à *s r*, comme deux fois l'arête extérieure de la molécule eſt à la moitié de la petite diagonale, ce qui exprime la loi de décroiſſement indiquée.

Cette ſtructure eſt peut-être la plus ſimple que l'on puiſſe imaginer pour ramener la formation du criſtal de roche à la théorie des décroiſſemens; mais elle ne ſatisfait point à l'obſervation des coupes que l'on obtient quelquefois parallèlement aux faces *aog*, & à celles qui lui correſpondent, non plus qu'à d'autres obſervations dont je parlerai plus bas. Voici de quelle manière j'ai cru devoir la modifier, pour qu'elle fût d'accord en même temps avec ces obſervations & avec la théorie.

Remarquons d'abord que, dans le dodécaèdre réſultant de la loi de décroiſſemens dont j'ai parlé, les faces, telles que *a o g (fig. 3)*, produites par ces décroiſſemens, ne ſeroient autre choſe que la ſomme de tous les angles ſolides extérieurs ſitués par rapport aux petits rhomboïdes compoſans, comme l'angle ſolide *d* l'eſt à l'égard du rhomboïde total. Les choſes étant dans cet état, imaginons que toutes les molécules rhomboïdales ſoient ſous-diviſées en autant de dodécaèdres, par des coupes ſemblables à celles que nous avons ſuppoſées pour le rhomboïde *abhif*. Le dodécaèdre entier ſe trouvera lui-même partagé en une infinité de petits dodécaèdres partiels, avec des tétraèdres interpoſés, & les faces produites par les ſections dont j'ai parlé, ſeront reſpectivement parallèles au triangle *a g o*, & aux cinq autres qui lui correſpondent. En comparant les poſitions reſpectives des tétraèdres avec celles des dodécaèdres adjacens, on verra que les premiers n'ont point celles de leurs faces qui ſont ſemblables, parallèles entre elles, & que la manière dont ils ſont groupés & aſſortis,

ne permet guere d'admettre la ſtructure qui réſulteroit de leur aſſemblage. Au contraire, tous les petits dodécaèdres ſont ſitués de façon que leurs faces analogues ſe trouvent parallèles les unes aux autres. Cet aſſortiment d'ailleurs eſt tel, que les faces par leſquelles ces petits ſolides s'appliquent les uns contre les autres, ſont diſpoſées comme les deux triangles *oag*, *pmk* (*fig.* 5); le premier de ces triangles repréſentant une des faces de la pyramide ſupérieure d'un de ces dodécaèdres, & l'autre une des faces de la pyramide inférieure dans le dodécaèdre adjacent; par où l'on voit que les centres de gravité de ces triangles ſe confondent en un point commun *c*. De plus, il ny a ſur chaque dodécaèdre, que trois faces priſes alternativement dans la pyramide ſupérieure, & les trois faces intermédiaires de la pyramide inférieure, qui ſoient contiguës aux faces des dodécaèdres voiſins, les ſix autres faces ſe trouvant comme maſquées par ſes angles ſaillans *p*, *k*, *m*, qui ne permettent pas à la juxta-poſition des molécules de ſe continuer ſur ces mêmes faces. En un mot, ſi le criſtal de roche eſt compoſé, du moins ſecondairement, de petits criſtaux dodécaèdres, comme l'obſervation porte à le croire, il n'y a ici aucune autre ſtructure admiſſible, pour ſatisfaire à la condition que le tout ſoit ſemblable à chacune de ſes parties, condition qui détermine un des principaux réſultats de la criſtalliſation, & en même temps le plus ſimple de tous.

Paſſons aux conſéquences qui réſultent de cette ſtructure. Soit *ABHD* (*fig.* 6) la même face que *abhd* (*fig.* 3). *ACO* repréſentera l'une des faces du dodécaèdre du criſtal de roche. Tous les petits triangles renfermés dans le triangle *ACO*, ſeront les faces extérieures d'autant de petits dodécaèdres, entre leſquelles ſe trouveront diſſéminés des vacuoles dont la diſpoſition eſt ſenſible, par la ſeule inſpection de la figure; d'ailleurs, il eſt évident que toutes ces petites faces triangulaires ſeront ſur un même plan. Les cinq autres faces du criſtal correſpondantes à celles du

rhomboïde cité plus haut, auront une ſtructure ſemblable à celle du triangle *ACO*.

Il n'en ſera pas de même des faces *ago* (*fig. 1* & *3*), interpoſées entre les précédentes. Pour concevoir la diſpoſition des dodécaèdres, relativement à ces faces, ſoit *apid* (*fig. 7*) le même quadrilatère que (*fig. 4*). Si l'on ſous-diviſe ce quadrilatère en un certain nombre de quadrilatères partiels, comme on le voit ſur la figure, ces quadrilatères formeront dans les rhomboïdes partiels dont le rhomboïde *abhilf* (*fig. 3*) eſt cenſé compoſé, autant de coupes géométriques ſemblables à celle que nous avons ſuppoſée pour le rhomboïde total. Cela poſé, dans le dodécaèdre réſultant de la loi de décroiſſement dont j'ai parlé, les deux rhomboïdes renfermés dans l'eſpace déſigné par *cahk* ſubſiſteront; ceux que circonſcrit l'eſpace *khnγ* ſeront ſouſtraits; ceux qui répondent à *δγμφ* ſeront conſervés, & ainſi de ſuite. Maintenant, la ſuppreſſion des tétraèdres produit des facettes ſur les plans deſquelles ſe trouvent les petites lignes *ae*, *gf*, *γϛ*, *ζυ*, *&c.* Or, *γϛ* eſt ſur le prolongement de *ae*, & *ζυ* ſur celui de *gf*; d'où il ſuit que toutes les facettes dont il s'agit ſe trouveront ſur deux plans parallèles infiniment voiſins, qui ſe confondent ſenſiblement par rapport à l'œil *.

Les faces que l'on peut concevoir dans l'intérieur du criſtal parallèlement aux triangles *ago* (*fig. 3*), auront évidemment la même ſtructure. Concluons de tout ce qui précède, que quand on diviſe mécaniquement le criſtal dans le ſens des faces *age*, *ago*, *&c.* le plan coupant paſſe par les joints naturels des lames. On concevra au contraire, avec un peu d'attention, que les joints par leſquels les dodécaèdres ſe tiennent du côté des autres faces, ſont obliques

* Quant aux arêtes *kγ*, *μπ*, *&c.* elles n'entrent point dans la ſtructure des faces dont il s'agit, parce qu'elles occupent les angles rentrans des rangées de molécules diſpoſées entre celles auxquelles appartiennent les ſaillies *ah*, *γφ*, *&c.*

par rapport à ces faces, à cause de l'espèce d'engrenage que forment tous les petits dodécaèdres par leur réunion. Cette structure me paroît rendre raison de l'observation que j'ai déjà faite au sujet des sections du cristal, d'où il résulte le plus souvent, ainsi que je l'ai dit, une espèce de rhomboïde, dont les faces semblables au triangle *A C O* (*fig. 6*) doivent se prêter plus facilement à la division mécanique du cristal, que les faces intermédiaires.

Soit que l'on considère les unes ou les autres de ces faces, on voit qu'elles sont pleines de sinuosités, & c'est probablement une des causes qui contribuent au défaut sensible de poli que l'on observe sur les faces des pyramides, & que Stenon désignoit, en disant que *la matière cristalline laissoit sur le cristal des traces tortueuses de son passage.*

J'ai dit que la forme du dodécaèdre n'étoit pas le dernier terme de la division mécanique des cristaux quartzeux; & effectivement, à ne considérer que la nature seule de cette forme, on est porté à croire qu'elle est trop composée pour être du nombre des formes élémentaires. Cette considération m'a engagé à multiplier mes tentatives pour la sous-diviser, & je suis parvenu, quoique difficilement, à obtenir plusieurs fois des lames planes ayant le poli naturel, & situées dans le sens des pans du prisme. Si l'on conçoit que les divisions qui mettroient ces lames à découvert, passent par les arêtes, telles que *ae, ao, ag,* &c. des petits dodécaèdres dont le cristal entier est formé, auquel cas elles conservent, par rapport aux pans du prisme, le parallélisme dont j'ai parlé; il est aisé de voir, ainsi que je l'ai déjà remarqué plus haut, que chacun de ces dodécaèdres se trouvera décomposé en six tétraèdres égaux & semblables entr'eux. Ces tétraèdres auront deux faces extérieures, formées par deux faces du dodécaèdre, & dont l'angle au sommet du triangle isocèle sera par conséquent de $38^d\ 56'\ 34''$, & chacun des angles sur la base, de $70^d\ 31'\ 43''$: quant aux deux faces intérieures,

elles seront aussi des triangles isocèles semblables entr'eux; mais différens des premiers, en sorte que l'angle au sommet sera de 96^d 22′ 52″, & chacun des deux autres angles de 41^d 48′ 34″.

Si l'on considère maintenant les positions respectives de tous ces tétraèdres, on trouvera que leurs faces sont, ainsi que certaines faces des pyramides, dans divers plans parallèles & infiniment voisins. Pour le prouver, soit *apid (fig. 8)* le même quadrilatère que *fig. 7.* D'après ce qui a été dit plus haut, les lignes *ae, rl,* &c. menées aux $\frac{1}{4}$ des lignes *rg, ac,* sont sur les plans coupans qui sous-diviseroient les rhomboïdes en dodécaèdres, & les lignes *le, of,* &c. seront les doubles rayons droits *NI (fig. 9)* des hexagones situés à la base commune des deux pyramides, dans les différens dodécaèdres. Cela posé, on concevra, avec un peu d'attention, qu'il y a certains dodécaèdres, dont les doubles rayons droits anticipent sur ceux qui appartiennent à d'autres dodécaèdres, si on rapporte ces rayons à un même plan horizontal. Tel est le double rayon droit *of,* à l'égard des deux rayons *le, xy.* Or, les hexagones auxquels appartiennent ces rayons, étant pareillement rapportés à un même plan horizontal, anticipent aussi les uns sur les autres, comme *IAN, SBH (fig. 9)*; d'où il résulte que les plans verticaux, dirigés suivant *DM, DI,* & qui diviseroient l'hexagone *IAN* en triangles équilatéraux, opéreroient de fausses divisions sur l'hexagone voisin, ce qui s'applique aisément aux dodécaèdres, dont les pyramides ont ces hexagones pour bases.

D'après cela, on voit qu'en prenant successivement les différentes rangées de dodécaèdres, qui ont les bases de leurs pyramides sur un même plan horizontal, par exemple, les trois rangées situées à la hauteur des lignes *le, of, ts,* ces dodécaèdres auront les faces correspondantes de leurs tétraèdres disposées sur trois plans verticaux infiniment voisins. Il y aura continuité entre les faces des tétraèdres de la première

rangée

rangée *le*, & de la quatrième *qz*, parce que les rayons droits *le*, *qz*, ont leurs extrémités dans les mêmes plans verticaux: la continuité aura pareillement lieu, relativement à la seconde rangée *of*, & la cinquième *ν ψ*, à la troisième *ts*, & la sixième *ω ζ*; & ainsi de suite.

Quant aux dodécaèdres qui ont les rayons droits des bases de leurs pyramides, situés sur un même plan horizontal, comme *ts*, *xy*, chacun d'eux sera divisible en tétraèdres, par les mêmes plans verticaux, qui sous-diviseroient d'autres dodécaèdres situés à la même hauteur; car la distance entre les extrémités *r*, *x*, de deux doubles rayons droits voisins, étant toujours égale à l'un quelconque de ces doubles rayons, il est clair que chacun des hexagones auxquels appartiennent ces rayons, correspondra avec quelqu'un des hexagones de l'assortissement représenté par la *fig. 17*. Or, ceux-ci sont divisibles en triangles équilatéraux, à l'aide des prolongemens des mêmes sections qui auroient déjà sous-divisé semblablement d'autres hexagones; d'où l'on conclura que les divisions des dodécaèdres eux-mêmes ne peuvent anticiper les unes sur les autres.

Il résulte de-là que le cristal de roche est très-probablement composé de tétraèdres grouppés six à six, de manière à laisser dans l'intérieur du cristal des vacuoles dont les figures représentent d'autres tétraèdres plus irréguliers. Cette structure est beaucoup plus simple que celle qui résulteroit d'un assemblage de rhomboïdes tels que ceux dont les dodécaèdres dérivent; car si l'on cherche les résultats des divisions latérales par rapport au rhomboïde de la *fig. 3*, on trouvera qu'elles produiroient, en passant sur les lignes *aoi*, *agi*, non plus des tétraèdres, mais de petits solides à cinq faces, & d'une forme très-irrégulière.

A l'égard du prisme qui sépare les deux pyramides, il est ordinairement chargé, même sur les cristaux les mieux prononcés, d'une multitude de stries transversales, comme je l'ai dit plus haut. Or, si l'on considère que les petits dodécaèdres composans ont leurs arêtes *co*, *og*, *ge*, &c. (*fig. 1*)

alignées dans le même ſens que les ſtries, on conçoit comment les directions de ces arêtes, jointes à l'inclinaiſon des faces des pyramides, peuvent former des cannelures qui ſillonnent les pans du priſme, ſur-tout dans l'hypothèſe très-admiſſible où le criſtal ſeroit uniquement formé par des dodécaèdres entiers. En ſe rappelant que ces dodécaèdres joints aux vacuoles repréſentent des rhomboïdes, & en appliquant ici le raiſonnement que j'ai employé par rapport au ſpath calcaire en priſme exaèdre, (*Eſſai d'une théorie, &c. page 92*) on trouvera que l'aſſortiment qui donne les plans verticaux & continuement anguleux du criſtal de roche, équivaut à un décroiſſement par deux rangées de rhomboïdes ſur les angles inférieurs des lames de ſuperpoſition.

DEUXIÈME VARIÉTÉ.

Criſtal de Roche dont les ſommets ont trois faces heptagones & trois facettes triangulaires. (fig. 10)

Développement. Angles des heptagones *a b d c o r f*, *b a f* = $93^d\ 22'\ 20''$; *a b d* = *a f r* = $152^d\ 47'\ 7''$; *b d c* = *f r o* = $140^d\ 23'\ 33''$; *d c o* = *r o c*, $109^d\ 58'\ 20''$.

Angles des triangles *r f t*, *f r t* = *f t r* = $70^d\ 31'\ 43''$; *r f t* = $38^d\ 56'\ 34''$.

Angles des hexagones *r t g k p o*, *o r t* = *g t r* = $131^d\ 48'\ 39''$, *r o p* = *t g k* = $138^d\ 11'\ 21''$; *o p k* = *g k p* = 90^d.

Parmi les différentes modifications de forme que ſubit le criſtal de roche, & qui tiennent à l'inégalité des faces de ſes pyramides, il en eſt une qui ſe rencontre très-communément. Cette variété a lieu lorſque trois des faces de chaque pyramide ont pris plus d'étendue que les trois faces intermédiaires; & cela, de manière que les plus grandes faces répondent de part & d'autre à différens pans du priſme. Ces faces alors préſentent des heptagones *a b d c o r f*; & les

petites faces sont des triangles *r f t*, comme dans les cristaux ordinaires. Ces triangles sont quelquefois à peine sensibles; & comme l'angle au sommet des grandes faces ne diffère pas beaucoup de 90ᵈ, la pointe du cristal représente à-peu-près l'angle solide d'un cube; & lorsque plusieurs pointes pareilles sont grouppées & se serrent les unes contre les autres, on seroit tenté de les prendre pour un assemblage de cristaux cubiques ; c'est ce qui a fait dire à quelques auteurs, sur un faux aperçu, qu'il y avoit du quartz cubique.

J'ai des cristaux à deux sommets de cette même variété, qui sont d'une netteté & d'une transparence parfaite : j'en ai un autre coloré en vert par une stéatite, qui n'a qu'une seule pyramide, mais dont les plans sont trois pentagones *complets*, en sorte qu'on n'aperçoit entr'eux aucun indice de triangles. Tout cela se concilie, comme on voit, avec la structure que j'ai adoptée, & de laquelle il suit que trois faces, prises alternativement dans chaque pyramide, sont dans un cas différent des trois intermédiaires, de manière qu'il doit en résulter fréquemment un aspect tel que celui qui vient d'être décrit.

TROISIÈME VARIÉTÉ.

Cristal de Roche, à facettes rhomboïdales. (Fig. 11)

Il arrive quelquefois que les angles solides, à la base des pyramides de cristal de roche, se trouvent remplacés par des facettes *s p r o*, qui sont des rhombes parfaits, ayant leurs côtés *s p*, *s o*, parallèles aux côtés *g b*, *g h* des faces correspondantes sur les pyramides *. Ces facettes,

* Ce parallélisme seul suffit pour prouver que les facettes dont il s'agit sont de vrais rhombes. Car, supposons que l'on fasse passer un plan coupant par les arêtes *g b*, *g h*; ce plan interceptera un quadrilatère semblable à *s p r o*. Soit *g l* (*fig.* 15) la grande diagonale de ce quadrilatère; ayant mené la ligne *d u* perpendiculaire sur *d l*, cette ligne sera le

quoique bien prononcées, ont ordinairement un aspect terne & mat ; elles n'affectent aucune disposition symétrique par rapport au polyèdre, dont elles modifient la forme, & je n'en ai jamais vu plus de deux ou trois sur un même cristal. Pour trouver la loi de décroissement qui les produit, reprenons le cas où le dodécaèdre du cristal de roche résulteroit d'un assemblage de rhomboïdes avec des décroissemens, par deux rangées de molécules pour les faces *aog*. Concevons un plan coupant qui passe par les arêtes *ao*, *ae* (*fig. 3*); la section faite par ce plan sera nécessairement parallèle à l'une des facettes rhomboïdales *spro* (*fig. 11*). De plus, le point *e* par lequel passe la section, étant au milieu du côté *fl*, si l'on considère l'effet de la même section sur la face du rhomboïde, parallèle à *abhd*, on concevra que cette section doit tomber sur un point *k*, situé de manière que l'on ait (*fig. 3* & *12*), $kl = \frac{1}{4} il$ *; donc *ok* sera la section du plan coupant sur *dhil*. Menons *hu* parallèle à *ok*; soit *qmn* le triangle mensurateur, rapporté au plan du rhombe *hdli*; on aura *qm*, *mn*, parallèles à *hi*, *iu* : d'ailleurs, *qn* étant aussi parallèle à *hu* ou *ok*, se trouvera sur le plan de la coupe faite dans le cristal. Or, $qm : mn :: hi : iu :: 4hi : il$; donc, la ligne *hu* ou *ok* passera sur une suite d'angles de rhomboïdes, soustraits par quatre rangées, en allant de *h* vers *il*. De plus, les lignes *ao*, *ae* (*fig. 3*) passent par des angles de rhomboïdes **; d'où il suit, que si l'on suppose

---

rayon oblique de l'hexagone régulier qui forme la base de la pyramide supérieure du cristal. De plus, le point *t* tombera au milieu d'un des côtés du triangle équilatéral inscrit à cet hexagone. Donc $du = 2td$; donc aussi $lx = du = 2td$, d'où l'on conclura que $gl = 2gt$. Soit *gylz* (*fig. 16.*), le quadrilatère que nous considérons ici; les triangles *ygz*, *ylz* étant isocèles, on aura, à cause de $gt = tl$, $gy = yl = gz = lz$. Donc *gylz* & *spro* (*fig. 11*) sont l'un & l'autre des rhombes parfaits.

* Les triangles *ekl*, *aod* (*fig. 3*) étant semblables, on a $el : lk :: ad : do$; or, $el = \frac{1}{2} fl = \frac{1}{2} ad$. Donc $lk = \frac{1}{2} do = \frac{1}{2} el = \frac{1}{4} il$.

** C'est une suite nécessaire de la position de ces lignes qui aboutissent au milieu des côtés *dh*, *fl*. Un coup-d'œil jeté sur les lignes *AC*, *AO* (*fig. 6*) qui font la même fonction, aidera à concevoir cet effet.

ces rhomboïdes réduits à des dodécaèdres, le même plan coupant interceptera un certain nombre de ces dodécaèdres, & par conséquent, la facette *s p r o* résultera d'une loi de décroissement, par quatre rangées de dodécaèdres, parallèlement à l'arête *b g*.

Pour mettre la plus grande précision possible dans la description des formes du cristal de roche, il m'a paru intéressant de rechercher une méthode à l'aide de laquelle on pût déterminer rigoureusement les angles de ses polyèdres. J'ai trouvé dans les facettes *s p r o*, des données pour évaluer ces angles, d'après le principe dont j'ai déjà fait plusieurs fois usage, & qui consiste à admettre l'égalité parfaite de deux quantités entre lesquelles l'observation ne laisse apercevoir aucune différence sensible.

Il suit du parallélisme des lignes *s p*, *g b*, d'une part, & *s o*, *g h*, de l'autre, que l'angle *p s o* = *b g h*. De plus, chacun de ces angles est sensiblement égal à l'angle *g b d* ou *g d b*, à la base des faces de la pyramide. Cela posé, il s'agit de résoudre le problème suivant. *Étant donnés deux triangles isocèles* b g d, b g h, *dont les bases soient entr'elles comme le côté de l'hexagone régulier est à celui du triangle équilatéral inscrit, & dont les côtés* b g, g d, g h, *adjacens à ces bases, soient tous égaux entr'eux, & supposant de plus que les angles à la base du premier triangle soient égaux à l'angle du sommet du second; trouver la mesure de ces angles.*

Concevons que le triangle *b g h* soit posé sur le triangle *g b d*, de manière que le côté *g h* du premier tombe sur le côté *g b* du second, & le côté *g b* du premier sur le côté *b d* du second, ainsi que le représente la *fig. 14*, dans laquelle les lettres extérieures appartiennent au triangle *b g d* (*fig. 11*) & les intérieures au triangle *b g h*. Cela posé, ces triangles ayant même hauteur *g a*, sont entr'eux comme leurs bases *b d*, *b g*. Donc, (*fig. 11*) $ga \times bd : bh \times gn :: bd : bg$; d'où l'on tire $(ga)^2 \times (bg)^2 = (bh)^2 \times (gn)^2$, en supprimant le facteur commun *b d*, & élevant au carré chaque nombre de l'équation.

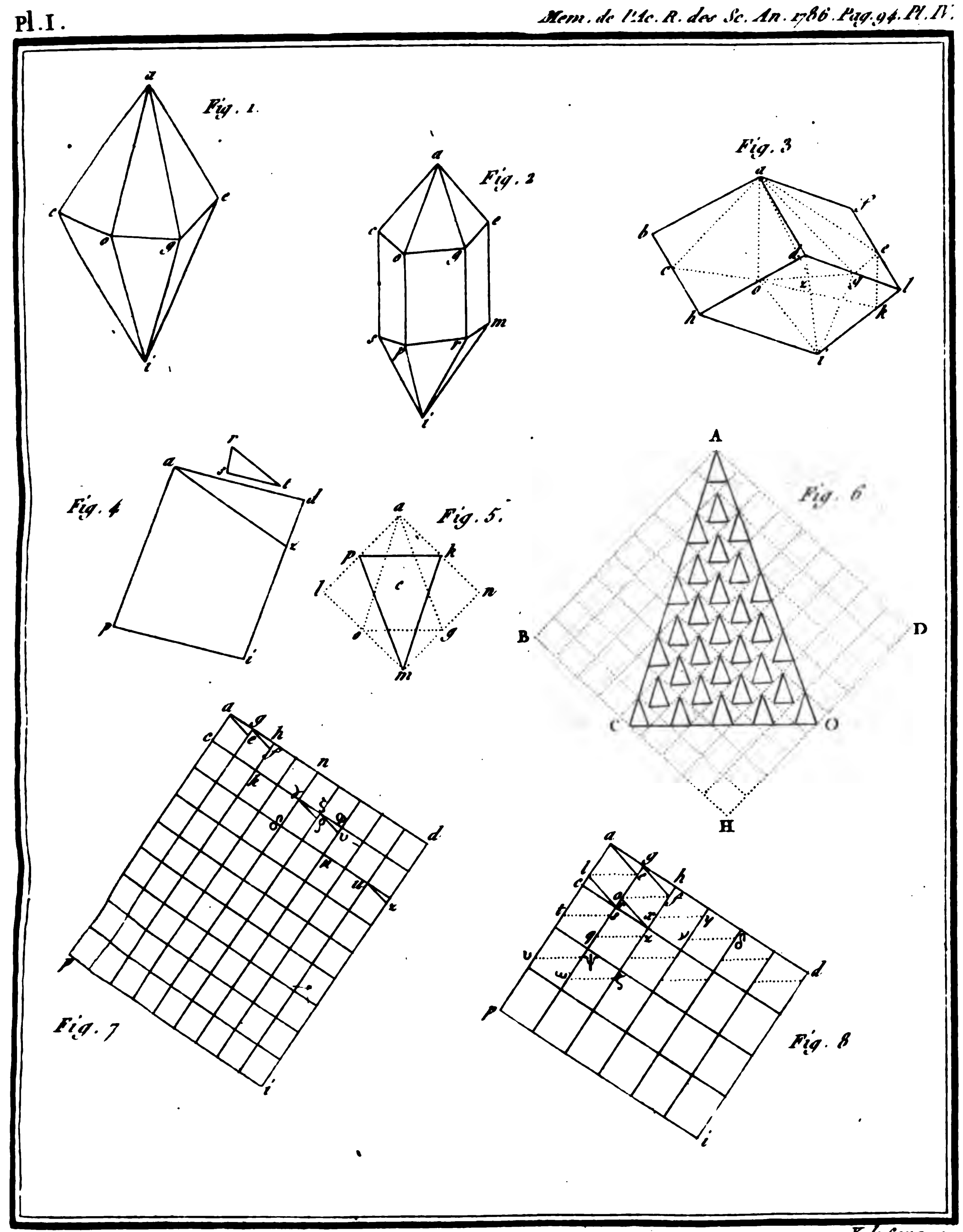
Or $(gn)^2 = (bg)^2 - (bn)^2$, & $(ga)^2 = (bg)^2 - (ba)^2 = (bg)^2 - \frac{1}{3}(bn)^2$, à cause que ba est la moitié du côté d'un hexagone régulier, dans lequel bn est la moitié du triangle équilatéral inscrit. Substituant les valeurs de $(gn)^2$ & $(ga)^2$, on aura $[(bg)^2 - \frac{1}{3}(bn)^2]$ $(bg)^2 = (bh)^2$ $[(bg)^2 - (bn)^2] = 4\ (bn)^2$ $[(bg)^2 - (bn)^2]$. Soit $bg = r$ le rayon, & $bn = x$, sinus de l'angle bgn; on aura $(r^2 - \frac{1}{3}x^2)\ r^2 = 4\ x^2$ $(r^2 - x^2)$; d'où l'on tire $x^4 - \frac{13}{12}\ r^2\ x^2 = -\frac{1}{4}\ r^4$. Cette équation résolue donne $x^2 = \frac{13}{24}r^2 \pm \frac{5}{24}r^2$. Je prends le signe négatif pour la raison que je dirai plus bas, & j'ai $x^2 = \frac{1}{3}r^2$ & $x = r\sqrt{(\frac{1}{3})}$, logar. $x = 97614394$, qui répond à $35^d\ 15'\ 51''\ 30'''$; donc l'angle $bgh = gbd = gdb = 70^d\ 31'\ 43''$, ce qui est conforme à l'observation *. Il est facile de déduire des valeurs précédentes, les mesures des différens angles indiqués dans les développemens des cristaux **.

Si, dans l'équation $x^2 = \frac{13}{24}r^2 \pm \frac{5}{24}r^2$, on prend le signe positif, on aura $x^2 = \frac{3}{4}r^2$, & $x = \frac{1}{2}r\sqrt{(3)}$. Cette expression donne la solution d'un autre problème dans lequel on supposeroit l'égalité de l'angle gbd, non plus avec l'angle bgh, mais avec son supplément. Or, ce problème ne peut avoir lieu pour une pyramide, mais seulement pour le cas où les triangles gdb, ghb seroient sur un même plan, & appartiendroient à un hexagone régulier; car ici, on a évidemment l'angle gbd (*fig. 13*) égal au supplément de bgh. Effectivement, si l'on fait $bn = r$, $gn = x$, on aura $x = \sqrt{(r^2 - \frac{1}{4}r^2)} = \frac{1}{2}r\sqrt{(3)}$, comme ci-dessus.

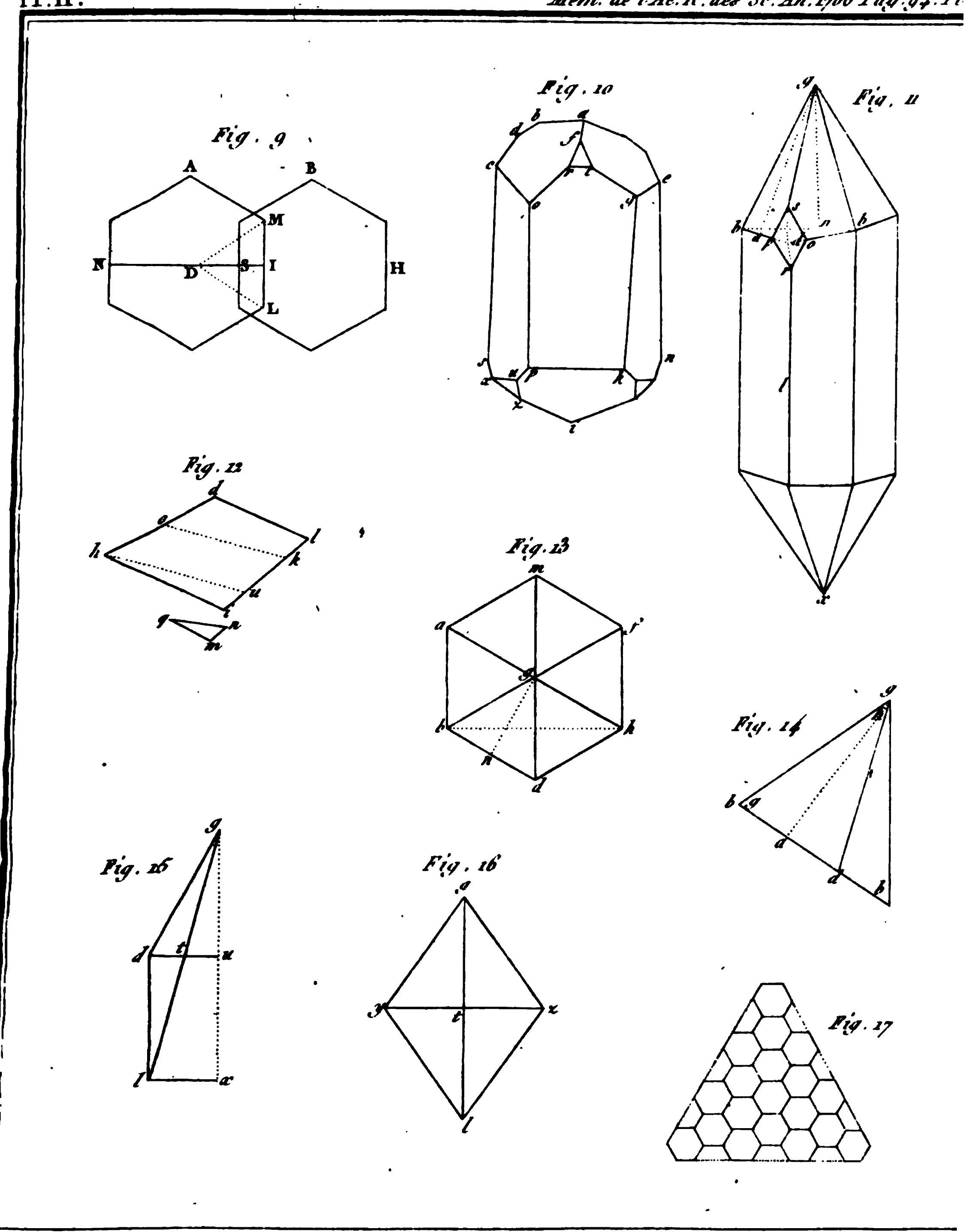
---

* Il n'est peut-être pas inutile de remarquer que les facettes $spro$ (*fig. 11*) sont parfaitement semblables aux rhombes du grenat dodécaèdre.

** On trouvera, d'après les mêmes valeurs, que l'angle formé par l'incidence de l'une quelconque, oag (*fig. 2*) des faces de la pyramide sur le pan voisin $gopr$ du prisme, est de $142^d\ 14'\ 20''$.



Y. le Gouaz sc.


Fig. 9
A
B
M
N
D
S
I
H
L
Fig. 10
Fig. 11
Fig. 12
Fig. 13
Fig. 14
Fig. 15
Fig. 16
Fig. 17

Y. le Gouaz

PREMIÈRE COMÈTE
Observée en 1786.
Par M. MESSIER.

CETTE Comète fut découverte à l'Observatoire royal, par M. Méchain, le 17 Janvier au soir; elle paroissoit à l'épaule gauche du Verseau, près de l'étoile β, & au-dessous d'une belle nébuleuse qui est placée à la tête de cette constellation que M. Maraldi observa le premier en 1746, en observant la comète qui parut cette année *(Mém. de l'Académie, 1746, page 58)*: je l'ai rapportée sur la carte de la route apparente de la célèbre comète observée en 1759 *(Mémoires de l'Académie, 1760, page 464)*.

M. Méchain me fit part de la découverte de cette comète, le lendemain dans l'après-midi, & me communiqua l'observation qu'il en avoit faite: la voici. Le 17 Janvier, à $6^h\ 35'\ 38''$ de temps moyen, la comète avoit d'ascension droite $320^d\ 52'\ 37''$, & de déclinaison $5^d\ 11'\ 11''$ australe. Je plaçai ma grande lunette acromatique, montée sur sa machine parallactique, dans le plan du méridien, pour pouvoir la chercher les soirs; mais les masses de cheminées qui s'élèvent au couchant de mon observatoire, devoient m'ôter toute espérance de la voir, si par son mouvement elle s'abaissoit, au lieu de s'élever au-dessus de l'horizon.

Le soir du 18, le ciel fut totalement couvert dans le temps qu'il falloit la chercher; à sept heures, le ciel se découvrit en grande partie au couchant, mais c'étoit trop tard pour pouvoir la chercher de mon observatoire.

Le 19, le ciel fut parfaitement beau toute la journée & le soir; vers les cinq heures, dans un grand crépuscule, je recherchai l'étoile β du Verseau, troisième grandeur, que je trouvai aisément avec ma lunette, & qui me servit à bien

régler le fil du micromètre, suivant le parallèle de cette étoile: c'étoit auprès d'elle que M. Méchain avoit vu la comète le 17, & c'étoit aux environs de cette étoile que je devois la chercher. J'employai beaucoup de temps avant de la trouver, le crépuscule qui régnoit alors étoit encore trop considérable pour pouvoir la découvrir: le crépuscule étant diminué, je la trouvai avec ma grande lunette, elle paroissoit sur le parallèle & peu éloignée de l'étoile β du Verseau: la comète assez grande, assez claire, le noyau brillant environné de nébulosité, sans aucune apparence de queue; ses apparences étoient plus sensibles que celles de la belle nébuleuse qui est placée à la tête du Verseau; la comparaison pouvoit s'en faire aisément, étant très-peu éloignées l'une de l'autre. Avec une lunette de nuit de 15 pouces de foyer, je pouvois voir la comète, mais foiblement, à cause du crépuscule qui régnoit alors. Je comparai trois fois la comète, directement à l'étoile β du Verseau: voici les déterminations qui en furent faites avec soin. À $5^h\ 44'\ 5''$ de temps vrai, la comète précédoit l'étoile β, au fil horaire du micromètre, de $1^d\ 18'\ 15''$; la comète étoit plus australe que l'étoile, de $22'\ 20''$: de ces différences observées, & de la position de l'étoile que je suppose de $320^d\ 4'\ 28''$ pour le 19 Janvier, il résulte pour l'ascension droite de la comète, $318^d\ 46'\ 13''$, & pour sa déclinaison, $6^d\ 52'\ 27''$, australe, ayant supposé la déclinaison de l'étoile, de $6^d\ 30'\ 7''$.

Table des trois positions de la Comète, que j'ai déterminées par β du Verseau, le 19 Janvier 1786.

TEMPS vrai.	ASCENSION droite.	DÉCLINAIS. australe.	DIFFÉRENCE de passage.	DIFFÉRENCE de déclinaison.
$5^h\ 44'\ 5''$	$318^d\ 46'\ 13''$	$6^d\ 52'\ 27''$	$-\ 1^d\ 18'\ 15''$	$+\ 22'\ 20''$
5. 52. 8	318. 45. 58	6. 52. 44	— 1. 18. 30	+ 22. 37
6. 7. 44	318. 45. 28	6. 53. 33	— 1. 19. 0	+ 23. 26

Le

Le temps devint ſi mauvais les jours ſuivans, qu'il ne fut pas poſſible de revoir cette comète; comme elle approchoit du Soleil, l'on eſpéroit qu'on pourroit la revoir le matin après ſa conjonction; je la cherchai, par un beau temps, dès ſes premiers jours de Février, mais mes recherches furent infructueuſes, ce qui fit conjecturer qu'elle avoit paſſé dans l'hémiſphère auſtral, & qu'elle n'étoit plus viſible ſur notre horizon. Je n'ai point appris qu'elle ait été obſervée ailleurs qu'à Paris; ainſi l'on n'a que deux obſervations, qui ne ſont pas ſuffiſantes pour connoître les élémens de cette comète, à moins qu'on ne reçoive d'ailleurs quelques obſervations.



MÉMOIRE

CONTENANT LES OBSERVATIONS DE LA SECONDE COMÈTE de 1786,

Obſervée à Paris, de l'Obſervatoire de la Marine, depuis le 11 Août juſqu'au 11 Septembre; & au château de Saron en Champagne, depuis le 16 Septembre juſqu'au 26 Octobre (a).

Par M. MESSIER.

CETTE Comète fut découverte à *Stough* près de *Windſor* en *Angleterre*, le 1.er Août, par *miſſ Caroline Herſchel*, ſœur du célèbre obſervateur à qui nous devons la connoiſſance de la nouvelle planète qui porte ſon nom, & qui a enrichi l'Aſtronomie de pluſieurs découvertes qu'il a faites, à l'aide des grands inſtrumens qu'il a conſtruits lui-même.

L'Académie fut inſtruite de la découverte de cette comète, par une lettre de M. Blagden, ſecrétaire de la Société royale de Londres, adreſſée à M. Bertholet: voici l'extrait que je pris de cette lettre, pour pouvoir chercher la comète de mon obſervatoire.

« La comète étoit à peu-près à égale diſtance des étoiles » ξ & ν de la grande Ourſe, & des étoiles *a*, *b* & *c* de la

(a) C'eſt la vingt-ſixième des comètes que j'ai obſervées, & la ſoixante-treizième dont l'orbite ait été calculée, en ſuivant la Table des comètes qui eſt rapportée dans l'Aſtronomie de M. de la Lande, *tome III, page 366; & tome IV, page 704.*

chevelure de Bérénice; la comète formoit un angle très- «
obtus avec ces distances, & elle étoit d'un degré environ «
au nord de l'étoile *c* de Bérénice. *Miss Herschel* en fit la »
découverte avec un télescope newtonien qui ne grossissoit que trente fois, & dont le champ étoit d'environ un degré & demi; la comète y paroissoit, le 1.er Août, comme une tache nébuleuse. »

Cette observation ne déterminoit pas le lieu du ciel où il falloit la chercher, son mouvement n'étant pas connu. Le 11 Août au soir, par un beau temps, je la cherchai avec attention dans la constellation de la grande Ourse, & aux environs de la chevelure de Bérénice; après bien des recherches, je la trouvai, au moyen d'une lunette de nuit de quinze pouces de foyer, entre les cinq étoiles connues de la chevelure de Bérénice, les 30me, 31me, 34me, 41me & 43me, suivant l'ordre qu'ont les étoiles dans le catalogue de Flamstéed. Ayant trouvé la comète avec cette lunette de nuit, j'employai pour déterminer sa position une grande lunette acromatique de quarante pouces de foyer & de quarante lignes d'ouverture, garnie de son micromètre à fils. La comète fut comparée à plusieurs des étoiles que je viens de nommer; de la comparaison qui fut faite avec l'étoile trente-unième, il en est résulté la position suivante. Le 11 Août, à 9 heures 27 minutes 58 secondes du soir, temps vrai, la comète avoit d'ascension droite 190 degrés 51 minutes 29 secondes, & de déclinaison 29 degrés 3 minutes 26 secondes, boréale: la comète fut encore comparée deux fois à la même étoile & aux étoiles 41 & 43; les positions en sont rapportées dans une Table qui est à la suite de ce Mémoire, que je nomme *table première*, contenant toutes les positions de la comète; & à la suite de cette table, il y en a une seconde contenant les positions des étoiles qui ont servi à sa détermination, on y aura recours pour toutes mes observations.

Le noyau de la comète paroissoit, à la grande lunette, environné d'une grande nébulosité, sans aucune apparence

sensible de queue. La comète n'étoit pas visible à la simple vue.

Le 12, elle avoit les mêmes apparences que le jour précédent; la Lune qui étoit sur l'horizon, empêchoit de reconnoître l'étendue de la lumière de la comète; elle fut comparée aux mêmes étoiles que le 11.

Le 13, le ciel fut assez beau l'après-midi ; vers les cinq heures il tomba une pluie d'orage, le ciel ensuite s'éclaircit en grande partie; j'observai la comète, qui ne parut pas avoir augmenté de lumière ; à l'instrument elle étoit très-apparente, le noyau brillant étoit environné d'une grande nébulosité: elle fut comparée plusieurs fois aux étoiles 41 & 43 de la chevelure de Bérénice.

Le 14, il tomba une pluie abondante, une grande partie de l'après-midi, ce qui ôtoit presque toute espérance de voir la comète; mais vers les neuf heures, la pluie ayant cessé, les nuages se séparèrent, & peu de temps après le ciel devint fort beau : j'observai la comète, & je la comparai à la quarante-troisième étoile de Bérénice, & à une étoile de sixième à septième grandeur, qui n'avoit pas encore été déterminée, & qu'on trouvera dans la seconde table qui est à la suite de ce Mémoire, sous le *n.° 1*. La comète fut comparée aussi à la belle nébuleuse qui est placée entre les Chiens de chasse & le Bouvier. [Je découvris cette nébuleuse, le 3 Mai 1764 (voyez *Mémoires de l'Académie, année 1771, page 454)* la troisième du catalogue]. La comète ressembloit à cette nébuleuse, pour la lumière & l'étendue de la nébulosité; la comète cependant étoit un plus apparente. Dans la seconde table, j'ai rapporté sa position sous le *n.° 3*.

Le 16, il tomba de la pluie l'après-midi, le ciel ensuite resta presque totalement couvert, sur-tout au couchant, où la comète paroissoit; j'avois perdu presque toute espérance de la voir, cependant je la vis entre les nuages, & je l'observai; mais les observations que j'en fis sont un peu

douteuses; elle fut comparée plusieurs fois à la quarante-troisième étoile de Bérénice.

Le 17, le ciel fut fort beau depuis huit heures du soir jusqu'à neuf, mais alors je n'étois pas à mon observatoire, espérant que le ciel se conserveroit comme il étoit, mais à neuf heures il se couvrit au couchant; je vis cependant la comète plusieurs fois dans les intervalles des nuages, & plusieurs fois j'avois commencé à la comparer à la quarante-troisième étoile de Bérénice, mais au passage de la comète au fil horaire, des nuages survenus empêchèrent de l'y observer. La comète paroissoit ce soir plus belle que les jours précédens, on commençoit à lui voir une queue, mais d'une lumière extrêmement foible & rare : avec un peu d'attention, & dirigé par la grande lunette, on voyoit la comète à la simple vue.

Le 18, la comète paroissoit foiblement à travers des nuages rares qui étoient à l'occident, & assez étendus; je la comparai avec peine à l'étoile quarante-troisième de Bérénice, à l'étoile, *n.° 1*, que j'avois déterminée, & deux fois à la nébuleuse, *n.° 3*, dont j'ai déjà parlé, elle en étoit assez près; je jugeai que le 19, elle se trouveroit en conjonction avec elle, de manière que les deux atmosphères anticiperoient l'une sur l'autre, & je l'annonçai à l'Académie. Dans un intervalle de nuages, la comète paroissoit d'une lumière claire & sensible, avec une queue très-foible difficile à apercevoir, qui alloit se terminer sur la nébuleuse, ce qui lui donnoit 1 degré $\frac{1}{2}$ environ de longueur

Le 19, vers les huit heures & demie du soir, la comète & la nébuleuse étoient dans le champ de la lunette & en conjonction, la différence des centres n'étoit que de 6 minutes 45 secondes en déclinaison; elles avoient de la ressemblance, soit pour la forme, pour la lumière, & pour la grandeur, l'on auroit pris aisément l'une pour l'autre, la comète cependant un plus apparente, on lui soupçonnoit une queue comme le 18 : cette conjonction étoit curieuse; le ciel n'étoit pas parfaitement beau, ce

qui diminuoit encore l'apparence de l'une & de l'autre. La comète fut comparée plusieurs fois à la nébuleuse, à la quarante-troisième étoile de Bérénice, & à l'étoile déterminée, *n.° 1.* Toutes ces comparaisons ont donné douze déterminations du lieu de la comète, qu'on trouvera dans la première table.

Le 21, le couchant fut en partie découvert le soir; je comparai la comète directement à l'étoile, *n.° 9,* cinquième grandeur, du Bouvier, suivant Flamstéed; & celle-ci fut comparée aussi plusieurs fois à ε de la même constellation: je m'attachai à bien déterminer cette étoile, *n.° 9,* parce qu'elle devoit servir plusieurs jours de suite à la détermination du lieu de la comète.

Le 22, le ciel fut en partie couvert le soir; la comète ne put être comparée que dans les intervalles que les nuages laissoient entr'eux, à la même étoile du jour précédent, *n.° 9.* De ces comparaisons, il a résulté trois positions de la comète, qu'on trouvera dans la première table.

Le 23, il tomba de la pluie une grande partie de l'après-midi, elle continua jusque vers les neuf heures du soir, le ciel alors devint assez beau; la comète paroissoit dans la lunette avec éclat, on lui soupçonnoit une queue, mais d'une lumière extrêmement affoiblie. La même étoile, *n.° 9,* du Bouvier, servit à déterminer son lieu; trois déterminations en sont rapportées dans la Table des positions.

Le 24, le ciel fut couvert la plus grande partie de l'après-midi, avec pluie: le soir, le ciel devint parfaitement beau & pur, la comète paroissoit dans la lunette avec toute sa lumière, je pouvois la voir encore assez près de l'horizon, quoique dans les vapeurs; le noyau paroissoit brillant, environné d'une grande nébulosité, on ne faisoit que lui soupçonner une queue d'une lumière très-foible, & très-courte. La comète fut comparée quatre fois, à des heures différentes, à la même étoile, *n.° 9,* du Bouvier; les positions en sont rapportées dans la première Table.

Le 25, le ciel fut en partie couvert l'après-midi; le soir

Il commença à s'éclaircir à l'occident, & peu de temps après les nuages se dissipèrent: la comète, avec la lunette, fut mise en comparaison avec la nébuleuse, *n.° 3*, sa lumière étoit un peu plus apparente, & elle ne paroissoit pas avoir diminué depuis plusieurs jours. Pour déterminer son lieu, je la comparai, comme les jours précédens, à la même étoile, *n.° 9*, du Bouvier, & à une seconde étoile de septième à huitième grandeur, qui n'avoit pas encore été déterminée : la position de cette étoile est rapportée dans la seconde table, sous le *n.° 2*.

Le 27, il tomba de la pluie toute la matinée, & l'après-midi le ciel fut couvert; le soir, les nuages se séparèrent, & j'observai la comète, que je comparai trois fois à l'étoile ε du Bouvier, de troisième grandeur, & trois fois à une étoile nouvelle de sixième à septième grandeur, qu'on trouvera dans la seconde table, sous le *n.° 3*.

Le 28, le ciel fut couvert l'après-midi, avec pluie, elle continua de tomber jusqu'à huit heures du soir; les nuages se séparèrent ensuite à l'occident, & j'observai la comète, que je comparai directement à la même étoile ε, & à la nouvelle, *n.° 3*.

Le 29, le ciel fut couvert la plus grande partie de la journée; le soir il s'éclaircit, & peu de temps après il devint parfaitement beau, excepté le couchant qui l'étoit moins, la comète y paroissoit un peu obscure; je la comparai directement, comme les deux jours précédens, à la même étoile ε du Bouvier, & à une seconde étoile de septième à huitième grandeur, que j'ai rapportée dans la seconde Table, sous le *n.° 4*.

Le 30 Août, le ciel fut couvert avec pluie une grande partie de la journée, le soir il s'éclaircit, & j'observai la comète, que je comparai directement à la même étoile ε. Le 31, la comète devoit se rapprocher encore davantage de cette étoile.

Le 31, le ciel fut couvert l'après-midi, avec du vent; le soir il y eut quelques éclaircis au couchant, mais de peu

de durée : comme la comète étoit près de l'étoile ε du Bouvier, j'eus le temps de la comparer deux fois à cette étoile ; les positions en sont rapportées dans la première Table.

Le 1.er Septembre, le ciel fut parfaitement beau le soir; je comparai la comète à la même étoile ε du Bouvier.

Le 4, il tomba de la pluie dans l'après-midi, le ciel ensuite devint fort beau, & continua de l'être jusqu'au coucher de la Lune, & alors il commença à se couvrir. La comète, vue à la lunette, paroissoit perdre de sa lumière; cette apparence pouvoit provenir aussi de la lumière de la Lune qui, lors de mes observations, étoit sur l'horizon. La comète fut comparée trois fois à la même étoile ε du Bouvier, & deux fois à l'étoile ψ de la même constellation, cinquième grandeur; les positions en sont rapportées dans la première Table.

Le 5, le ciel fut couvert l'après-midi, avec un peu de pluie, & ce ne fut que vers les huit heures & demie du soir que je vis la comète entre les intervalles des nuages; mais à neuf heures les nuages se dissipèrent, & le ciel devint parfaitement beau au couchant. Je comparai la comète à l'étoile ψ du Bouvier.

Le 6, le temps fut fort beau le soir, mais la grande lumière de la Lune affoiblissoit considérablement celle de la comète : à la lunette, on la voyoit encore très-bien, le noyau brillant, sensible & environné de nébulosité. Je comparai la comète directement à l'étoile α de la Couronne & à l'étoile *b* du Bouvier, que Flamstéed, dans son catalogue, marque de septième grandeur.

Le 7, le ciel fut beau toute la journée & le soir; mais il y avoit dans l'air beaucoup de vapeurs, la Lune qui étoit près de son plein, répandoit une grande lumière qui rendoit les apparences de la comète peu sensibles ; on ne pouvoit la voir que foiblement avec la grande lunette, avec une lunette acromatique de deux pieds on ne pouvoit pas l'apercevoir. Je comparai plusieurs fois la comète aux mêmes

mêmes étoiles que la veille, *a* de la Couronne & *b* du Bouvier; elle fut aussi comparée à une étoile que je déterminai, & qu'on trouvera dans la seconde table, sous le *n.° 5*.

Le 9, le ciel fut couvert en grande partie l'après-midi, mais le soir il s'éclaircit au couchant; je cherchai la comète que je n'avois pu voir la veille, à cause du mauvais temps: le soir, la grande lumière de la Lune nuisoit beaucoup à cette recherche; l'ayant trouvée, je reconnus qu'elle perdoit sensiblement de sa lumière; elle paroissoit sur le parallèle de l'étoile γ de la Couronne; je la comparai deux fois à cette étoile, une fois à une étoile de huitième grandeur, *n.° 7;* trois fois à une étoile, aussi de huitième grandeur, *n.° 8*, & deux fois à une troisième de même grandeur, *n.° 11*. L'on trouvera dans la seconde table la position de ces étoiles, sous ces mêmes *n.os 7, 8* & *11;* & la détermination de la comète par ces étoiles, dans la première table.

Le 10 Septembre, le ciel fut en partie couvert l'après-midi, & sans nuages le soir; la Lune qui étoit à l'orient, nuisoit peu par sa lumière à celle de la comète qui étoit au couchant; celle-ci paroissoit avec plus de lumière que les jours précédens, parce que la Lune étoit plus loin: je la comparai aux mêmes étoiles que le 9, & à l'étoile δ de la Couronne, quatrième grandeur.

Le 11, le temps fut fort beau le soir; je cherchai la comète avant le lever de la Lune, on la voyoit dans la lunette avec assez de lumière, mais diminuée de grandeur; elle fut comparée trois fois à γ & trois fois à δ, l'une & l'autre de la Couronne, & une fois à une étoile de huitième à neuvième grandeur, qu'on trouvera dans la seconde table, sous le *n.° 9*. Je déterminai aussi, le même soir, plusieurs étoiles qui devoient servir les jours suivans à la détermination de son lieu. Ces observations du 11 Septembre, sont les dernières faites à Paris, à l'observatoire de la Marine; la suite fut continuée au château de Saron en Champagne.

Suite des Observations de la Comète, faites au château de Saron, qui est 5 minutes 37 secondes de temps, à l'orient du méridien de l'observatoire de la Marine: hauteur du Pôle, 48 degrés 33 minutes 45 secondes.

Devant passer mes vacances au château de Saron, je partis de Paris le 13 Septembre, pour m'y rendre: comme j'avois dessein d'y suivre la comète jusqu'à sa disparition entière, M. le Président de Saron voulut bien me seconder dans mon projet, & me donner toutes les facilités dont je pouvois avoir besoin pour la suivre & l'observer. Je trouvai au château de Saron trois pendules à secondes, un quart-de-cercle en bois, le limbe recouvert d'une lame de cuivre; ce quart-de-cercle avoit deux pieds de rayon: une grande lunette acromatique de 40 lignes d'ouverture, peut-être la meilleure qui soit sortie des mains de Dollond, à laquelle j'avois adapté le micromètre à fils de ma grande lunette de l'observatoire de la Marine, le même micromètre qui m'avoit servi pour les précédentes observations de cette comète. Cette lunette de M. le Président de Saron avoit de plus la commodité d'être montée sur une machine parallactique faite en bois & très-solide.

Le 15, je plaçai les instrumens, ainsi que les pendules, & j'établis pour le lieu de mes observations le vestibule du château qui avoit deux grandes portes vitrées, placées vis-à-vis l'une de l'autre, l'une au midi & l'autre au nord; cette dernière étoit celle qui devoit servir à mes observations: la pendule à secondes de M. Ferdinand Berthoud étoit placée dans le vestibule; comme la lentille de cette pendule n'étoit pas garantie du vent, je la trouvai souvent arrêtée, les deux autres servoient à la remettre à l'heure, de manière qu'il peut y avoir des erreurs dans la réduction des temps vrais des observations; mais la comète ayant peu de mouvement, les erreurs qu'il peut y avoir ne peuvent pas y influer beaucoup. Les trois pendules étoient

ſouvent réglées par des hauteurs correſpondantes du Soleil, & comparées enſemble.

Le ciel à Saron eſt ordinairement plus beau & plus pur qu'à Paris.

Le 16 Septembre, le ciel étant parfaitement beau le ſoir, je cherchai la comète avec la grande lunette; je la trouvai ſur le parallèle de deux étoiles qui étoient près l'une de l'autre, & que j'avois eu ſoin de déterminer à Paris, ayant reconnu que la comète approcheroit de ces étoiles; l'une de ces étoiles avoit plus de lumière que l'autre, je l'eſtimai de la huitième grandeur, & c'eſt à celle-là que je comparai la comète: on en trouvera quatre poſitions dans la première table, & celle de l'étoile eſt rapportée dans la ſeconde, ſous le *n.° 10.*

La comète paroiſſoit avoir perdu beaucoup de ſa lumière depuis ma dernière obſervation faite à Paris le 11 ſeptembre au ſoir, je ne pouvois plus la voir avec une lunette de nuit de quinze pouces de foyer; à la grande lunette, on la voyoit encore aſſez bien, le noyau aſſez clair, environné d'une légère nébuloſité.

Le 19, le ciel fut parfaitement beau le ſoir; la comète, dans la lunette, paroiſſoit plus belle que le 16, ce qui pouvoit provenir du ciel plus ſerein; la comète fut comparée à la même étoile, *n.° 10*, & à deux autres étoiles nouvelles, *n.os 12* & *13*, de ſeptième & de huitième grandeur; elles furent comparées à l'étoile, *n.° 10.* On en trouvera les poſitions dans la ſeconde table, & celle de la comète dans la première.

Le 20, par un beau temps, je comparai la comète à l'étoile, *n.° 12.*

Le 21, la comète vue à la grande lunette, paroiſſoit aſſez belle, le noyau comme un point de lumière très-brillant, environné d'une nébuloſité qui avoit de l'étendue; comme le ciel étoit parfaitement beau & pur, j'eſſayai ſi je pourrois la voir encore avec la lunette de nuit, je la vis, mais avec beaucoup de difficulté, & pour la voir, il

falloit être dirigé par la grande lunette. Je comparai la comète à la même étoile que les deux jours précédens, *n.° 12*, & à l'étoile, *n.° 10* d'Hercule, cinquième grandeur, suivant le catalogue de Flamstéed.

Le 22, le ciel fut très-beau le soir, la comète paroissoit à la grande lunette comme les jours précédens; on remarquoit aisément, & par un beau temps, qu'elle perdoit chaque jour peu de sa lumière. Je comparai la comète trois fois à l'étoile, *n.° 10*, d'Hercule, suivant Flamstéed.

Le 23, la comète fut comparée à la même étoile; les positions en sont rapportées dans la première table.

Le 29, vent violent & pluie pendant la journée; vers les sept heures du soir, ce grand vent diminua, le ciel alors s'éclaircit en partie; dans les intervalles des nuages, je cherchai la comète que je n'avois pu voir depuis le 23, à cause du mauvais temps; l'ayant trouvée au moyen de la grande lunette, je la comparai plusieurs fois à une étoile de septième grandeur qui fut comparée directement à β d'Hercule : l'on trouvera la position de cette étoile dans la seconde table, sous le *n.° 14*, & celle de la comète dans la première.

Le 30, il tomba de la pluie une partie de la journée, & dans les intervalles, le ciel fut couvert; vers les sept heures du soir, le ciel, du côté du couchant, se découvrit en partie, j'observai la comète qui s'étoit approchée de l'étoile du 29, *n.° 14*, je la comparai plusieurs fois à cette étoile : les positions en sont rapportées dans la première table. Le ciel n'étoit pas pur lors de ces observations, & la Lune étoit sur l'horizon, de manière que ce n'étoit pas sans peine qu'on pouvoit voir la comète dans la lunette.

Le 1.er Octobre, le ciel se découvrit en grande partie le soir, j'observai la comète que j'avois peine à reconnoître dans la lunette, tant sa lumière étoit affoiblie; elle l'étoit encore par celle de la Lune: la comète étoit sur le parallèle de la même étoile, *n.° 14*, à laquelle elle fut comparée

trois fois, & à des heures différentes : les positions en sont rapportées dans la première table.

Le 3, le soir, il y eut beaucoup de nuages ; dans les intervalles, le ciel n'y étoit pas pur, & la Lune sur l'horizon répandoit une grande lumière ; tout s'opposoit à ce qu'on pût bien voir & reconnoître la comète ; quoiqu'elle fût dans la lunette, on ne pouvoit que l'y soupçonner, de manière que l'observation qui en fut faite, en la comparant avec β d'Hercule qui se trouvoit sur son parallèle, doit être regardée comme douteuse ; je n'ai pas laissé que de la rapporter dans la première table.

Le 5, il tomba de la pluie une partie de la matinée & de l'après-midi, avec un vent très-violent qui s'éleva vers les trois heures & demie. Le soir, le ciel se découvrit en grande partie au couchant ; mais la Lune sur l'horizon y répandoit une grande lumière qui étoit suffisante pour éclairer les fils du micromètre, de manière que la comète, quoique dans la lunette, y étoit comme effacée, je ne pouvois que l'y soupçonner ; les observations que j'en ai faites doivent être regardées comme douteuses : elle fut comparée directement à l'étoile β d'Hercule, & trois fois à une étoile dont le lieu fut déterminé en la comparant directement à β ; l'on trouvera sa position dans la seconde table, sous le *n.° 15*.

Le 11, il tomba une grande pluie d'orage vers les cinq heures trois quarts de l'après-midi, il y avoit des éclairs & du tonnerre au loin ; le ciel ensuite se découvrit en grande partie. J'eus beaucoup de peine à retrouver la comète que je n'avois pu voir depuis le 5 ; il fallut employer à cette recherche l'étoile β d'Hercule, sachant que la différence de passages au fil horaire du micromètre, entre l'étoile & la comète, devoit être d'environ 31 minutes ; ce moyen me réussit, je vis la comète, mais d'une lumière extrêmement foible ; je la comparai à une étoile de huitième grandeur, dont le lieu fut déterminé les jours suivans, en la comparant à d'autres étoiles déjà connues : on trouvera sa

position dans la seconde table, sous le *n.° 16;* & celle de la comète dans la première.

Le 13, le ciel fut en partie serein le soir; je comparai la comète, avec beaucoup de peine, à cause de son peu de lumière, à la même étoile, *n.° 16.*

Le 14, le ciel fut parfaitement beau le soir; la comète fut comparée à la même étoile, *n.° 16,* & à la 212.me du catalogue de M. Darquier (ce catalogue est imprimé dans nos Mémoires, *volume de 1779, page 367).* J'observai le passage de la comète au fil horaire du micromètre, sans éclairer les fils, il n'y avoit pas d'autre moyen; essayant de les éclairer, même le plus foiblement possible, la comète auroit disparu, tant sa lumière étoit affoiblie.

Le 16, par un beau temps, j'observai la comète avec les mêmes difficultés que ci-dessus; je la comparai trois fois à la même étoile du catalogue de M. Darquier, *n.° 212.* Sur ces trois déterminations, j'ai pris un milieu qui a donné l'ascension droite & la déclinaison de la comète avec plus de précision; elle est rapportée dnns la première table.

Le 20, le ciel fut parfaitement beau le soir; la comète fut comparée directement à la même étoile que ci-dessus.

Le 23, par un très-beau ciel, j'observai encore la comète, mais toujours avec beaucoup de difficulté, ne pouvant que la soupçonner, quoique dans la lunette; je la comparai encore deux fois à la 207.me étoile du catalogue de M. Darquier, & trois fois à une étoile de cinquième à sixième grandeur, que je déterminai en la comparant à la 207.me: l'on trouvera sa position dans la seconde table, sous le *n.° 17;* & celle de la comète dans la première.

Le 26 Octobre, le ciel fut beau comme le 23; la Lune qui se couchoit vers sept heures un quart, favorisa la recherche de la comète, mais quoiqu'elle fût dans la lunette, j'avois bien de la peine à la voir, de temps à autre elle échappoit à ma vue; je l'observai cependant, & la comparai quatre fois à la même étoile, *n.° 17;* on pourra en prendre un milieu pour avoir plus exactement son lieu:

j'ai rapporté ces quatre positions dans la première table, & celle de l'étoile dans la seconde.

J'aurois pu voir encore la comète quelques jours de plus, avec la même difficulté, mais je l'abandonnai, jugeant que les observations que je pourrois en faire, deviendroient trop incertaines, par la difficulté de l'observer : ainsi c'est au 26 Octobre que se sont terminées mes observations sur cette comète.

Suivant mes observations, cette comète a été observée depuis le 11 Août jusqu'au 26 Octobre; ce qui fait un intervalle de soixante-dix-sept jours qui comprennent quarante-trois jours d'observations, & ces quarante-trois jours, cent quatre-vingt-une déterminations du lieu de la comète, en ascension droite & en déclinaison.

J'ai rapporté dans une première table qui est à la suite de ce *Mémoire*, toutes les ascensions droites & déclinaisons de la comète que j'ai observée, avec la différence de passage entre la comète & les étoiles au fil horaire du micromètre, & les différences en déclinaison entre la comète & les étoiles; ces différences sont marquées des signes + & —: le premier indique qu'il faut ajouter ces différences observées, aux positions des étoiles avec lesquelles la comète a été comparée, pour avoir celle de la comète en ascension droite & en déclinaison ; le second signe indique qu'il faut ôter.

La seconde table renferme les ascensions droites & les déclinaisons des étoiles qui ont été employées à la détermination du lieu de la comète, tant celles qui ont été prises de différens catalogues, que les étoiles que j'ai déterminées par de nouvelles observations, en les comparant à des étoiles déjà connues. Leurs positions sont réduites au temps des observations, & je n'y ai fait d'autres réductions que celle qu'on trouve dans les catalogues, sous le titre de *variation annuelle.*

Je joins aussi à ce Mémoire une carte céleste, divisée en degrés d'ascension droite & en degrés de déclinaison; j'y ai

rapporté toutes les positions de la route apparente que la comète a tenue parmi les étoiles fixes, pendant la durée de mes observations; & à l'inspection de cette carte, il sera facile de juger de la position de la comète & de celle des étoiles qui ont été employées à sa détermination: ces étoiles sont renfermées chacune dans un cercle. On verra aussi par cette carte, que la comète a commencé à paroître à *Stough*, près de la chevelure de Bérénice; qu'elle l'a ensuite traversée; qu'elle a passé par les pattes de derrière du Lévrier le plus méridional; par le Bouvier, au-dessus d'Arcturus; au-dessous de la Couronne; & qu'elle a cessé d'être observée à la sortie de la constellation d'Hercule.

Les élémens de l'orbite de cette comète, ont été calculés par M. Méchain; on les trouve imprimés dans la *Connoissance des Temps de 1789, page 322:* les voici.

Lieu du nœud ascendant	$6^s\ 14^d\ 22'\ 40''$
Inclinaison de l'orbite	50. 54. 28.
Lieu du périhélie sur l'orbite	5. 9. 25. 36.
Logarithme de la distance périhélie	9,612889.

Passage au périhélie, 7 Juillet 1786, à $22^h\ 0'\ 12''$, temps moyen, à Paris.

Son mouvement réel, direct.

TABLE

TABLE I.

Des positions apparentes de la seconde Comète observée en 1786, & comparée avec les Étoiles fixes, depuis le 11 Août jusqu'au 26 Octobre.

1786.	Temps vrai des Observ.	Ascensions droites de la Comète observées.	Déclinais. de la Comète observées. Boréale.	Différence en ascens. dr. de la Comète avec les Étoiles.	Différence en déclinais. de la Comète avec les Étoiles.	Grandeur des Étoiles.	Lettres & N.° des Étoiles.	Étoiles avec lesquelles la Comète a été comparée.
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	M. S.			
Août 11	9. 27. 58	190. 51. 29	29. 3. 26	+ 0. 32. 30	+ 21. 25	4.5	31	
	9. 33. 27	190. 51. 36	29. 3. 38	+ 0. 32. 37	+ 21. 37	4.5	31	
	9. 51. 17	190. 52. 44	29. 3. 42	+ 0. 33. 45	+ 21. 41	4.5	31	
	9. 51. 17	190. 52. 31	29. 3. 47	— 4. 20. 52	+ 17. 44	5.4	41	
	9. 51. 17	190. 52. 36	29. 4. 4	— 4. 35. 30	+ 6. 44	4.5	43	
12	10. 8. 18	192. 31. 59	29. 9. 59	+ 2. 13. 0	+ 27. 58	4.5	31	
	10. 23. 46	192. 32. 59	29. 9. 58	+ 2. 14. 0	+ 27. 57	4.5	31	
	10. 23. 46	192. 32. 53	29. 9. 41	— 1. 40. 30	+ 23. 38	5.4	41	
	10. 23. 46	192. 32. 51	29. 9. 47	— 2. 55. 15	+ 12. 27	4.5	43	de Bérénice.
	10. 59. 10	192. 34. 59	29. 9. 54	+ 2. 16. 0	+ 27. 53	4.5	31	
	10. 59. 10	192. 35. 14	29. 9. 43	— 2. 52. 52	+ 12. 23	4.5	43	
13	9. 34. 24	194. 5. 38	29. 14. 42	— 0. 7. 45	+ 28. 39	5.4	41	
	9. 34. 24	194. 5. 36	29. 14. 34	— 1. 22. 30	+ 17. 14	4.5	43	
	9. 51. 27	194. 6. 23	29. 14. 40	— 0. 7. 0	+ 28. 37	5.4	41	
	9. 51. 27	194. 6. 21	29. 14. 35	— 1. 21. 45	+ 17. 15	4.5	43	
14	9. 28. 53	195. 39. 36	29. 18. 10	+ 0. 11. 30	+ 20. 50	4.5	43	
	9. 32. 46	195. 40. 21	29. 18. 10	+ 0. 12. 15	+ 20. 50	4.5	43	
	10. 2. 25	195. 42. 6	29. 18. 16	+ 0. 14. 0	+ 20. 56	4.5	43	
	10. 2. 25	195. 42. 9	29. 18. 10	— 6. 59. 22	+ 9. 31	6.7	1	déterminée.
	10. 2. 25	195. 41. 56	29. 18. 16	— 7. 22. 45	— 8. 58	néb.	3	nébuleuse.
	10. 37. 40	195. 44. 6	29. 18. 21	+ 0. 16. 0	+ 21. 1	4.5	43	
16	9. 31. 54	198. 44. 21	29. 21. 51	+ 3. 16. 15	+ 24. 31	4.5	43	
	9. 49. 26	198. 45. 51	29. 21. 52	+ 3. 17. 45	+ 24. 32	4.5	43	de Bérénice.
	10. 5. 1	198. 46. 36	29. 21. 54	+ 3. 18. 30	+ 24. 34	4.5	43	
	11. 5. 39	198. 49. 58	29. 21. 58	+ 3. 21. 52	+ 24. 38	4.5	43	
18	8. 15. 59	201. 38. 1	29. 21. 42	— 1. 3. 30	+ 13. 3	6.7	1	détermin. cidessus.
	8. 15. 59	201. 38. 11	29. 21. 33	— 1. 26. 30	— 5. 41	néb.	3	nébuleuse ci-dessus.

Suite des positions apparentes de la seconde Comète, &c.

1786.	TEMPS vrai des Observ.	ASCENSIONS droites de la Comète observées.	DÉCLINAIS. de la Comète observées. Boréale.	DIFFÉRENCE en ascens. dr. de la Comète avec les Étoiles.	DIFFÉRENCE en déclinais. de la Comète avec les Étoiles.	Grandeur des Étoiles.	Lettres & N.° des Étoiles.	ÉTOILES avec lesquelles la Comète a été comparée.
	H. M. S.	*D. M. S.*	*D. M. S.*	*D. M. S.*	*M. S.*			
Août. 18	9. 18. 28	201. 41. 6	29. 21. 47	+ 6. 13. 0	+ 24. 27	4.5	43	de Bérénice.
	9. 18. 28	201. 41. 16	29. 21. 37	— 1. 0. 15	+ 12. 58	6.7	1	détermin. ci-dessus.
	9. 18. 28	201. 41. 26	29. 21. 49	— 1. 23. 15	— 5. 25	*néb.*	3	nébuleuse.
19	7. 54. 23	203. 3. 43	29. 20. 26	+ 7. 35. 37	+ 23. 6	4.5	43	de Bérénice.
	7. 54. 23	203. 3. 38	29. 20. 28	+ 0. 22. 7	+ 11. 49	6.7	1	détermin. ci-dessus.
	8. 15. 49	203. 4. 46	29. 20. 25	+ 0. 23. 15	+ 11. 46	6.7	1	la même.
	8. 15. 49	203. 4. 41	29. 20. 24	0. 0. 0	— 6. 50	*néb.*	3	nébuleuse.
	9. 1. 53	203. 7. 36	29. 20. 22	+ 7. 39. 30	+ 23. 2	4.5	43	de Bérénice.
	9. 1. 53	203. 7. 31	29. 20. 19	+ 0. 26. 0	+ 11. 40	6.7	1	Étoile ci-dessus.
	9. 1. 53	203. 7. 26	29. 20. 29	+ 0. 2. 45	— 6. 45	*néb.*	3	nébuleuse.
	9. 10. 30	203. 8. 16	29. 20. 13	+ 0. 26. 45	+ 11. 34	6.7	1	celle ci-dessus.
	9. 25. 14	203. 8. 31	29. 20. 15	+ 0. 27. 0	+ 11. 36	6.7	1	la même.
	9. 25. 14	203. 8. 41	29. 20. 12	+ 0. 4. 0	— 7. 2	*néb.*	3	nébuleuse.
	10. 43. 52	203. 13. 31	29. 20. 21	+ 0. 32. 0	+ 11. 42	6.7	1	celle ci-dessus.
	10. 43. 52	203. 13. 11	29. 20. 22	+ 0. 8. 30	— 6. 52	*néb.*	3	nébuleuse.
21	8. 31. 46	205. 54. 46	29. 14. 44	+ 3. 13. 15	+ 6. 5	6.7	1	celle ci-dessus.
	8. 40. 6	205. 54. 49	29. 14. 55	— 0. 47. 15	+ 42. 26	5	9	
	8. 48. 59	205. 55. 27	29. 14. 54	— 0. 46. 37	+ 42. 25	5	9	
22	8. 35. 56	207. 17. 4	29. 11. 12	+ 0. 35. 0	+ 38. 43	5	9	
	8. 57. 2	207. 18. 56	29. 11. 10	+ 0. 35. 52	+ 38. 41	5	9	
	9. 14. 36	207. 18. 49	29. 11. 7	+ 0. 36. 45	+ 38. 38	5	9	
23	9. 22. 44	208. 40. 4	29. 6. 9	+ 1. 58. 0	+ 33. 40	5	9	
	9. 39. 30	208. 40. 34	29. 5. 57	+ 1. 58. 30	+ 33. 28	5	9	
	9. 59. 14	208. 42. 4	29. 5. 46	+ 2. 0. 0	+ 33. 17	5	9	la même
24	8. 0. 26	209. 54. 56	29. 0. 58	+ 3. 12. 52	+ 28. 29	5	9	du Bouvier.
	8. 23. 57	209. 56. 11	29. 0. 51	+ 3. 14. 7	+ 28. 22	5	9	
	8. 46. 46	209. 57. 19	29. 0. 40	+ 3. 15. 15	+ 28. 11	5	9	
	10. 33. 30	210. 2. 49	29. 0. 12	+ 3. 20. 45	+ 27. 43	5	9	
25	8. 0. 56	211. 13. 4	28. 55. 4	+ 4. 31. 0	+ 22. 35	5	9	
	8. 30. 15	211. 14. 4	28. 55. 1	+ 4. 32. 0	+ 22. 32	5	9	
	9. 3. 18	211. 15. 26	28. 54. 55	+ 4. 33. 22	+ 22. 26	5	9	
	9. 3. 18	211. 15. 31	28. 54. 43	— 0. 12. 39	+ 10. 51	7.8	2	déterminée.

Suite des positions apparentes de la seconde Comète, &c.

1786.	Temps vrai des Observ.	Ascensions droites de la Comète observées.	Déclinais. de la Comète observées. Boréale.	Différence en ascens. dr. de la Comète avec les Étoiles.	Différence en déclinais. de la Comète avec les Étoiles.	Grandeur des Étoiles.	Lettres & N.° des Étoiles.	Étoiles avec lesquelles la Comète a été comparée.
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	M. S.			
Août 27	7. 58. 41	213. 43. 59	28. 41. 36	— 5. 11. 7	+ 42. 38	3	ε	du Bouvier.
	7. 58. 41	213. 43. 59	28. 41. 35	+ 0. 6. 0	+ 18. 22	6.7	3	la même détermin.
	8. 46. 41	213. 46. 14	28. 41. 27	+ 0. 8. 15	+ 18. 14	6.7	3	
	8. 46. 41	213. 46. 21	28. 41. 26	— 5. 8. 45	+ 42. 28	3	ε	du Bouvier.
	9. 10. 43	213. 47. 36	28. 41. 20	— 5. 7. 30	+ 42. 22	3	ε	
	9. 10. 43	213. 47. 44	28. 41. 19	+ 0. 9. 45	+ 18. 6	6.7	3	la même ci-dessus.
28	8. 45. 30	214. 59. 44	28. 33. 39	+ 1. 21. 45	+ 10. 26	6.7	3	
	8. 47. 42	214. 59. 59	28. 33. 45	— 3. 55. 7	+ 34. 47	3	ε	
	9. 11. 2	215. 1. 6	28. 33. 34	— 3. 54. 0	+ 34. 36	3	ε	
	9. 29. 22	215. 1. 29	28. 33. 24	— 3. 53. 37	+ 34. 26	3	ε	du Bouvier.
29	7. 51. 9	216. 9. 44	28. 25. 53	— 2. 45. 22	+ 26. 55	3	ε	
	8. 50. 6	216. 12. 6	28. 25. 46	— 2. 43. 0	+ 26. 48	3	ε	
	9. 41. 0	216. 14. 36	28. 25. 20	— 2. 40. 30	+ 26. 22	3	ε	
	9. 41. 0	216. 14. 39	28. 25. 19	— 0. 29. 45	0. 0	7.8	4	déterminée.
30	7. 45. 55	217. 20. 14	28. 17. 27	— 1. 34. 52	+ 18. 29	3	ε	
	8. 16. 32	217. 21. 29	28. 17. 20	— 1. 33. 37	+ 18. 22	3	ε	
	8. 47. 50	217. 22. 59	28. 17. 17	— 1. 32. 7	+ 18. 19	3	ε	
31	8. 55. 49	218. 32. 31	28. 8. 38	— 0. 22. 45	+ 9. 40	3	ε	
	9. 1. 42	218. 32. 36	28. 8. 38	— 0. 22. 30	+ 9. 40	3	ε	Bouvier.
Sept. 1	7. 56. 3	219. 38. 28	27. 59. 46	+ 0. 43. 22	+ 0. 48	3	ε	
	8. 19. 5	219. 39. 21	27. 59. 34	+ 0. 44. 15	+ 0. 36	3	ε	
	10. 2. 19	219. 44. 21	27. 58. 58	+ 0. 49. 15	0. 0	3	ε	
4	7. 46. 54	222. 55. 56	27. 30. 34	— 0. 53. 45	— 16. 41	5	ψ	
	8. 9. 51	222. 56. 36	27. 30. 18	+ 4. 1. 30	— 28. 40	3	ε	
	8. 9. 51	222. 56. 34	27. 30. 19	— 0. 53. 7	— 16. 56	5	ψ	
	8. 58. 43	222. 58. 36	27. 30. 0	+ 4. 3. 30	— 28. 58	3	ε	
	8. 58. 43	222. 58. 34	27. 29. 59	— 0. 51. 7	— 17. 16	5	ψ	Bouvier,
5	8. 51. 27	224. 1. 56	27. 20. 0	+ 0. 12. 15	— 27. 15	5	ψ	
	9. 14. 46	224. 2. 58	27. 19. 38	+ 5. 7. 52	— 39. 20	3	ε	
	9. 14. 46	224. 2. 56	27. 19. 29	+ 0. 13. 15	— 27. 46	5	ψ	
	9. 23. 4	224. 3. 41	27. 19. 46	+ 0. 14. 0	— 27. 29	5	ψ	
6	7. 38. 31	225. 0. 51	27. 10. 14	— 6. 24. 0	— 16. 27	2.3	α	de la Couronne.

Suite des positions apparentes de la seconde Comète, &c.

1786.	TEMPS vrai des Observ.	ASCENSIONS droites de la Comète observées.	DÉCLINAIS. de la Comète observées. Boréale.	DIFFÉRENCE en ascens. dr. de la Comète avec les Étoiles.	DIFFÉRENCE en déclinais. de la Comète avec les Étoiles.	Grandeur des Étoiles.	Lettre & N.° des Étoiles.	ÉTOILES avec lesquelles la Comète a été comparée.
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	M. S.			
Sept. 6	7. 38. 31	225. 0. 41	27. 10. 13	+ 0. 13. 0	+ 2. 12	7	b	du Bouvier.
	8. 15. 22	225. 2. 6	27. 10. 10	— 6. 22. 45	— 16. 31	2.3	α	Couronne.
	8. 15. 22	225. 2. 18	27. 10. 10	+ 0. 14. 37	+ 2. 9	7	b	Bouvier.
	8. 49. 46	225. 4. 3	27. 9. 41	+ 0. 16. 22	+ 1. 40	7	b	
7	8. 5. 52	226. 3. 36	26. 59. 23	— 5. 21. 15	— 27. 18	2.3	α	Couronne.
	8. 5. 52	226. 3. 26	26. 59. 24	+ 1. 15. 45	— 8. 37	7	b	du Bouvier.
	8. 5. 52	226. 3. 36	26. 59. 23	+ 2. 25. 7	+ 5. 55	8	5	déterminée.
	8. 36. 51	226. 4. 26	26. 59. 10	+ 1. 16. 45	— 8. 51	7	b	
	9. 19. 38	226. 6. 18	26. 59. 1	+ 1. 18. 37	— 9. 0	7	b	Bouvier.
	9. 44. 45	226. 7. 26	26. 58. 54	+ 1. 19. 45	— 9. 7	7	b	
9	8. 29. 27	228. 4. 14	26. 37. 37	— 0. 15. 7	+ 13. 14	8	8	déterminées.
	8. 29. 27	228. 4. 13	26. 37. 47	— 4. 26. 0	+ 10. 6	8	11	
	8. 29. 27	228. 4. 17	26. 37. 43	— 5. 22. 45	— 21. 31	4	γ	Couronne.
	9. 7. 4	228. 5. 29	26. 37. 25	— 0. 13. 52	+ 13. 2	8	8	déterminées.
	9. 7. 4	228. 5. 28	26. 37. 22	— 4. 24. 45	+ 9. 41	8	11	
	9. 7. 4	228. 5. 25	26. 37. 21	— 5. 21. 37	— 21. 53	4	γ	Couronne.
	9. 37. 56	228. 6. 40	26. 36. 45	+ 1. 29. 0	+ 9. 51	6.7	6	
	9. 37. 56	228. 6. 51	26. 36. 43	— 0. 12. 30	+ 12. 20	8	8	
	9. 37. 56	228. 6. 40	26. 36. 45	+ 0. 37. 0	+ 7. 19	8	7	déterminées.
10	7. 46. 16	229. 0. 36	26. 26. 56	+ 0. 41. 15	+ 2. 33	8	8	
	7. 46. 16	229. 0. 36	26. 26. 55	— 3. 29. 37	— 0. 46	8	11	
	7. 46. 16	229. 0. 40	26. 27. 6	— 4. 26. 22	— 32. 8	4	γ	de la Coutronne.
	7. 46. 16	229. 0. 39	26. 26. 52	— 6. 9. 30	— 17. 20	4	δ	
	8. 34. 14	229. 2. 43	26. 26. 31	+ 0. 43. 22	+ 2. 8	8	8	déterminées.
	8. 34. 14	229. 2. 43	26. 26. 28	— 3. 27. 30	— 1. 13	8	11	
	8. 34. 14	229. 2. 40	26. 26. 31	— 4. 24. 22	— 32. 43	4	γ	
	8. 14. 14	229. 2. 39	26. 26. 24	— 6. 7. 30	— 17. 48	4	δ	
11	7. 33. 54	229. 57. 47	26. 15. 40	— 3. 29. 15	— 43. 34	4	γ	Couronne.
	7. 33. 54	229. 57. 47	26. 15. 39	— 5. 12. 22	— 28. 33	4	δ	
	8. 3. 50	229. 58. 39	26. 15. 12	— 5. 11. 30	— 29. 0	4	δ	
	8. 3. 50	229. 58. 47	26. 15. 14	— 3. 28. 15	— 44. 0	4	γ	
	8. 3. 50	229. 58. 31	26. 15. 13	— 0. 14. 45	0. 0	8.9	9	déterminée.

Suite des positions apparentes de la seconde Comète, &c.

1786.	TEMPS vrai des Observ.	ASCENSIONS droites de la Comète observées.	DÉCLINAIS. de la Comète observées. Boréale.	DIFFÉRENCE en ascens. dr. de la Comète avec les Étoiles.	DIFFÉRENCE en déclinais. de la Comète avec les Étoiles.	Grandeur des Étoiles.	Lettres & N.° des Étoiles.	ÉTOILES avec lesquelles la Comète a été comparée.
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. L.	D. M. S.	M. S.			
Sept. 11	8. 57. 57	230. 0. 39	26. 15. 0	— 5. 9. 30	— 29. 12	4	δ	Couronne.
	8. 57. 57	230. 0. 47	26. 15. 2	— 3. 26. 15	— 44. 12	4	γ	
	8. 57. 57	230. 0. 46	26. 14. 58	— 0. 12. 30	— 0. 15	8.9	9	
à Saron, 16	7. 57. 44	234. 30. 45	25. 19. 21	+ 2. 13. 7	+ 5. 1	8	10	
	8. 14. 42	234. 31. 0	25. 19. 15	+ 2. 13. 22	+ 4. 55	8	10	
	8. 40. 32	234. 32. 15	25. 18. 3	+ 2. 14. 37	+ 3. 43	8	10	
19	8. 43. 45	237. 5. 23	24. 44. 25	+ 4. 47. 45	— 29. 55	8	10	
	9. 7. 21	237. 6. 15	24. 44. 11	+ 4. 48. 37	— 30. 9	8	10	déterminées.
	9. 30. 32	237. 6. 53	24. 43. 19	+ 1. 59. 0	+ 23. 10	7	12	
	9. 30. 32	237. 7. 8	24. 43. 18	— 0. 37. 30	— 10. 54	8	13	
20	8. 19. 40	237. 54. 23	24. 32. 53	+ 2. 46. 30	+ 12. 44	7	12	
	8. 36. 55	237. 55. 8	24. 32. 47	+ 2. 47. 15	+ 12. 38	7	12	
21	7. 47. 29	238. 42. 0	24. 21. 21	+ 3. 34. 7	+ 1. 12	7	12	
	8. 15. 31	238. 43. 15	24. 21. 54	+ 3. 35. 22	+ 1. 45	7	12	
	8. 15. 31	238. 43. 14	24. 22. 0	— 1. 55. 34	+ 18. 28	5	10	d'Hercule.
	8. 41. 54	238. 43. 53	24. 21. 27	+ 3. 36. 0	+ 1. 18	7	12	ci-dessus détermin.
	8. 41. 54	238. 43. 48	24. 21. 15	— 1. 55. 0	+ 17. 43	5	10	
22	7. 35. 21	239. 29. 52	24. 10. 36	— 1. 8. 56	+ 7. 4	5	10	
	7. 45. 0	239. 30. 22	24. 10. 37	— 1. 8. 26	+ 7. 5	5	10	
	7. 55. 48	239. 31. 15	24. 10. 33	— 1. 7. 33	+ 7. 1	5	10	d'Hercule.
23	7. 37. 30	240. 17. 33	23. 59. 36	— 0. 21. 15	— 3. 56	5	10	
	7. 50. 38	240. 18. 3	23. 59. 24	— 0. 20. 45	— 4. 8	5	10	
	8. 3. 39	240. 18. 48	23. 59. 13	— 0. 20. 0	— 4. 19	5	10	
29	7. 44. 1	244. 49. 33	22. 53. 21	— 0. 42. 22	+ 13. 7	7	14	
	8. 20. 30	244. 50. 33	22. 53. 21	— 0. 41. 22	+ 13. 7	7	14	
	8. 38. 0	244. 51. 10	22. 53. 22	— 0. 40. 45	+ 13. 8	7	14	
	8. 50. 0	244. 51. 3	22. 53. 24	— 0. 40. 52	+ 13. [illegible] 10	7	14	
30	8. 20. 10	245. 34. 25	22. 42. 56	+ 0. 2. 30	+ 2. 42	7	14	déterminée.
	8. 27. 10	245. 34. 32	22. 43. 13	+ 0. 2. 37	+ 2. 59	7	14	
	8. 32. 12	245. 34. 55	22. 43. 9	+ 0. 3. 0	+ 2. 55	7	14	
Octob. 1	8. 8. 54	246. 15. 32	22. 33. 48	+ 0. 43. 37	— 6. 26	7	14	
	8. 20. 56	246. 16. 2	22. 33. 48	+ 0. 44. 7	— 6. 26	7	14	

Suite des positions apparentes de la seconde Comète, &c.

1786.	TEMPS vrai des Obferv.	ASCENSIONS droites de la Comète obfervées.	DÉCLINAIS. de la Comète obfervées. Boréale.	DIFFÉRENCE en afcenf. dr. de la Comète avec les Étoiles.	DIFFÉRENCE en déclinaif. de la Comète avec les Étoiles.	Grandeur des Étoiles.	Lettres & N.° des Étoiles.	ÉTOILES avec lefquelles la Comète a été comparée.
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	M. S. D.	M. S.			
Octob. 1	8. 26. 58	246. 16. 32	22. 33. 44	+ 0. 44. 37	— 6. 30	7	14	}
3	8. 5. 33	247. 39. 17	22. 11. 55	+ 2. 23. 7	+ 13. 55	3	β	d'Hercule.
5	7. 24. 31	249. 1. 43	21. 52. 23	+ 0. 41. 52	— 8. 3	8	15	} déterminée.
	7. 30. 42	249. 1. 43	21. 52. 14	+ 0. 41. 52	— 8. 12	8	15	
	7. 49. 15	249. 2. 17	21. 53. 58	+ 3. 46. 7	— 4. 2	3	β	d'Hercule.
	7. 58. 10	249. 2. 28	21. 52. 33	+ 0. 42. 37	— 7. 53	8	15	déterm. ci-deffus.
11	8. 3. 5	252. 57. 10	20. 54. 43	— 0. 24. 30	— 7. 34	8	16	
	8. 12. 57	252. 57. 40	20. 54. 47	— 0. 24. 0	— 7. 30	8	16	
13	7. 54. 19	254. 41. 17	20. 36. 37	+ 0. 40. 37	— 25. 40	8	16	} déterminée.
	8. 9. 40	254. 41. 47	20. 36. 40	+ 0. 59. 7	— 25. 37	8	16	
14	7. 5. 5	254. 47. 25	20. 28. 47	+ 1. 25. 45	— 33. 30	8	16	
	7. 13. 20	254. 47. 55	20. 28. 41	+ 1. 26. 15	— 33. 36	8	16	
	7. 53. 9	254. 49. 44	20. 27. 21	+ 0. 58. 22	+ 33. 49	5.6	212	
	8. 0. 13	254. 50. 14	20. 27. 41	+ 0. 58. 52	+ 34. 9	5.6	212	
16	7. 11. 50	256. 1. 14	20. 11. 10	+ 2. 9. 52	+ 17. 38	5.6	212	} M. d'Arquier.
20	6. 51. 10	258. 23. 37	19. 38. 53	+ 4. 32. 15	— 14. 39	5.6	212	
	7. 18. 41	258. 23. 7	19. 39. 1	+ 4. 31. 45	— 14. 31	5.6	212	
23	6. 56. 27	260. 5. 23	19. 15. 23	— 0. 56. 22	— 9. 49	5.6	17	déterminée.
	7. 33. 15	260. 5. 47	19. 15. 38	+ 6. 47. 7	— 25. 45	5.6	207	M. d'Arquier.
	7. 33. 15	260. 5. 53	19. 15. 29	— 0. 55. 52	— 9. 43	5.6	17	celle ci-deffus.
	8. 10. 41	260. 6. 17	19. 15. 31	+ 6. 47. 37	— 25. 52	5.6	207	M. d'Arquier.
	8. 10. 41	260. 6. 38	19. 15. 23	— 0. 56. 7	— 9. 49	5.6	17	
26	6. 45. 6	261. 46. 7	18. 55. 44	+ 0. 44. 22	— 29. 28	5.6	17	
	7. 3. 23	261. 46. 22	18. 55. 36	+ 0. 44. 37	— 29. 36	5.6	17	} celle ci-deffus.
	7. 15. 1	261. 46. 7	18. 55. 48	+ 0. 45. 22	— 29. 24	5.6	17	
	7. 20. 0	261. 46. 52	18. 55. 55	+ 0. 45. 7	— 29. 17	5.6	17	

TABLE II.

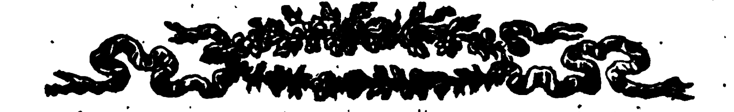
Des Ascensions droites & des Déclinaisons des Étoiles avec lesquelles la seconde Comète de 1786 a été comparée.

Leurs positions sont réduites au temps des Observations.

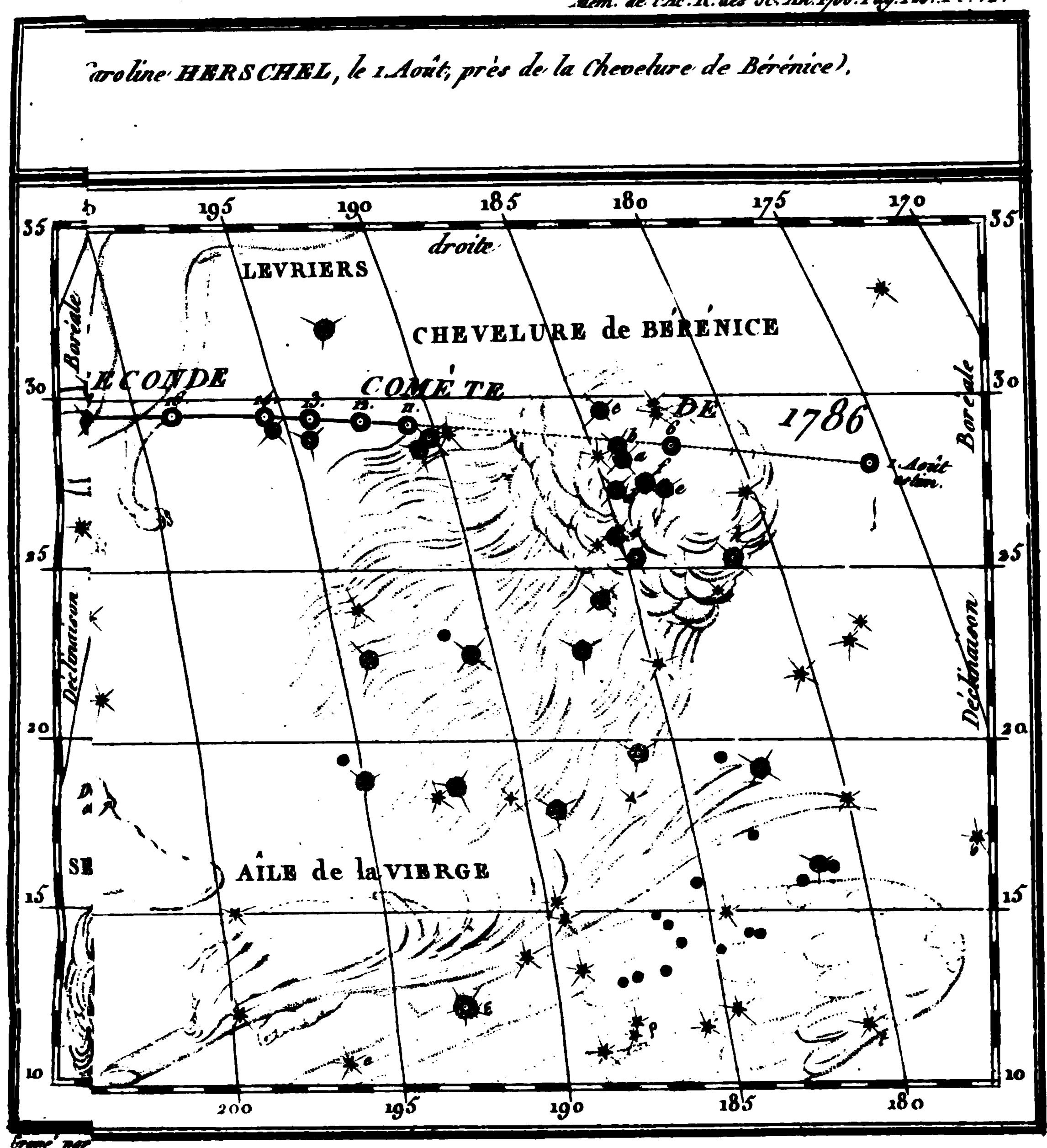
ASCENSION droite des Étoiles.	DÉCLINAISON des Étoiles Boréale.	Grandeur des Étoiles.	Lettres & N.° des Étoiles.	NOMS DES ÉTOILES, qui ont servi à la détermination du lieu de la Comète.
D. M. S.	*D. M. S.*			
190. 18. 59	28. 42. 1	4.5	31	de Bérénice, comparée à la 43.e Comète comp. les 11 & 12 Août.
194. 13. 23	28. 46. 3	5.4	41.	Bérénice, comparée à la 43.e Comète comparée les 11, 12 & 13 Août.
195. 28. 6	28. 57. 20	4.5	43	Bérénice. Comète comparée les 11, 12, 13, 14, 16, 18 & 19 Août.
202. 41. 31	29. 8. 39	6.7	1	nouvelle déterminée. Comète comparée les 14, 18, 19 & 21 Août.
203. 4. 41	29. 27. 14	*néb.*	3	la nébuleuse. Comète comparée les 14, 18 & 19 Août. Conjonct. le 19.
206. 42. 4	28. 32. 29	5	9	Bouvier, comparée à ε. Comète comp. les 21, 22, 23, 24 & 25 Août.
211. 28. 8	28. 43. 52	7.8	2	nouvelle, comparée au *n.° 9* du Bouvier. Comète comparée le 25 Août.
213. 37. 59	28. 23. 13	6.7	3	nouvelle, comp. à ε du Bouvier. Comète comp. les 27 & 28 Août.
216. 44. 24	28. 25. 19	7.8	4	nouvelle, comp. 3 fois à ε du Bouvier. Comète comparée le 29 Août.
218. 55. 6	27. 58. 58	3	ε	du Bouvier. Comète comparée les 27, 28, 29, 30 & 31 Août, 1, 2 & 3 Septembre.
223. 38. 29	26. 53. 28	8	5	nouvelle, comparée à α de la Couronne. Comète comparée le 7 Septembre.
223. 49. 41	27. 47. 15	5	ψ	Bouvier, comparée à ε. Comète comparée les 4 & 5 Septembre.
224. 47. 41	27. 8. 1	7	*b*	Bouvier, comparée à α de la Couronne. Comète comp. le 6 & le 7 Septembre.
226. 37. 40	26. 26. 54	6.7	6	nouvelle, comp. à *b* du Bouvier. Comète comp. le 9 Septembre.
227. 29. 40	26. 29. 26	8	7	nouvelle, déterminée. Comète comp. le 9 Sept.
228. 19. 21	26. 24. 23	8	8	nouvelle, comp. à γ de la Couronne. Comète comp. les 9 & 10 Septembre.
230. 13. 16	26. 15. 13	8.9	9	nouvelle, comp. à δ de la Couronne. Comète comparée le 11 Septembre.
231. 24. 51	27. 26. 41	2.3	α	de la Couronne déduite de *la Connoiss. des Temps.* Comète comp. les 6 & 7 Septembre.
232. 17. 38	25. 14. 20	8	10	nouvelle double : c'est la plus belle déterminée. Comète comparée les 16 & 19 Septembre.

Suite de la Table des Ascensions droites, &c.

ASCENSION droite des Étoiles.	DÉCLINAISON Boréale des Étoiles.	Grandeur des Étoiles.	N.° des Étoiles.	NOMS DES ÉTOILES qui ont servi à la détermination du lieu de la Comète.
D. M. S.	D. M. S.			
232. 30. 13	26. 27. 41	8	11	nouvelle, comp. à l'Étoile nouv. *n.° 8.* Comète comp. les 9 & 10 Septembre.
233. 27. 2	26. 59. 14	4	γ	de la Couronne, comparée à α. Comète comp. les 9, 10 & 11 Septembre.
235. 7. 53	24. 20. 9	7	12	nouvelle, comp. à l'Étoile, *n.° 10.* Comète comp. les 19, 20 & 21 Septembre.
235. 10. 9	26. 44. 12	4	δ	de la Couronne, comparée à α. Comète comp. les 10 & 11 Septembre.
237. 44. 38	24. 54. 12	8	13	nouvelle, comparée à l'Étoile, *n.° 10.* Comète comparée le 19 Septembre.
240. 38. 48	24. 3. 32	5	10	d'Hercule, déduite de Flamstéed. Comète comp. les 21, 22 & 23 Septembre.
245. 16. 10	21. 58. 0	3	β	d'Hercule. Comète comp. les 3 & 5 Octobre.
245. 31. 55	22. 40. 14	7	14	nouvelle, comp. à β d'Hercule. Comète comp. les 29, 30 Septembre & 1.er Octobre.
248. 19. 51	22. 0. 26	8	15	nouvelle, comparée 2 fois à β. Comète comp. le 5 Octobre.
253. 18. 40	19. 41. 23	5.6	207	du Catalogue de M. d'Arquier. Comète comparée le 23 Octobre.
253. 21. 40	21. 2. 17	8	16	nouvelle, comp. à β. Comète comp. les 11, 13 & 14 Octobre.
253. 51. 22	19. 53. 32	5.6	212	du Catalogue de M. d'Arquier. Comète comp. les 14, 16 & 20 Octobre.
261. 1. 45	19. 25. 12	5.6	17	nouvelle, comp. 3 fois à la 207.e ci-dessus. Comète comparée les 23 & 26 Octobre.



OBSERVATION



Caroline HERSCHEL, le 1 Août, près de la Chevelure de Bérénice).
LEVRIERS
droite
CHEVELURE de BERENICE
SECONDE COMÈTE DE 1786
1 Août
AILE de la VIERGE
Boréale
Déclinaison
195
190
185
180
175
170
200
35
30
25
20
15
10
Gravé par

OBSERVATION DU PASSAGE DE MERCURE SUR LE DISQUE DU SOLEIL,

Le 4 Mai 1786 au matin,

Faite à l'Obſervatoire de la Marine.

Par M. MESSIER.

LE 3 Mai, le ciel fut parfaitement beau pendant la matinée, mais l'après-midi il fut couvert en grande partie; le ſoir, vers les dix heures, il le fut entièrement, & continua d'être couvert la nuit du 3 au 4. Le 4, à cinq heures du matin, il tomba de la pluie, elle continua de tomber juſqu'à ſix heures & demie, le ciel enſuite reſta entièrement & également couvert juſqu'à huit heures. Le temps annoncé pour la ſortie de Mercure, étoit paſſé de plus d'un quart-d'heure; mais l'erreur du calcul avoit été de près de quatre heures ſur le paſſage de 1753, que j'avois obſervé, & qui étoit ſemblable à celui de cette année, dans le nœud deſcendant; cela me fit attendre, je reſtai dans mon obſervatoire : à huit heures, les nuages commencèrent à ſe ſéparer au couchant; un vent du ſud-oueſt qui régnoit alors, éclaircit l'endroit où étoit le Soleil, & je vis Mercure qui étoit encore ſur ſon diſque, éloigné de ſa ſortie de pluſieurs minutes.

Lû le 6 Mai 1786.

La veille du paſſage, j'avois eu ſoin de placer dans le plan du méridien ma grande lunette acromatique, montée ſur une machine parallactique, & garnie de ſon micromètre à fils que j'avois dirigé ſur le mouvement apparent du Soleil. Je profitai des intervalles que laiſſoient entr'eux les

nuages pour déterminer la poſition de Mercure; je pris des différences de paſſages au fil du micromètre, entre le premier bord du Soleil & le centre de Mercure, ainſi que les différences en déclinaiſon entre le bord inférieur du Soleil (dans la lunette qui renverſoit) & le centre de Mercure. Voici la table de ces obſervations: la pendule réglée ſur le mouvement des Fixes, ſa marche étoit connue par les midis obſervés le jour du paſſage, avant & après.

Table des Obſervations.

DES PASSAGES au fil horaire.	TEMPS VRAI des paſſages de Mercure.	TEMPS des paſſages à la pendule.	DIFFÉR. des paſſages.	DIFFÉR. de déclinaiſ.
	H. M. S.	H. M. S.	M. S.	M. S.
1.er bord du Soleil.	....	22. 53. 19	0. 11	10. 18
Centre de Mercure.	8. 10. 22½	22, 53. 30		
2.e Obſervation.				
1.er bord du Soleil.	....	22. 57. 47	0. 10	
Centre de Mercure.	8. 14. 48¾	22. 57. 57		
3.e Obſervation.				
1.er bord du Soleil.	....	23. 4. 26	0. 8½	
Centre de Mercure.	8. 21. 25½	23. 4. 34½		
4.e Obſervation.				
1.er bord du Soleil.	....	23. 5. 0	0. 8	10. 40
Centre de Mercure.	8. 21. 58½	23. 5. 8		
5.e Obſervation.				
1.er bord du Soleil.	....	23. 8. 33	0. 7½	10. 44
Centre de Mercure.	8. 25. 30¼	23. 8. 40½		
Au premier contact de Mercure, différence de déclinaiſon......				11. 10

Mercure étant ſur le Soleil, je comparai ſon diamètre à l'épaiſſeur d'un des fils du micromètre; le diamètre du fil meſuré enſuite, me donna pour celui de Mercure 15 ſecondes, mais cette comparaiſon fut faite à la hâte, à cauſe des nuages fréquens qui couvroient de temps à autre le Soleil; il en eſt de même des obſervations rapportées ci-deſſus.

Pour la sortie de Mercure, le Soleil étoit moins couvert, & l'observation que j'ai faite de sa sortie est précise. Pour cette observation importante de la sortie de la planète, j'avois placé sur la lunette son plus fort équipage qui grossissoit cent cinquante fois le diamètre de l'objet; je voyois très-bien & très-distinctement Mercure & le bord du Soleil.

Temps vrai.	
à $8^h\ 36'\ 28''\frac{1}{2}$	Premier contact de Mercure au bord du Soleil.
8. 38. 11. $\frac{1}{2}$	J'estimai le centre de Mercure sur le bord du Soleil.
8. 39. 57. $\frac{3}{4}$	Contact extérieur pour la sortie de Mercure.

Depuis plusieurs jours, on voyoit sur le Soleil quatre grandes taches environnées de beaucoup de petites; ces taches paroissoient dans la partie boréale du Soleil, & Mercure, dans sa route, devoit en passer fort près. Ce passage de Mercure observé ailleurs qu'à Paris, dans toute sa durée, aura peut-être déterminé plusieurs astronomes à le comparer à ces grandes taches: je les ai observées plusieurs jours de suite. Voici leurs positions pour les 3, 4, & 5 de Mai; elles furent observées le 3 à $10^h\ 0'$ du matin, temps vrai.

Le 4, jour du passage de Mercure à $9^h\ 42'$; & le 5 à $9^h\ 38'$.

LE SOLEIL & les Taches.	Le 3 Mai 1786.			Le 4.			Le 5.		
	PASSAGE à la Pendule.	DIFFÉR. de passage.	DIFFÉR. de déclinais.	PASSAGE à la Pendule.	DIFFÉR. de passage.	DIFFÉR. de déclinais.	PASSAGE à la Pendule.	DIFFÉR. de passage.	DIFFÉR. de déclinais.
	H. M. S.	*M. S.*	*M. S.*	*H. M. S.*	*M. S.*	*M. S.*	*H. M. S.*	*M. S.*	*M. S.*
1.er bord du Soleil.	0. 40. 0			0. 29. 19			0. 29. 16		
la tache *a*.	0. 40. 27	0. 27	14. 39	0. 29. 36	0. 17	15. 47	0. 29. 25	0. 9	16. 38
la tache *b*.	0. 40. 45	0. 45	10. 27	0. 29. 52 $\frac{1}{2}$	0. 33 $\frac{1}{2}$	11. 35	0. 29. 30 $\frac{1}{2}$	0. 22 $\frac{1}{2}$	12. 43
la tache *c*.	0. 40. 46	0. 46	9. 36	0. 29. 53 $\frac{1}{2}$	0. 34 $\frac{1}{2}$	10. 48	0. 29. 40 $\frac{1}{2}$	0. 24 $\frac{1}{2}$	11. 53
la tache *d*.	0. 41. 15	1. 15	8. 13	0. 30. 23	1. 4	9. 20	0. 30. 7	0. 51	10. 44
2.d bord du Soleil.	0. 42. 12 $\frac{1}{2}$	2. 12 $\frac{1}{2}$	31. 49 $\frac{1}{2}$	0. 31. 33	2. 14	31. 50	0. 31. 30 $\frac{1}{2}$	2. 14 $\frac{1}{2}$	31. 48

La seconde colonne de cette table contient le passage des deux bords du Soleil & des taches, au fil horaire du micromètre.

La troisième, la différence de passage entre le premier bord du Soleil & le milieu des taches.

La quatrième, les différences de déclinaison entre le bord supérieur du Soleil & les taches, en minutes & secondes.

La tache *a* qui passoit la première au fil horaire du micromètre, étoit assez ronde le 4, & paroissoit de la grandeur de Mercure; les taches *b* & *c* étoient les plus grandes, elles étoient alongées, finissant en pointe; la dernière *d* étoit la plus petite, elle paroissoit en forme de croissant. Ces quatre taches étoient chacune environnées de nébulosités formées de points bruns très-foncés, & très-distincts à la lunette.

Je joins à cette observation de Mercure, un dessin qui représente le Soleil, Mercure & les taches, d'après mes déterminations de trois jours, savoir, des 3, 4 & 5 de Mai; j'ai lié d'un trait celles de la même tache: les taches observées le 3 y sont désignées par la tache mise en hachure, les limites de l'atmosphère en points; le 4, comme elles paroissoient sur le Soleil, les taches en noir; le 5, la tache en blanc entourée d'un trait, & l'atmosphère toujours en points.

Ce passage de Mercure sur le Soleil avoit été annoncé & calculé d'après les tables de M. de la Lande. L'observation de la sortie du centre, suivant moi, fut faite à 8 heures 38 minutes 13 secondes; & suivant l'annonce de la *Connoissance des Temps*, pour 7 heures 45 minutes. Différence de l'observation avec le calcul, 53 minutes 13 secondes.

Cette grande différence à laquelle M. de la Lande ne s'attendoit pas, lui fit desirer, pour rectifier ses tables, des observations de Mercure dans ses plus grandes digressions; en conséquence il fit insérer l'avertissement qui suit, dans la *Gazette de France du 11 Juillet 1786.*

« Le ſieur de la Lande, dans un Mémoire lû à l'Académie des Sciences, ſur la théorie de Mercure, donne un « avertiſſement utile aux aſtronomes de l'Europe. Cette pla- « nète ſera, le 9 Août & le 24 Septembre, dans ſes plus « grandes digreſſions & dans ſes apſides tout-à-la-fois, cir- « conſtances rares & importantes, qui ſerviront à déterminer « mieux l'équation de ſon orbite, ſi l'on a ſoin de l'obſerver « pluſieurs jours de ſuite vers ces deux époques ».

M. de la Lande m'avoit bien recommandé ces deux obſervations. Le 8 Août, par un beau temps, l'après-midi, je cherchai Mercure avec ma grande lunette acromatique qui étoit montée ſur une machine parallactique, & placée dans le plan du méridien; malgré mes recherches, il ne me fut pas poſſible de l'apercevoir.

C'eſt avec cette lunette que je continuai les jours ſuivans à chercher Mercure, ayant renoncé à le voir au méridien à un téleſcope newtonien qui ne faiſoit pas aſſez d'effet pour l'y apercevoir. Le 9, je cherchai de nouveau Mercure avec la même lunette, garnie de ſon micromètre à fils; au bout de la lunette, j'avois adapté un tuyau de carton noirci en dedans, pour éloigner de l'objectif toute lumière étrangère, & j'avois rendu mon obſervatoire le plus obſcur poſſible. Je trouvai Mercure, avec bien de la peine, avant ſon paſſage au méridien, ſa lumière étoit extrêmement foible : comme le micromètre étoit placé ſuivant ſon parallèle, j'obſervai ſon paſſage au fil horaire du micromètre, enſuite j'élevai le fil mobile ſur Mercure, pour avoir ſa différence de hauteur avec les étoiles que je devois obſerver le ſoir à la même hauteur que la planète, ſans déranger l'inſtrument. L'intervalle de temps qui s'écoula entre le paſſage de Mercure & les étoiles, a pu influer un peu ſur la lunette, malgré les précautions que j'avois priſes pour l'abriter des rayons du Soleil; s'il y a des erreurs, elles doivent être légères. J'obſervai le paſſage de Mercure au fil horaire du micromètre, à $0^h\ 33'\ 24''$ de temps vrai, ou $0^h\ 38'\ 28''$ de temps moyen.

Table des Étoiles qui ont été observées & comparées à la Planète, sans avoir touché à l'instrument.

Numéros des Étoiles.	Grandeur des Étoiles.	TEMPS des passages à la Pendule.	DIFFÉRENCE de déclinaison avec Mercure.	ASCENSION droite pour le 9 Août 1786.	DÉCLINAIS. pour le 9 Août 1786. Boréale.	NOMS des Étoiles comparées à Mercure.
		H. M. S.	D. M. S.	H. M. S.	D. M. S.	
☿	....	9. 41. 11½	0. 0	164. 58. 24½	4. 51. 32	Mercure.
1	6	17. 6. 30½	— 5. 0	276. 18. 9½	4. 46. 32	déterminée.
2	6	17. 7. 23	— 4. 10	276. 31. 17½	4. 47. 22	déterminée.
3	6	17. 10. 32½	+ 13. 5	277. 18. 24½	5. 4. 37	déterminée.
4	5.6	17. 16. 24½	+ 25. 28	278. 46. 39½	5. 17. 0	déterminée.
5	7	17. 33. 48	+ 10. 51	283. 7. 32½	5. 2. 23	déterminée.
6	7.8	17. 38. 15	+ 2. 13	284. 14. 17½	4. 53. 45	déterminée.
7	7	17. 42. 0	+ 4. 20	285. 10. 32½	4. 55. 52	déterminée.
8	6	17. 44. 39½	+ 17. 58	285. 50. 24½	5. 9. 30	déterminée.
9	6	17. 47. 23	— 23. 18	286. 31. 17½	4. 28. 14	22.e d'Antinoüs
10	7	18. 51. 17	+ 6. 4	302. 29. 47½	4. 57. 36	déterminée.
11	5.6	18. 54. 1½	— 11. 20	303. 10. 54½	4. 40. 12	déterminée.
12	8	19. 4. 21	— 8. 7	305. 45. 46½	4. 43. 25	déterminée.
13	6	19. 14. 29	— 13. 40	308. 17. 46½	4. 37. 52	déterminée.
14	6	19. 18. 39	+ 22. 12	309. 20. 16½	5. 13. 44	déterminée.
15	6	19. 20. 47½	— 6. 4	309. 52. 24½	4. 45. 28	déterminée.
16	6	19. 35. 22½	— 11. 47	313. 31. 9½	4. 39. 45	n.° 3 du pet. cheval.
17	6	19. 36. 17½	+ 15. 22	313. 44. 54½	5. 6. 54	déterminée.
18	6	19. 38. 47½	— 33. 19	314. 22. 24½	4. 18. 13	déterminée.
19	5	19. 46. 35½	— 28. 55	316. 19. 24½	4. 22. 37	déterminée.

Le 10 Août, je cherchai Mercure avec la même lunette & les mêmes précautions que le 9 ; il ne fut pas possible de le voir avant son passage au méridien (le ciel étoit moins pur que la veille). Ayant continué mes recherches, je le trouvai & le perdis ensuite ; l'ayant retrouvé, je l'observai dans la partie supérieure de la lunette qui renversoit, pour pouvoir le soir observer β d'*Ophiucus* que je n'avois

pu observer le 9, & en même temps quelques-unes des étoiles de la veille; j'en ai rencontré dans mes observations, je les ferai connoître dans la table qui suit.

J'ai supposé la position de β d'*Ophiucus* pour le 10 Août, de 263^d 14′ 28″ $\frac{1}{2}$ en ascension droite, & 4^d 40′ 16″ $\frac{1}{2}$ en déclinaison boréale. J'observai le passage de Mercure au fil horaire du micromètre à 11^h 28′ 42″ $\frac{1}{2}$ à la pendule réglée sur les Fixes, qui répond à 2^h 16′ 56″ de temps vrai ou 2^h 21′ 51″ de temps moyen.

Table des Étoiles qui ont été comparées à Mercure.

Numéros des Étoiles.	Grandeur des Étoiles.	TEMPS des passages à la Pendule.	DIFFÉRENCE de déclinaison avec Mercure.	ASCENSION droite pour le 10 Août 1786.	DÉCLINAIS. pour le 10 Août 1786. Boréale.	NOMS des Étoiles comparées à Mercure.
		H. M. S.	M. S.	D. M. S.	D. M. S.	
☿	.....	11. 28. 42 ½	0. 0	165. 53. 13 ½	4. 16. 39 ½	Mercure.
1	6	16. 55. 10	+ 22. 36	247. 30. 6 ½	4. 39. 15 ½	Étoile déterminée.
2	7	17. 23. 0	+ 27. 9	254. 27. 56 ½	4. 43. 48 ½	déterminée.
3	4.5	17. 41. 7	+ 4. 0	258. 59. 21 ½	4. 20. 39 ½	σ d'Ophiucus.
4	7	17. 49. 14	— 0. 56	261. 1. 6 ½	4. 15. 43 ½	déterminée.
5	6.7	17. 56. 33	+ 12. 42	262. 50. 51 ½	4. 29. 21 ½	déterminée.
6	3	17. 58. 7 ½	+ 25. 37	263. 14. 28 ½	4. 40. 16 ½	β d'Ophiucus.
7	6.7	18. 4. 14	+ 10. 56	264. 46. 5 ½	4. 27. 35 ½	déterminée.
8	6.7	18. 6. 38	+ 16. 42	265. 22. 5 ½	4. 33. 21 ½	déterminée.
9	5	18. 14. 53 ½	+ 7. 2	267. 25. 58 ½	4. 23. 41 ½	n d'Ophiucus.
10	6.7	18. 20. 17	+ 23. 36	268. 46. 50 ½	4. 40. 15 ½	déterminée.
11	8	18. 43. 13	+ 26. 56	274. 30. 50 ½	4. 43. 35 ½	déterminée.
12	6.7	18. 45. 19	+ 5. 52	275. 2. 20 ½	4. 22. 31 ½	déterminée.
13	8	18. 48. 22 ½	+ 10. 4	275. 48. 13 ½	4. 26. 43 ½	déterminée.
14	6	18. 50. 19	+ 29. 59	276. 17. 20 ½	4. 46. 38 ½	déterm. & obs. le 9.
15	6	18. 51. 13	+ 30. 50	276. 30. 50 ½	4. 47. 29 ½	déterm. & obs. le 9.
16	6.7	18. 53. 23	+ 24. 15	277. 3. 20 ½	4. 40. 54 ½	déterminée.
17	6.7	18. 56. 5	+ 5. 29	277. 43. 50 ½	4. 22. 8 ½	déterminée.
18	8	19. 10. 18 ½	— 6. 28	281. 17. 13 ½	4. 10. 11 ½	déterminée.
19	6.7	19. 14. 43 ½	+ 2. 53	282. 23. 28 ½	4. 19. 32 ½	déterminée.
20	7.8	19. 22. 8 ½	+ 37. 26	284. 14. 43 ½	4. 54. 5 ½	déterm. & obs. le 9.
21	7	19. 25. 52	....	285. 10. 35 ½	....	déterm. & obs. le 9.

I

Suite de la Table des Étoiles, &c.

Numéros des Étoiles.	Grandeur des Étoiles.	TEMPS des passages à la Pendule.	DIFFÉRENCE de déclinaison avec Mercure.	ASCENSION droite pour le 10 Août 1786.	DÉCLINAIS. pour le 10 Août 1786. Boréale.	NOMS des Étoiles comparées à Mercure.
		H. M. S.	M. S.	D. M. S.	D. M. S.	
22	6	19. 25. 53	....	185. 10. 50 $\frac{1}{2}$	....	déterminée.
23	5.6	19. 31. 16	+ 11. 22	286. 31. 35 $\frac{1}{2}$	4. 28. 1 $\frac{1}{2}$	22.e d'Antinoüs, Flamstéed, obs. le 9.
24	7	19. 33. 8 $\frac{1}{2}$	+ 28. 10	286. 59. 43 $\frac{1}{2}$	4. 44. 49 $\frac{1}{2}$	déterminée.
25	7	19. 35. 5	+ 6. 56	287. 28. 50 $\frac{1}{2}$	4. 23. 35 $\frac{1}{2}$	déterminée.
26	6	19. 42. 25	+ 0. 16	289. 18. 50 $\frac{1}{2}$	4. 16. 55 $\frac{1}{2}$	déterminée.
27	7	19. 46. 23 $\frac{1}{2}$	+ 17. 43	290. 18. 28 $\frac{1}{2}$	4. 34. 22 $\frac{1}{2}$	déterminée.
28	6.7	19. 47. 53	+ 17. 48	290. 40. 50 $\frac{1}{2}$	4. 34. 27 $\frac{1}{2}$	déterminée.
29	5.6	19. 53. 57 $\frac{1}{2}$	+ 38. 16	292. 11. 58 $\frac{1}{2}$	4. 54. 55 $\frac{1}{2}$	σ d'Antinoüs.
30	7	19. 57. 19	+ 10. 32	293. 2. 20 $\frac{1}{2}$	4. 27. 11 $\frac{1}{2}$	déterminée.
31	7	19. 59. 16	+ 11. 29	293. 31. 35 $\frac{1}{2}$	4. 28. 8 $\frac{1}{2}$	déterminée.
32	6	20. 17. 55	— 8. 47	298. 11. 20 $\frac{1}{2}$	4. 7. 52 $\frac{1}{2}$	déter. déclin. estim.
33	6	20. 20. 38	— 6. 39	298. 52. 5 $\frac{1}{2}$	4. 10. 0 $\frac{1}{2}$	déterminée.
34	7	20. 28. 7	+ 23. 16	300. 44. 20 $\frac{1}{2}$	4. 39. 55 $\frac{1}{2}$	déterminée.
35	5.6	20. 37. 54 $\frac{1}{2}$	+ 22. 53	303. 11. 13 $\frac{1}{2}$	4. 39. 32 $\frac{1}{2}$	déterm. & obs. le 9.
36	6	20. 39. 17	+ 32. 14	303. 31. 50 $\frac{1}{2}$	4. 48. 53 $\frac{1}{2}$	déterminée.
37	6	20. 58. 22	+ 20. 14	308. 18. 5 $\frac{1}{2}$	4. 36. 53 $\frac{1}{2}$	déterm. & obs. le 9.
38	6	21. 4. 41	+ 27. 55	309. 52. 50 $\frac{1}{2}$	4. 44. 34 $\frac{1}{2}$	déterm. & obs. le 9.
39	6	21. 19. 15 $\frac{1}{2}$	+ 22. 8	313. 31. 28 $\frac{1}{2}$	4. 38. 47 $\frac{1}{2}$	n.° 3. du pet. chev. & obs. le 9.
40	6	21. 21. 45	+ 17. 51	314. 8. 50 $\frac{1}{2}$	4. 34. 30 $\frac{1}{2}$	n.° 4 du pet. chev.
41	6	21. 22. 40 $\frac{1}{2}$	+ 0. 16	314. 22. 43 $\frac{1}{2}$	4. 16. 55 $\frac{1}{2}$	déterm. & obs. le 9.
42	5	21. 30. 30	+ 4. 31	316. 20. 5 $\frac{1}{2}$	4. 21. 10 $\frac{1}{2}$	déterm. & obs. le 9.

Le

Le 10 Novembre 1787, par un beau temps, j'ai observé avec soin une partie des étoiles qui avoient été comparées à Mercure, les 9 & 10 Août 1786, en les liant à β d'*Ophiucus*: les positions en sont réduites pour le temps des observations de Mercure; en voici la Table.

Numéros des Étoiles.	Grandeur des Étoiles.	ASCENSION droite pour le 10 Août 1786.	DÉCLINAIS. pour le 10 Août 1786. Boréale.	NOMS DES ÉTOILES comparées à β d'Ophiucus.
		D. M. S.	D. M. S.	
1	3	263. 14. 28 ½	4. 40. 16 ½	β d'Ophiucus, comp. le 10 Août 1786, à Mercure.
2	6.7	268. 46. 50 ½	4. 40. 36 ½	comparée à Mercure le même jour 10.
3	6	276. 17. 20 ½	4. 47. 7 ½	comparée à Mercure les 9 & 10 Août.
4	6	276. 30. 35 ½	4. 47. 58 ½	comparée à Mercure les mêmes jours 9 & 10.
5	6.7	277. 3. 13 ½	4. 41. 16 ½	comparée à Mercure le 10.
6	6	277. 17. 50 ½	5. 5. 19 ½	comparée à Mercure le 9.
7	5.6	278. 46. 13 ½	5. 17. 43 ½	comparée à Mercure le 9.
8	6	285. 49. 58 ½	5. 10. 4 ½	comparée à Mercure le 9.
9	5.6	292. 11. 28 ½	4. 55. 49 ½	σ d'Antinoüs, comparée à Mercure le 10.
10	5.6	303. 10. 35 ½	4. 40. 51 ½	comparée à Mercure les 9 & 10.
11	6	313. 30. 50 ½	4. 40. 27 ½	comparée à Mercure les mêmes jours 9 & 10.
12	6	313. 44. 27 ½	5. 7. 56 ½	comparée à Mercure le 9.
13	6	314. 8. 20 ½	4. 36. 22 ½	comparée à Mercure le 10.
14	6	314. 22. 20 ½	4. 18. 50 ½	comparée à Mercure les 9 & 10.
15	5	316. 19. 42 ½	4. 23. 10 ½	comparée à Mercure les mêmes jours 9 & 10.

Les deux colonnes des tables des 9 & 10 Août, où il y a des + & des — indiquent la différence de déclinaison entre Mercure & l'étoile; le signe + que l'étoile étoit plus boréale que Mercure; & le signe — plus australe.

L'on voit par les deux dernières tables, que les étoiles de la première, n.os 1, 2, 6, 7, 9, 11, 13, 15, 16, 18 & 19, sont les mêmes étoiles que celles de la seconde table, n.os 14, 15, 20, 21, 23, 35, 37, 38, 39, 41 & 42.

La troisième table fera connoître aussi les étoiles qui ont été observées le 10 Novembre 1787, pour être les mêmes

que celles qui ont été comparées à Mercure le 9 & le 10 Août 1786.

Recueil des Observations du passage de Mercure à Upsal.

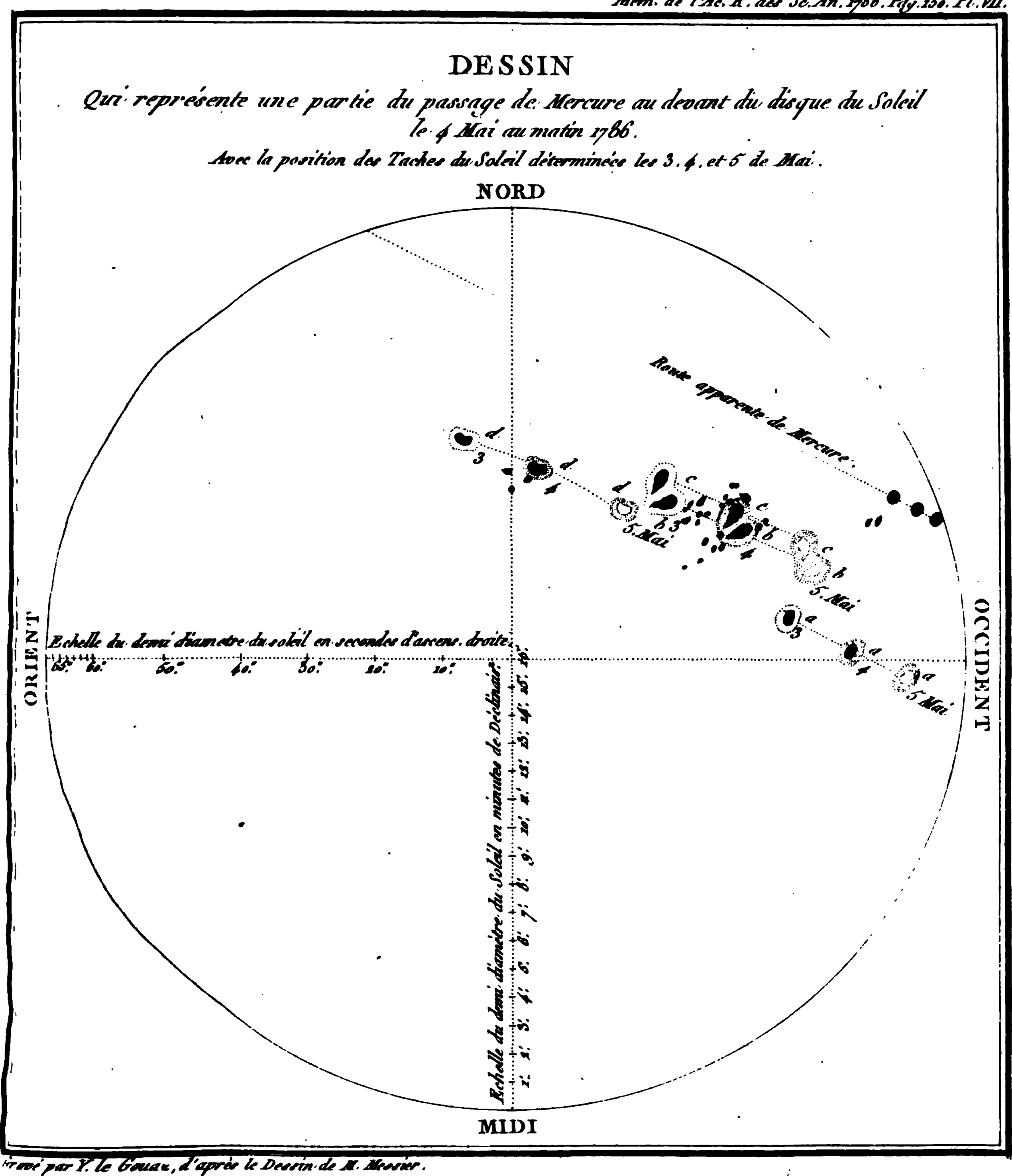
M. Prosperin, des Académies de Suède, m'écrivit le 4 Mai, qu'il venoit d'observer le passage de Mercure; voici l'extrait de sa lettre : « Sans un petit brouillard & » les vapeurs qui étoient à l'horizon, au lever du Soleil, » j'aurois pu voir l'entrée de Mercure; lorsque je l'aperçus, » il étoit 4 heures & demie, temps vrai à Upsal, le centre » de la planète n'étoit éloigné du bord du Soleil que de » 20 secondes à-peu-près; je pris pendant tout le passage » des distances de la planète, au bord du Soleil, avec un » télescope de Short garni d'un micromètre, je n'ai pas le » temps de vous transcrire toutes ces observations: je rappor- » terai seulement ici la plus grande distance du bord boréal » de la planète au bord du Soleil.

» Distance du bord boréal de Mercure au bord du Soleil, » 4 minutes 23 secondes $\frac{1}{2}$, non corrigée encore de la réfrac- » tion qui n'excède pas de beaucoup une demi-seconde; » ainsi on peut la prendre pour 4 minutes 24 secondes. Je » l'ai trouvée par plusieurs observations coïncidentes à une » seconde près, & par conséquent ce milieu est sûr à une » demi-seconde. A la plus grande distance, Mercure ne varioit » pas sensiblement pendant l'espace d'une demi-heure, à sept » heures du matin.

» J'observai la sortie de Mercure avec une excellente lunette » acromatique de Dollond. Contact intérieur de Mercure » au bord du Soleil, temps vrai à Upsal, à 9 heures 36 mi- » nutes 39 secondes $\frac{1}{2}$.

» Je crois ce moment très-exact. Un jeune astronome, qui » observoit avec moi avec une lunette ordinaire de 20 pieds, » vit l'attouchement au même moment que moi.

» Contact extérieur, ou sa sortie, à 9 heures 41 minutes » 20 secondes $\frac{1}{2}$. L'autre observateur le trouva 10 secondes



Gravé par Y. le Gouaz, d'après le Dessin de M. Messier.

plus tôt; mais je crois mon obſervation meilleure; ma «
lunette faiſoit plus d'effet que la ſienne ».

A Louvain, 9 minutes 37 ſecondes, à l'orient de Paris, par M. Pigott, gentilhomme Anglois, de la Société royale de Londres, Correſpondant de l'Académie des Sciences de Paris.

Extrait de ſa Lettre du 29 Mai 1786.

« J'ai eu à Louvain où j'étois arrivé depuis peu de jours,
un très-beau temps, le 4 Mai, pour le paſſage de Mercure «
au-devant du Soleil. «

Je trouvai à Louvain un téleſcope grégorien de 22 pouces «
de foyer, qui avoit 4 pouces $\frac{1}{2}$ d'ouverture, & groſſiſſoit «
ſoixante-dix à quatre-vingt fois; un quart-de-cercle de «
18 pouces de rayon, & une pendule à ſecondes, à verge «
compoſée; ces inſtrumens faits à Londres. La pendule fut «
réglée par des hauteurs correſpondantes du Soleil. Mercure «
fut comparé par des alignemens aux taches qui étoient ſur «
le diſque du Soleil. »

Temps vrai.	
20h 27′ 30″	Mercure étoit d'un noir foncé, rond & bien terminé.
20. 45. 41.	Attouchemens des bords de Mercure & du Soleil, peut-être quelques ſecondes plus tôt.
20. 47. 26.	Émerſion du centre de Mercure, par eſtime.
20. 49. 16.	Sortie du bord oriental de Mercure.
20. 49. 41.	Mercure étoit certainement ſorti.



MÉMOIRE SUR LE FER CONSIDÉRÉ DANS SES DIFFÉRENS ÉTATS MÉTALLIQUES.

Par M.rs VANDERMONDE, BERTHOLLET & MONGE.

Mai 1786.

LES propriétés que le Fer contracte par les diverses opérations qu'on lui fait subir dans les fabriques, sont si différentes les unes des autres; les résultats des mêmes opérations dans différens établissemens, ont si peu d'analogie, & même les changemens introduits, ou à dessein ou par négligence, dans les opérations d'une même forge, en apportent de si grands dans la nature des résultats, qu'on a été long-temps à se persuader que le fer fût comme l'or, un métal constant: ce n'est que dans ces derniers temps, & d'abord par analogie, qu'on a été conduit à conclure que les variétés que l'on remarque dans les propriétés du fer, ou après les différentes opérations qu'on lui a fait subir, ou après les mêmes opérations dans différentes fabriques, ne viennent que des matières étrangères, métalliques ou autres, auxquelles il se trouve allié. Cette conclusion a été confirmée, du moins à quelques égards, par des découvertes postérieures; par exemple, M. Bergman a découvert que le fer cassant à froid différoit du fer ductile, par un précipité blanc qu'on obtient de sa dissolution dans l'acide vitriolique, & qui n'a jamais lieu lorsqu'on dissout du fer doux dans cet acide. M. Meyer a fait voir que ce précipité, auquel on a donné le nom de *syderite*, étoit du sel phosphorique martial, & ce résultat a été confirmé à Mézières, par M.rs Clouet, Dulubre & Chalup, qui ont retiré le phosphore de ce précipité, par des procédés dont on a rendu compte à l'Académie. M. Clouet a aussi découvert

que ce qui donne au fer la qualité d'être caſſant à chaud, eſt l'arſenic; du moins il a trouvé ce demi-métal dans le réſidu noir qui ſe trouve au fond des diſſolutions d'une eſpèce de fer caſſant à chaud dans l'acide vitriolique.

On feroit encore de grands pas dans cette carrière, ſi l'on déterminoit avec plus de ſoin qu'on ne l'a fait juſqu'à préſent quelles ſont les propriétés que donnent au fer les différentes matières, telles que la manganèſe, auxquelles on trouve ſouvent qu'il eſt uni en différentes proportions. Mais indépendamment de ces recherches, qui ſont d'ailleurs néceſſaires, le fer, conſidéré dans ſon état de pureté, ou du moins privé de toutes les ſubſtances métalliques étrangères, ſe préſente dans les arts ſous quatre formes différentes. Il eſt fragile & fuſible au ſortir du fourneau; il eſt ductile & infuſible au ſortir de l'affinerie: par la cémentation, il prend le caractère remarquable de pouvoir acquérir à la trempe une extrême dureté; enfin la cémentation pouſſée trop loin, le rend fuſible de nouveau & intraitable au marteau. Quelles ſont les ſubſtances auxquelles le fer doit ſes propriétés dans ces quatre états différens? voilà la queſtion que nous nous ſommes propoſée; mais avant que de faire part de nos recherches, nous allons rapporter, ſur la fabrication du fer, quelques obſervations qui nous ont été utiles, & dont quelques-unes ſont nouvelles, & donner un extrait ſuccinct des découvertes faites par les chimiſtes qui nous ont précédés, & dont nous avons profité.

Fonte de la Mine.

La première opération que l'on fait ſubir au fer, eſt la fonte de ſa mine dans les hauts fourneaux, & la converſion de cette ſubſtance en régule. Si la mine de fer étoit ſimplement la chaux de ce métal, dégagée de toute combinaiſon, il ne faudroit la mêler dans le haut fourneau qu'avec du charbon qui, par la combuſtion, lui enleveroit l'air déphlogiſtiqué, & la ramèneroit, d'une manière plus ou moins exacte, à ſon état métallique. Mais dans la mine de fer,

la chaux du métal n'eſt preſque jamais iſolée, elle eſt preſque toujours unie à d'autres matières terreuſes peu fuſibles, & qui la défendent contre tout agent chimique extérieur. On eſt donc obligé de mêler la mine avec un fondant, qui la faiſant entrer en fuſion, met la chaux à découvert, & l'abandonne, pour ainſi dire, à l'action du charbon. Le réſultat de cette fuſion tombe dans le creuſet qui eſt immédiatement au-deſſous du vent des ſoufflets; les matières terreuſes forment un verre plus ou moins coloré, plus ou moins opaque, qui ſurnage, & qu'on fait couler de temps en temps par un orifice ſupérieur, c'eſt ce qu'on nomme *le laitier*. Le fer en partie réduit ſe raſſemble au fond, où il forme un bain liquide, défendu de la combuſtion par la couche de laitier qui le recouvre, & toutes les douze heures environ on le coule par un orifice inférieur, en gros lingots, ou on le verſe dans des moules, ſuivant ſa deſtination; c'eſt ce qu'on nomme *fer coulé*.

Dans cet état, le fer eſt généralement caſſant, fuſible, & il a déjà des propriétés variables, non-ſeulement ſuivant les différentes matières qu'il peut avoir retenu de ſa gangue, & qui ne ſont point de notre objet, mais principalement ſuivant le régime qu'on a ſuivi dans la charge du fourneau. On a coutume alors de le diſtinguer en fonte blanche, en fonte griſe & en fonte noire, ſelon la couleur que préſente ſa caſſure.

La fonte blanche eſt brillante dans ſa caſſure, & criſtalliſée en larges facettes; elle eſt plus dure & plus fragile que les autres; on ne l'emploie jamais pour des ouvrages qui doivent ſoutenir un certain effort, & qu'on doit enſuite réparer à l'outil.

La fonte griſe, dont la caſſure eſt matte & grenue, eſt plus flexible que la précédente, & elle ſe laiſſe plus facilement entamer. C'eſt de cette matière qu'on exige que ſoient faites les pièces d'artillerie de la Marine, qui doivent avoir aſſez de liant pour réſiſter à la violence de la poudre, & qui étant pour l'ordinaire coulées pleines,

doivent être ensuite forées sur le tour. Cette substance est aussi cristalline, mais sa cristallisation est plus confuse que celle de la fonte blanche. L'un de nous s'est trouvé dans une fonderie de fer où l'on couloit des canons de fonte grise pour le service de la Hollande, au moment où l'on scioit une pièce de rebut, pour en remettre les tronçons au fourneau de réverbère. La section passoit précisément par une chambre ou fente plate, dirigée perpendiculairement à l'axe de la pièce, & qui avoit été occasionnée vraisemblablement par la retraite du métal. Les parois de cette chambre étoient mamelonées d'une manière uniforme, & les mamelons étoient hérissés d'une cristallisation régulière.

Enfin la fonte noire est encore plus âpre dans sa cassure; elle est composée de molécules moins adhérentes & qui s'émiettent avec plus de facilité; elle n'a d'autre emploi que d'être refondue avec de la fonte blanche.

Ces trois caractères principaux du fer coulé, n'ont aucun rapport avec les qualités du fer forgé qui doit en résulter par l'affinage. De quelque couleur que soit la fonte, on ne sauroit juger au coup-d'œil quelle sera la nature du fer qu'on en obtiendra; & de quelque nature que soit la mine, on peut toujours donner à la fonte celui des trois caractères précédens que l'on voudra. Si dans la fusion de la mine, on emploie le moins de charbon qu'il est possible, la fonte est blanche; elle devient grise lorsque, dans la charge du fourneau, on a suffisamment augmenté les doses de charbon; enfin elle est noire lorsqu'on force l'emploi de ce combustible. Ainsi le charbon est la seule cause de la couleur que présente la cassure de la fonte, & il contribue pour beaucoup à la ductilité imparfaite dont elle jouit, & à la facilité plus ou moins grande avec laquelle elle se laisse entamer.

Dans quelques ateliers, on est obligé de refondre le fer coulé, dans les fourneaux de réverbère, soit pour se procurer une plus grande quantité de matières dans la coulée des grandes pièces, soit pour fondre des pièces qu'on n'exé-

cuteroit pas avec le même ſoin dans les hauts fourneaux. Toutes les fois qu'on refond de cette manière de la fonte qui d'abord étoit griſe, & ſur-tout lorſqu'on lui donne un grand coup de feu pour la rendre plus fluide, non-ſeulement elle devient de plus en plus blanche, mais encore elle approche davantage de la nature du fer forgé; comme ſi le charbon auquel elle devoit d'abord ſa couleur, en ſe conſumant ſans le contact de l'air, détruiſoit en partie ce qui lui donnoit de la fuſibilité.

Le fer, comme on ſait, eſt combuſtible, il ſe calcine à l'air libre, & mieux encore dans l'air déphlogiſtiqué: mais lorſqu'on fait rougir de la fonte à l'air, juſqu'à l'incandeſcence, ſoit dans une forge de ſerrurier, ſoit au foyer d'une lentille ardente, ſa combuſtion préſente un phénomène qu'on n'obſerve pas avec le fer ordinaire; elle lance de toutes parts une foule d'étincelles qui ſe ſuccèdent perpétuellement, & qui ſe diviſent en l'air lorſqu'elles ſont déjà loin de la maſſe; & cet effet eſt d'autant plus conſidérable que la fonte eſt plus griſe.

Dans les fourneaux où l'on coule les bombes & les boulets pour le ſervice de l'artillerie, & où la fonte que l'on emploie eſt moyenne entre la blanche & la griſe, on puiſe le métal dans le creuſet avec de grandes cuillers de fer forgé, & enduites d'argile pour empêcher leur diſſolution dans la matière qu'elles doivent contenir. Ces maſſes épaiſſes, toujours plus froides que le fer fondu, refroidiſſent celui qui les touche, & durciſſent les portions qui, dans le métal, ſont les moins fuſibles; & lorſqu'on a verſé la charge dans le moule, la cuiller eſt toujours tapiſſée, dans l'intérieur, d'une couche aſſez conſidérable de plombagine diſpoſée par petites lames, à peu-près comme du mica; & la quantité de cette ſubſtance eſt toujours plus grande quand la fonte eſt plus griſe, c'eſt-à-dire, quand on a mis plus de charbon dans la charge du fourneau. Quant à la nature de ce produit, elle eſt la même que celle de la plombagine des crayons d'Angleterre; elle eſt douce au toucher, elle laiſſe des

des traces ſur le papier, & elle réſiſte à l'action du feu des hauts fourneaux lorſqu'elle eſt à l'abri du contact de l'air.

Affinage du Fer coulé.

La ſeconde opération que l'on fait ſubir au fer eſt l'*affinage*, ou ſa converſion de l'état de fer coulé à celui de fer forgé. Pour cela, on place la fonte au foyer d'une forge, au milieu des charbons animés par le vent de deux ſoufflets; d'abord elle s'y fond, puis l'affineur qui la ramène perpétuellement au vent, l'entretient pendant pluſieurs heures à une très-haute température, & renouvelle ſes contacts avec le charbon; elle perd peu-à-peu ſa fuſibilité, elle prend l'état pâteux, & l'ouvrier en forme une eſpèce de maſſe qu'on appelle *loupe*. Cette loupe eſt enſuite portée ſous le gros marteau qui, par une forte compreſſion, en exprime & lance au loin toutes les parties qui étant encore trop fuſibles participent trop de la nature du fer coulé: ce qui reſte ſur l'enclume, s'alonge ſous le marteau, & à pluſieurs repriſes prend enfin la forme de barre qui peut dès-lors entrer dans le commerce, ſous le nom de *fer forgé* ou de *fer affiné*.

Par l'opération que l'on vient de décrire, les propriétés du fer ſont bien changées; auparavant il étoit fragile, il s'écraſoit au lieu de s'alonger ſous le marteau, & il prenoit au feu une liquidité parfaite; actuellement il eſt ductile, il s'alonge ſous le marteau, on peut le plier, le fendre, le laminer, le paſſer à la filière; enfin il n'eſt plus fuſible, & le feu le plus violent de nos ateliers ne peut que l'amollir & l'amener à l'état pâteux *(a)*. Cependant il n'a pas encore

(a) Lorſque nous diſons que le fer parfaitement affiné eſt infuſible, nous n'entendons pas parler d'une manière rigoureuſe. Il eſt au contraire très-probable que le fer forgé qui prend l'état pâteux au feu de nos forges, & qui s'amollit encore davantage à meſure que la température augmente, entreroit enfin en une véritable fuſion, ſi l'on avoit quelque moyen d'exciter & de ſoutenir une température beaucoup plus haute. Nous avons même eu occaſion de nous en aſſurer à la fonderie du Creuzot près Montcenis en Bourgogne, où l'on a établi depuis peu

toute la ductilité dont il est susceptible; sa cassure est encore brillante & lamelleuse: mais l'opération chimique est faite, & pour acquérir le reste de ductilité qui lui manque, il ne doit pas changer de nature, & il n'a besoin que d'une opération purement mécanique. En effet, en le faisant chauffer pour l'alonger à plusieurs reprises sous le marteau, & en le repliant sur lui-même pour l'alonger encore, on fait perdre à ses molécules l'arrangement déterminé par la cristallisation, on les dispose pour ainsi dire en long; la barre, devenue enfin beaucoup plus flexible, ne se casse qu'après plusieurs plis en sens contraire, & la cassure qu'elle présente est sombre & fibreuse; c'est à ces fibres qu'on donne ordinairement le nom de *nerf*. Le fer alors n'a plus rien de l'aigreur qu'il avoit dans l'état de fonte; il est doux au couper, & quoique ce ne soit pas encore une substance parfaitement pure, c'est au moins le fer dans le plus grand état de pureté que nous connoissions.

Ce qui prouve que les fibres de la cassure du fer doux

---

des fourneaux chauffés à la manière angloise, avec du charbon de terre, & soufflés par des machines à feu. Les grandes dimensions de ces fourneaux, la vîtesse & le volume du vent à la tuyère, & la densité du charbon, font que la température du foyer est beaucoup plus élevée que celle des fourneaux ordinaires des autres forges. Nous avons exposé à cette température, par l'orifice de la tuyère, des barres carrées d'excellent fer de Franche-Comté, de neuf lignes de côté, & en moins d'une minute les barres se sont fondues & ont coulé dans le creuset. Nous avons d'abord pensé que ces barres ne s'étoient fondues que parce qu'elles avoient été auparavant calcinées par le vent de la tuyère, dont la densité est très-grande; nous croyons même encore que cette cause a contribué pour beaucoup au moins à la rapidité du phénomène; mais en introduisant par le gueulard des barres semblables, placées verticalement, & qui descendoient avec les charges, nous avons trouvé, en les retirant, que celles qui étoient descendues environ de dix à douze pieds dans le fourneau, avoient été réellement fondues par leurs extrémités inférieures. Or, il s'en falloit encore au moins dix à douze pieds que ces barres n'eussent atteint le foyer du fourneau, & il n'étoit pas possible qu'elles eussent rencontré de l'air déphlogistiqué, capable d'opérer, même en partie leur calcination; donc le fer affiné est fusible sans addition, mais à une température plus élevée que celles que nous avons coutume d'exciter dans nos ateliers.

ne sont que l'effet mécanique de l'alongement forcé que l'on fait prendre à ce métal sous les coups du marteau, ou en le passant au laminoir, à la filière, &c. c'est, 1.° que toutes les fois qu'on fait chauffer du fer fibreux, & qu'on l'amollit au point que ses molécules puissent céder à la force qui tend à les faire cristalliser d'une certaine manière, ces fibres disparoissent sans que le fer ait rien perdu de ses autres qualités; 2.° qu'en l'alongeant de nouveau par les mêmes moyens, on rétablit les fibres, & on lui rend le *nerf* qui avoit été détruit. Ainsi l'état fibreux du fer forgé ne tient point à sa nature; cependant lorsque ce métal est cassant à froid & qu'il contient de la sydérite, il est beaucoup moins disposé à prendre cet état, soit parce qu'alors il est plus fusible & qu'il peut plus facilement passer à l'état cristallin, soit parce qu'il est moins susceptible d'extension; & s'il prend des fibres, elles sont généralement plus courtes que celles que prend le fer doux dans les mêmes circonstances.

L'objet principal de tous les procédés de l'affinerie, c'est-à-dire, la conversion de la fonte en fer en barres, est donc le résultat de deux opérations très-distinctes; l'une, qui est purement chimique, s'exécute dans le creuset de l'affinerie, elle a pour but d'ôter à la fonte sa fusibilité & de la ramener à l'état malléable, c'est l'*affinage* proprement dit; & lorsque le fer a subi cette première opération, on a coutume de dire qu'il a *pris nature*. L'autre, qui est entièrement mécanique, a le double effet d'opérer par la compression une espèce de dépuration, & de donner au fer la forme de barres, sous laquelle il est le plus souvent employé; c'est le *martelage*. De ces deux opérations, la première est seule de notre objet; il nous suffit, qnant à la seconde, d'avoir bien distingué ses effets particuliers.

Les différentes fontes ne sont pas toutes également faciles à affiner. En général, les fontes blanches prennent nature plus facilement que celles qui sont grises; il ne suffit pas pour celles-ci de renouveler leur contact avec les charbons,

il faut encore les ramener perpétuellement au vent des soufflets. C'est cette difficulté d'affiner la fonte grise, qui fait qu'on n'emploie cette substance que pour les objets qui doivent être coulés, & qui dans cet état doivent ensuite être remaniés à l'outil.

L'espèce de charbon n'est pas indifférente pour l'affinage. L'usage constant des Maîtres de forges qui ont des fourneaux & des affineries, est de destiner au fourneau les charbons de bois de chêne, & de réserver pour l'affinerie ceux de hêtre & des autres bois blancs, dont la combustion est plus facile.

Cémentation du Fer.

SANS quitter l'état métallique, le fer forgé peut, en vertu d'une troisième opération, changer encore considérablement de nature & acquérir de nouvelles propriétés très-remarquables. Si l'on stratifie des barreaux de ce métal dans des caisses d'argile, avec du charbon, auquel on ajoute pour l'ordinaire d'autres substances, dont l'espèce & les doses varient dans les différentes fabriques, & qu'après avoir couvert & luté ce vase, on l'expose à l'action d'un feu vif, mais dont l'intensité & la durée sont déterminées; après le refroidissement, on trouve que par cette opération, qu'on appelle *cémentation*, les barres ont éprouvé au moins un commencement de fusion; elles sont beaucoup plus fragiles qu'elles n'étoient auparavant, non-seulement leur cassure, qui n'a plus de fibres, est redevenue brillante & lamelleuse, ce qui ne seroit que l'effet naturel de la haute température qu'on leur a fait subir, favorisé, comme nous le verrons par la suite, par le contact de la matière charbonneuse, mais encore elles ont changé de nature & de composition; elles ont augmenté de poids, & leurs propriétés sont changées; c'est de l'*acier*,

Au sortir du cément, ce métal se nomme *acier poule;* sa surface est pour l'ordinaire boursouflée, sa masse est parsemée de cavités plus ou moins grandes: il est clair que pendant

l'opération il s'est dégagé du fer un fluide élastique qui a soulevé les parties du métal, & que le métal est devenu assez fluide pour permettre ce dégagement, qui mériteroit le nom d'*effervescence* s'il étoit plus abondant.

Dans l'état où les barres sont alors, elles ne peuvent pas encore être employées à l'usage auquel on les destine; il faut les forger, c'est-à-dire, rapprocher à coups de marteau, & souder à chaud les parties que les bulles de l'effervescence avoient séparées. Cette opération mécanique change la contexture des parties du métal, comme elle change celle du fer doux; mais elle ne donne pas de fibres à l'acier, elle lui donne du *grain*, c'est-à-dire, qu'après avoir été forgé, la cassure de l'acier n'est plus brillante & lamelleuse, elle est grise & grenue.

En se convertissant en acier, non-seulement le fer devient plus fragile & plus dur, il prend encore de la fusibilité; dans le même feu, il acquiert plus de mollesse que le fer doux, & lorsqu'on pousse la température, on le fait entrer en véritable fusion; il prend donc quelques-uns des caractères de la fonte. Nous verrons cependant par la suite que ces deux substances ont des différences essentielles.

La principale propriété de l'acier, & celle pour laquelle on donne au fer ce nouveau caractère, est qu'étant d'abord rougi jusqu'à un certain point, puis refroidi brusquement par une immersion subite dans l'eau froide, il contracte une dureté en vertu de laquelle il entame le verre & toutes les substances de la Nature, excepté les pierres étincelantes, auxquelles on ne donne ce nom que parce qu'elles ont à leur tour assez de dureté pour l'entamer lui-même.

Cette immersion de l'acier rougi, à laquelle on donne le nom de *trempe*, ne change en aucune manière la nature du métal; elle n'altère pas sa composition, elle ne lui transmet une si grande dureté, que par une opération qui est encore pour ainsi dire mécanique. La promptitude du

refroidissement, ou la retraite subite de la matière de la chaleur, qui tenoit les molécules de l'acier rougi à une certaine distance les unes des autres, laisse une plus grande énergie à la force qui tend à les rapprocher. Ces molécules se joignent en vertu d'une force accélératrice plus grande ou moins gênée; elles se rapprochent davantage, & elles contractent plus d'adhérence les unes pour les autres: mais comme la force qui occasionne ce rapprochement, n'agit qu'à des distances insensibles, la masse entière ne participe pas à cette condensation, elle conserve même un plus *grand volume* & une densité moindre, & elle est beaucoup plus fragile; c'est-à-dire, que dans l'acier trempé, les contacts des molécules sont plus rapprochés & moins nombreux, les élémens secondaires sont plus durs, & leur adhérence est moindre. Enfin, pour nous servir d'une comparaison que nous employons seulement pour nous mieux faire entendre, & que nous ne desirons pas qu'on prenne à la rigueur, c'est à peu-près comme le grès, qui est composé de grains de quartz qui sont très-durs, & qui peuvent entamer l'acier trempé, mais dont l'adhérence est beaucoup moins considérable, & qui peuvent se séparer par de petits chocs sans se diviser.

Quoi qu'il en soit de cette explication, il est facile de prouver que la trempe ne change en aucune manière la composition de l'acier; car si l'on fait *recuire* l'acier trempé, c'est-à-dire, si on le fait chauffer jusqu'à le faire rougir, ce qui remet les molécules à la distance qu'elles avoient immédiatement avant la trempe, & qu'ensuite on le laisse refroidir lentement, il ne prend plus cette dureté qui caractérise l'acier trempé, il reste acier doux; on peut le tremper & le recuire de nouveau tant de fois qu'on voudra, sans que dans toute cette suite d'opérations il éprouve la moindre altération que l'on doive attribuer à la trempe en particulier.

Dans les différens emplois que l'on fait de l'acier trempé, il n'est pas nécessaire qu'il ait le même degré de dureté; l'usage à cet égard est de le tremper très-dur d'abord, puis

de l'adoucir ensuite au degré que l'on desire, par un recuit. Pour cela, on le fait chauffer sur des charbons, ou sur une masse de fer rouge; en passant par les différentes températures, il prend successivement les couleurs suivantes, *jaune pâle, jaune d'or, pourpre, violet, bleu-clair,* & *couleur d'eau.* On s'arrête à celle sous laquelle on sait par expérience qu'il acquiert la dureté convenable à l'objet, & on le plonge ensuite dans l'eau froide. Ces couleurs que, par le recuit, l'acier trempé prend à sa surface, sont l'effet d'un commencement de calcination; & parce qu'elles se manifestent pour l'acier, d'une manière non-seulement plus marquée que pour le fer, mais encore par des températures beaucoup moins élevées, il s'ensuit que l'acier est, comme la fonte, beaucoup plus combustible que le fer.

La fonte & l'acier ont encore d'autres analogies; par exemple, lorsqu'on fait rougir à blanc de l'acier en plein air, dans une forge, ou au foyer d'une lentille ardente, il brûle en jetant au loin des étincelles qui se succèdent continuellement, & ces étincelles ont absolument la forme de celles que jette la fonte grise dans les mêmes circonstances. C'est à cause de cette facilité à se brûler, que les ouvriers qui forgent l'acier, le saupoudrent de sable, qui, par la fusion, fait un vernis sous lequel le métal est à l'abri du contact de l'air.

M. Rinman a observé que si l'on met une goutte d'acide nitreux sur de l'acier, après qu'elle a corrodé le métal, elle laisse une tache noire sur sa surface, tandis que sur du fer doux, l'endroit où l'on a mis de l'acide ne change pas de couleur. La même chose arrive à de la fonte, & dans ce cas, la tache est d'autant plus noire, que la fonte est plus grise: cette observation prouve au moins que les parties qui constituent la fonte & l'acier, ne sont pas entièrement solubles dans les acides; mais ces deux substances ont des différences essentielles. Nous avons vu que par l'effet d'une haute température, la fonte, si elle est grise, devient blanche, & s'approche davantage de l'état de fer forgé; au contraire,

l'acier défendu du contact de l'air & de toutes les matières qui pourroient exercer sur lui quelqu'action, soutient les plus hautes températures, & peut y être exposé long-temps sans éprouver de changement dans sa nature.

Néanmoins ce que la chaleur seule ne produit pas, elle le fait à l'aide de l'air atmosphérique: chaque fois que l'on chauffe l'acier à l'air libre pour le forger, sa surface perd ses propriétés; & si on répète souvent cette opération, & qu'à chaque fois on le replie sur lui-même pour reporter au centre les parties de la surface, à mesure qu'elles se sont altérées, on fait perdre peu-à-peu à l'acier son caractère, on le ramène à l'état de fer forgé, sa cassure devient fibreuse, & les taches qu'y forment les acides sont moins noires; en sorte que l'on seroit en droit de conclure que la substance qui donne au fer la qualité d'acier, est une matière combustible qui, comme toutes celles de cette espèce, a besoin du contact de l'air déphlogistiqué pour brûler; & que le résultat de cette combustion est volatil, puisqu'il disparoît.

Lorsque, pendant la cémentation, la température est portée trop haut, ou soutenue trop long-temps, l'acier entre dans une véritable fusion; les masses qui en résultent par le refroidissement, sont encore plus fragiles & plus fusibles que l'acier de bonne qualité, leur cassure est noire & spongieuse; la tache que les acides font sur leur surface, est plus foncée. La fusibilité de ces masses & le peu d'adhérence qu'ont leurs parties, les met dans l'impossibilité d'être forgées par les moyens ordinaires, elles s'émiettent & elles se dispersent sous le marteau; elles brûlent à l'air libre avec plus de facilité que l'acier, & les étincelles qu'elles lancent en se brûlant sont plus multipliées; elles jouissent de tous les caractères distinctifs de l'acier, mais dans un degré trop éminent & incommode; elles se durcissent à la trempe, & peut-être encore plus que l'acier, mais elles se gercent par cette opération, & le plus souvent elles se séparent en morceaux. Comme on ne peut pas les forger, on ne sauroit

sauroit les écrouir, c'est-à-dire, rapprocher les parties que l'effervescence de la cémentation a trop écartées, & leur contexture est trop lâche pour être employée aux usages auxquels l'acier est destiné ; enfin l'on n'en tire aucun parti, du moins en France, mais nous verrons par la suite, combien il est probable que c'est faute d'avoir connu la nature de cette substance, peut-être aussi précieuse que l'acier, & faute d'avoir employé les procédés qui lui conviennent.

Cet ordre des travaux sur le fer, dont nous venons de donner une description succincte, n'est pas généralement suivi par-tout; dans quelques endroits de la France & en Allemagne, on retire immédiatement l'acier de la fonte, par un affinage particulier, & sans le faire passer auparavant par l'état de fer forgé; on l'appelle alors *acier naturel*, tandis que celui qui résulte de l'opération que nous avons décrite, se nomme *acier de cémentation.* Nous avons préféré la suite des travaux au moyen desquels le fer passe, d'une manière plus marquée, par les quatre états dans lesquels nous voulons le considérer; & dans la description que nous avons donnée, nous n'avons eu intention que de faire sentir les opérations nécessaires pour le faire passer d'un état à l'autre. Nous allons actuellement rapporter les découvertes de M. de Réaumur, & ensuite celles de M. Bergman, sur la nature du fer considéré dans ces différens états.

Extrait des Recherches de M. de Réaumur.

DANS la suite immense des travaux de M. de Réaumur sur le fer, ce laborieux physicien s'étoit proposé, l'un après l'autre, deux objets distincts : le premier étoit de découvrir un procédé certain pour faire de l'acier de cémentation ; le second étoit d'adoucir les ouvrages de fer coulé, & de leur donner, sans les déformer, une ductilité qui approchât de celle du fer forgé.

N'ayant d'abord aucune recette de cémentation, & partant des procédés de la trempe en paquet, qui sont entre les

mains de tous les ouvriers qui travaillent le fer, il essaya de cémenter ce métal, non-seulement avec chacune des substances qui entrent dans les différentes compositions qui servent à cette opération, mais encore avec une foule d'autres, prises toutes en particulier & sans mélange; & il trouva que parmi le grand nombre de matières qu'il mit en expérience, il n'y avoit que le charbon de bois, le charbon de terre, celui de savates brûlées, la suie, la corne & la fiente de pigeon, qui, employés seuls, eussent la faculté de convertir le fer en acier.

Ces expériences le mirent à portée de faire une remarque que nous avons aussi eu occasion de vérifier, & qui nous paroît assez importante pour être rapportée, quoiqu'elle soit étrangère à notre objet; c'est que si on cémente du fer doux dans du verre pilé, qui se fond nécessairement pendant l'opération, après le refroidissement, le fer qui n'a d'ailleurs éprouvé aucune autre altération que de s'adoucir davantage, s'il ne l'étoit pas complétement, sort du cément parfaitement propre & décapé, parce que le verre a dissous toutes les parties de la surface qui avoient éprouvé un commencement de calcination, & qui étoient par conséquent solubles dans ce menstrue.

Il résultoit donc déjà des expériences de M. de Réaumur, que de toutes les substances dans lesquelles on peut cémenter le fer, il n'y a que celles qui sont charbonneuses, ou qui peuvent se convertir en charbon pendant l'opération, qui aient la faculté de lui donner les caractères de l'acier. Il en tira lui-même cette conséquence; mais la chimie étoit alors trop peu avancée pour qu'il pût apercevoir distinctement la nature du changement qu'éprouve le fer, & il se contenta de tirer cette conclusion, peut-être déjà belle pour son temps, mais trop vague aujourd'hui: *que le cément transmettoit des soufres & des sels à ce métal pour le changer en acier.*

Il essaya ensuite de mêler avec le charbon différentes substances, pour reconnoître celles qui pouvoient favoriser

ſon action dans la cémentation, & il reconnut que toutes étoient ou indifférentes ou nuiſibles, à l'exception du ſel marin ſeul & du ſel ammoniac, dont il crut apercevoir de bons effets.

Il reconnut que la cémentation ne devoit pas être continuée trop long-temps, qu'il étoit plus économique de donner au feu une plus grande intenſité, que de le continuer pendant un temps plus long, & que des barres deux fois plus minces n'employoient pas pour ſe cémenter juſqu'au centre, la moitié du temps néceſſaire à des barres deux fois plus épaiſſes.

Il rechercha quels étoient les fers qui, par leur nature, étoient les plus propres à ſe convertir par la cémentation en excellent acier; & quoiqu'il ſemble avoir reconnu que l'état fibreux de la caſſure du fer forgé n'eſt que le réſultat d'une extenſion forcée, néanmoins il le propoſa comme le caractère du fer le plus convenable à la cémentation.

Il remarqua les bulles dont l'acier poule eſt parſemé, & qui l'auroient vraiſemblablement conduit à la découverte de la compoſition du fer dans ſes différens états, ſi alors la théorie des effervеſcences avoit été connue comme elle l'eſt aujourd'hui. Il aperçut l'augmentation de poids qu'acquiert le fer dans la cémentation, & le retour de l'acier à l'état de fer forgé par le moyen des chaudes ſucceſſives; ce qu'il devoit attribuer & ce qu'il attribua en effet à la diſſipation des ſoufres & des ſels dont le fer s'étoit emparé pour ſe convertir en acier.

Il examina enſuite ce que produit dans l'acier l'opération de la trempe; il reconnut bien à la vérité qu'elle ne conſiſtoit que dans un refroidiſſement prompt & ſubit de l'acier dilaté par la chaleur; que les ſubſtances qui, comme l'eau, exigent plus de chaleur pour acquérir la même température, étoient les meilleures pour cet objet; & que tous les préjugés ſur les eaux plus ou moins favorables, étoient ſans fondement.

Néanmoins il ne regarda pas la trempe comme une

opération mécanique, & il crut que les soufres & les sels détachés, du moins en partie, des élémens du fer, par le moyen de la chaleur, & surpris par un refroidissement trop prompt, n'avoient pas le temps de se recombiner avec les élémens, & leur servoient de gluten; par-là il rendoit compte de la dureté & de l'augmentation du volume de l'acier trempé. Ainsi, après avoir prouvé que la chaleur opère la composition de l'acier, il croyoit que la chaleur donnoit lieu à une espèce de décomposition; incohérence qu'il faut pardonner à l'état où étoient alors les connoissances en physique.

M. de Réaumur ne se contenta pas d'avoir trouvé de bons procédés pour la cémentation, il rechercha aussi ceux par lesquels on pouvoit le plus promptement ramener l'acier cémenté à l'état de fer forgé, & il trouva qu'en cémentant de l'acier dans des poudres incombustibles, telles que l'argile, la craie, la chaux vive ou éteinte, le verre pilé, il perdoit son caractère; mais de toutes les substances qu'il mit en expérience, aucune ne lui parut plus propre pour cet objet, que la poudre d'os calcinés, dans laquelle l'acier devint du fer parfaitement doux, & dans un temps trois fois moindre que celui qui est nécessaire à la cémentation; & il explique ce phénomène, en supposant que ces substances réabsorboient les soufres & les sels dont l'acier étoit pénétré.

Dans les travaux que M. de Réaumur fit ensuite sur la fonte, il reconnut, ce que nous avons déjà dit, que la cassure de cette substance varie suivant la dose de charbon employé dans la charge du fourneau, cependant il regarda la fonte grise comme plus impure & chargée de plus de matières terreuses que la fonte blanche. Il aperçut l'analogie qui se trouve entre certaines propriétés de la fonte & celles de l'acier, comme d'être plus dure que le fer, & d'être susceptible de prendre une dureté extrême à la trempe; & sur-tout il fit cette observation capitale, que si l'on plonge une barre de fer doux dans un bain de fonte

grise, elle se convertit bientôt en un excellent acier; mais n'ayant pas les connoissances que nous avons aujourd'hui sur la calcination des métaux, il lui fut impossible de reconnoître en quoi diffèrent essentiellement ces deux substances: il crut donc que la fonte étoit de l'acier poussé au plus haut terme, altéré d'ailleurs par un reste de matières terreuses, & que l'acier étoit un état du fer moyen entre celui de la fonte & celui du fer doux.

Il résulte de cet exposé, que, suivant M. de Réaumur, l'acier ne diffère du fer doux que par des soufres & des sels que lui ont transmis les substances qui entrent dans la composition du cément; que les soufres & les sels peuvent ensuite lui être enlevés, soit par une dissipation à l'air libre, soit par la réabsorbtion de la part des substances qui ont plus d'affinité avec eux; enfin, que la fonte n'est qu'un acier trop cémenté, altéré d'ailleurs, sur-tout dans la fonte grise, par des substances terreuses dont elle n'a pas été entièrement dépouillée dans le haut fourneau.

Extrait des Recherches de M. Bergman.

Les travaux de M. de Réaumur avoient eu pour but principal la découverte de quelques procédés dans les arts, dont les étrangers faisoient mystère, & le perfectionnement de ces procédés. L'objet des recherches de M. Bergman étoit purement théorique, & ces recherches étoient uniquement dirigées vers l'analyse du fer & vers les causes de ses différentes propriétés. Ce grand chimiste que les Sciences ont perdu trop tôt, avoit découvert que les métaux ne peuvent se dissoudre dans les acides, qu'après avoir abandonné une partie de leur phlogistique; ce qu'on peut traduire dans la théorie moderne, en disant que les métaux doivent avoir éprouvé un commencement de calcination, & être déjà combinés avec une portion d'air déphlogistiqué, pour être solubles dans les acides.

Il étoit persuadé que les métaux contiennent deux doses distinctes de phlogistique, une première moins adhérente

& qu'on leur enlève par la calcination; une autre, dont il est plus difficile de les dépouiller, qu'ils conservent dans l'état de chaux, & sans laquelle ils seroient des acides. Il donnoit à la première le nom de *phlogistique réducteur*, & à la seconde le nom de *phlogistique coagulant*. L'objet de ses premières recherches sur le fer, étoit de trouver les différentes quantités de *phlogistique réducteur* que ce métal contient dans ses différens états; & parce qu'il croyoit encore que c'étoit à la dissipation de ce phlogistique qu'étoit dûe la formation du gaz inflammable qu'on obtient de la dissolution du fer dans certains acides, il se proposa d'abord de mesurer les volumes de ce fluide élastique qui se dégage lorsqu'on dissout les différens fers dans l'acide vitriolique & dans l'acide marin, & de juger de la quantité de phlogistique réducteur abandonné dans cette opération, par le volume du gaz inflammable produit. Après un grand nombre d'expériences, il trouva, 1.° que le même fer donnoit toujours le même volume d'air inflammable, quel que fût celui de ces deux acides dans lequel se fît sa dissolution, & quelle que fût la rapidité de l'opération.

2.° Que le fer coulé, l'acier & le fer forgé dissous dans le même acide, donnoient constamment des volumes différens d'air inflammable, & à peu-près dans les rapports de 40, 48, 50; nous disons à peu-près, parce qu'il se trouve dans ses résultats des anomalies, dont quelques-unes viennent bien à la vérité de la nature des fers mis en expérience, mais dont quelques autres doivent être attribuées aux variations survenues pendant une aussi longue suite d'expériences, dans la température & dans la pression de l'atmosphère, dont M. Bergman ne paroît pas avoir tenu compte.

3.° Que la fonte de la même mine donnoit d'autant plus d'air inflammable, qu'elle étoit moins blanche, ou qu'on avoit plus employé de charbon dans sa réduction.

4.° Que l'acier donnoit toujours le même volume d'air inflammable, soit qu'il fût trempé, soit qu'il fût doux.

La ſeule différence qu'il ait obſervée à cet égard, eſt la durée de la diſſolution, ce qui étoit facile à prévoir; car la dureté d'une ſubſtance étant un obſtacle de plus à la diſſolution, cette opération doit être d'autant plus lente, toutes choſes d'ailleurs égales, que la dureté eſt plus grande.

Quant aux diſſolutions du fer que M. Bergman a faites dans l'acide nitreux, ce chimiſte n'en a tiré aucune concluſion, vraiſemblablement parce que l'on obſerve dans ſes réſultats des écarts qu'il étoit impoſſible d'expliquer avant la découverte de la compoſition de cet acide, & dont il eſt très-facile aujourd'hui de rendre compte.

On voit, par exemple, que toutes les fois que la diſſolution a dû être plus rapide, ſoit à cauſe d'une plus haute température, ſoit par la diviſion du fer en limaille, ſoit enfin parce que la ſubſtance à diſſoudre étoit moins dure, les produits en gaz nitreux ont toujours été moindres, parce que dans toutes ces circonſtances, ce gaz a dû être plus dépouillé d'air déphlogiſtiqué, & approcher davantage de la nature de la mofette atmoſphérique. Ainſi, 1.° la fonte qui donne toujours moins d'air inflammable que le fer par sa diſſolution dans les acides vitriolique & marin, donne au contraire plus de gaz nitreux que ce dernier métal, en ſe diſſolvant dans l'acide nitreux, & cela dans le rapport de 33 à 28, parce qu'étant plus dur & ſe laiſſant attaquer plus lentement, la température eſt plus baſſe pendant la diſſolution, & que le gaz nitreux conſerve plus d'air déphlogiſtiqué: 2.° les quantités de gaz nitreux produit par le même fer forgé, mis en maſſe ou en limaille dans l'acide, ſont dans le rapport de 29 à 15, parce que la diſſolution favoriſée par l'état de diviſion en limaille, ſe fait plus rapidement; & que la température étant alors plus élevée, la décompoſition du gaz nitreux eſt plus complète.

M. Bergman a recherché par un autre procédé la quantité de *phlogiſtique réducteur* que le fer contient dans ſes différens états; pour cela il a peſé combien il falloit de fer des différentes eſpèces pour précipiter une même quantité d'argent

de sa dissolution dans l'acide vitriolique ; & dans quatre expériences seulement qu'il cite sur cet objet, il a trouvé qu'il falloit toujours d'autant moins de fer d'une certaine espèce, que cette espèce donnoit plus d'air inflammable. Nous verrons par la suite les raisons pour lesquelles cet accord ne peut pas être rigoureux, ce que M. Bergman n'auroit pas manqué d'apercevoir lui-même s'il eût fait plus d'expériences de ce genre, & sur-tout s'il eût examiné la nature des gaz inflammables qu'il avoit obtenus dans les premières expériences, & dont il pas n'a soupçonné la différence.

Persuadé que la matière de la chaleur entroit dans la composition du fer, & en doses différentes, selon l'état dans lequel étoit ce métal, M. Bergman a fait une autre suite d'expériences sur un très-grand nombre de différens échantillons, pour reconnoître l'accroissement de température produit par la dissolution d'un même poids des différens fers dans l'acide nitreux; & de ce qu'en général cet accroissement de température a été moins grand pour la fonte que pour l'acier, & moindre encore pour ce dernier métal que pour le fer, il conclud que c'est dans cet ordre que ces substances contiennent plus de la matière de la chaleur.

Nous avons lieu de penser que les expériences qu'il a faites à cet égard, n'étoient pas de nature à l'instruire sur les résultats qu'il demandoit; on voit seulement qu'à mesure que les substances qu'il employoit étoient plus dures, & que leur dissolution dans l'acide nitreux étoit plus lente, la température qu'elles donnoient à la dissolution étoit moins haute.

Mais parmi les résultats de ces recherches, il y en a un sur lequel il n'a rien dit de particulier, & qui nous paroît mériter quelqu'attention. La plupart des fers doux occasionnèrent un accroissement de température de 67 ou 68 degrés d'un thermomètre divisé en 100 parties, depuis la glace jusqu'à l'eau bouillante, tandis que de l'éthiops martial attirable à l'aimant fut dissous sans effervescence, &

& ne produisit qu'un accroissement d'un demi-degré; ce qui prouve que la grande chaleur occasionnée par la dissolution du fer dans l'acide nitreux, chaleur dont l'intensité est encore diminuée par le dégagement du fluide élastique qui produit l'effervescence, est presque entièrement dûe à l'air déphlogistiqué dont est composé l'acide. Cet air quittant l'état liquide pour se combiner au fer & le mettre en état d'être dissous, abandonne la matière de la chaleur qui le tenoit dans l'état de liquidité.

M. Bergman a ensuite cherché par la voie des dissolutions, quelles étoient les substances étrangères qui peuvent se trouver combinées dans les fers de différente nature & dans différens états. Les seules substances qu'il ait trouvées, sont, 1.° la manganèse, dont nous ne nous occuperons pas, parce qu'elle est étrangère à notre objet; 2.° la matière siliceuse qui est généralement plus abondante dans la fonte que dans l'acier & le fer forgé, & qui, dans ce dernier métal, ne monte jamais à $\frac{1}{200}$ du poids total; 3.° la plombagine qu'il a trouvée en plus grande quantité dans la fonte que dans l'acier, & dans celui-ci que dans le fer forgé, où le poids de cette substance est tout au plus les $\frac{5}{1000}$ de celui du métal.

De toutes ces expériences, M. Bergman tire plusieurs conséquences, dont nous allons seulement rapporter les principales.

Il regarde, avec M. Schéele, la plombagine comme composée d'air fixe & de phlogistique, c'est-à-dire, comme un soufre qui peut se combiner avec le fer; mais alors il faut que ce métal ait perdu une partie de son phlogistique. Cela posé, le fer forgé ne contient presque point de plombagine, mais il contient plus de phlogistique & de la matière de la chaleur, que dans tout autre état. L'acier contient plus de plombagine & moins des deux derniers principes que le fer; la fonte contient encore plus de plombagine & moins de matière de la chaleur que l'acier.

En sorte que, suivant M. Bergman, pour affiner la fonte,

c'eſt-à-dire, pour l'amener à l'état de fer doux, il faut enlever ou décompoſer la plombagine qu'elle contient, & lui donner une plus grande quantité de phlogiſtique; opérations qui ſe font toutes deux en même temps dans l'affinage, parce que la plombagine ſe décompoſe, que ſon air fixe ſe diſſipe, & que ſon phlogiſtique ſe porte ſur le métal.

Il explique auſſi d'une manière analogue les deux procédés différens par leſquels on fait ordinairement de l'acier, & qui conſiſtent, comme nous l'avons déjà dit, ou à l'extraire de la fonte, ou à cémenter du fer doux. Dans le premier cas, on décompoſe une portion de la plombagine qui eſt dans la fonte, & ſon phlogiſtique ſe porte ſur le métal. Dans le ſecond cas, l'air fixe du charbon de cémentation ſe combinant au contraire avec une portion de phlogiſtique qui eſt dans le fer doux, compoſe de la plombagine qui reſte unie au métal; & ce métal contenant moins de phlogiſtique & plus de plombagine, eſt de l'acier.

Enfin M. Bergman, après avoir rapporté quelques expériences ſur la calcination du fer par la voie humide, ſur la ſydérite, qui, comme nous l'avons déjà dit, donne au fer la qualité d'être caſſant à froid, & dont M. Meyer a déterminé la nature, finit la diſſertation dont nous venons de faire l'extrait, par quelques obſervations ſur le magnétiſme.

Tel étoit l'état des connoiſſances ſur la nature du fer conſidéré dans ſes différens états métalliques, lorſque nous avons entrepris le travail dont nous allons rendre compte.

Expoſé de nos Recherches.

QUOIQUE les opinions de M.rs de Réaumur & Bergman ſur la compoſition du fer conſidéré dans ſes différens états métalliques, s'écartent l'une de l'autre en pluſieurs points eſſentiels, on voit néanmoins qu'elles s'accordent en cela, que ces deux phyſiciens regardent l'acier comme un état du fer moyen entre celui du fer coulé & celui du fer forgé. Nous croyons au contraire que de leurs recherches & de nos propres expériences il réſulte que la fonte & l'acier,

ne sont pas composés des mêmes principes; & pour mieux faire sentir ce que notre opinion a de particulier, nous allons d'abord l'exposer; nous rapporterons ensuite les raisons & les faits qui nous ont déterminés.

Le fer coulé doit être considéré comme un régule dont la réduction n'est pas complète, & qui retient par conséquent une portion de la base de l'air déphlogistiqué à laquelle il étoit uni dans la mine, sous la forme de chaux; & parce que cette réduction peut être poussée plus ou moins loin, suivant les circonstances, nous regardons cette variation comme une première cause des différences que l'on observe dans les fontes obtenues de la même mine. De plus, le charbon ayant la faculté de se combiner en substance & sans changer de nature, avec plusieurs métaux, & principalement avec le fer, il nous paroît certain que la fonte absorbe dans le fourneau une quantité plus ou moins grande de ce combustible, & que la quantité de cette absorption déterminée encore par les circonstances de la fusion, est sujette à des variations qui sont une autre cause des différences dans la nature du fer coulé.

Le fer forgé parfaitement affiné, seroit celui qui d'une part seroit complétement réduit, & qui de l'autre ne contiendroit aucune matière étrangère au métal, pas même du charbon: il n'en existe pas de cette nature dans le commerce; le meilleur fer de Suède conserve toujours une portion de la base de l'air déphlogistiqué qui a échappé aux opérations de la réduction & de l'affinage, & il est toujours altéré par une dose de charbon, très-petite à la vérité, mais dont peut-être il est impossible de le dépouiller exactement.

Dans l'acier de cémentation, le fer est parfaitement réduit, & il est de plus combiné avec du charbon qu'il a absorbé du cément, & qui doit y être en certaine quantité pour que l'acier soit d'une qualité déterminée. Il y a donc, suivant nous, cette grande différence entre la fonte & l'acier, que dans la fonte le métal est toujours mal réduit, tandis

que dans l'acier il l'est toujours d'une manière complète; & il y a cette analogie, que dans l'une & dans l'autre de ces deux substances métalliques, le fer est combiné avec la matière charbonneuse. Ainsi pour ce qui regarde l'état de la réduction, l'acier de cémentation est au-delà du fer forgé, par rapport à la fonte; & pour ce qui regarde la matière charbonneuse, l'acier n'a aucune relation fixe avec la fonte, parce que la quantité de charbon qu'il doit contenir pour être employé dans les Arts, est plus grande que celle qui se trouve dans la plupart des fontes blanches, & moindre que celle de certaines fontes grises.

Enfin, le charbon pouvant se combiner avec le fer en proportions très-variables, & qui dépendent vraisemblablement de la température, nous croyons que l'acier est trop cémenté lorsqu'il a absorbé trop de charbon dans la cémentation; qu'ainsi l'acier trop cémenté ne diffère du fer doux que par la matière charbonneuse qu'il contient, & de l'acier d'excellente qualité, que par une plus grande dose de ce combustible.

Nous allons essayer de prouver toutes ces propositions, & nous terminerons ce Mémoire par quelques réflexions sur le charbon, considéré dans la fonte & dans l'acier, & sur l'état dans lequel est cette même substance à la sortie du métal.

La théorie du phlogistique ne pouvant plus subsister avec les dernières découvertes sur la calcination des métaux & sur la décomposition & la recomposition de l'eau, les conséquences que M. Bergman a tirées de ses nombreuses expériences, doivent au moins être énoncées en d'autres termes.

Nous savons en effet que les métaux ne peuvent se dissoudre dans les acides, qu'ils n'aient éprouvé un commencement de calcination, c'est-à-dire, qu'ils ne se soient combinés avec une certaine quantité de la base de l'air déphlogistiqué, qui leur sert d'intermède pour entrer ensuite dans la nouvelle combinaison. Lorsqu'on les fait

diſſoudre dans l'acide marin ou dans l'acide vitriolique, ils commencent par décompoſer l'eau qui affoiblit l'acide, ils lui enlèvent l'air déphlogiſtiqué qui entre dans ſa compoſition, ils ſe diſſolvent enſuite; & la baſe de l'air inflammable abandonnée, reprenant l'état élaſtique, s'échappe & produit l'efferveſcence qui accompagne toujours ces phénomènes. Quoique l'air déphlogiſtiqué, en entrant dans la compoſition de l'eau, ait perdu une grande quantité de matière de la chaleur, à laquelle il devoit l'état de fluide élaſtique, il lui en reſte encore beaucoup dans l'état liquide; & lorſqu'il quitte ce dernier état pour ſe combiner avec le métal & opérer la calcination, il en abandonne de nouveau une grande quantité, qui contribue à la reproduction de l'air inflammable & à l'élévation conſidérable qui ſurvient dans la température de la diſſolution. Ainſi le gaz inflammable qu'on obtient en diſſolvant le fer dans les acides vitriolique & marin, ne ſort pas de la ſubſtance de ce métal; il provient entièrement de la décompoſition de l'eau, & ſa quantité eſt toujours proportionnée à la quantité d'eau décompoſée, & par conſéquent à la quantité de la calcination opérée. . . . .

Dans les expériences de M. Bergman, la fonte en ſe diſſolvant dans l'acide vitriolique, donne toujours moins d'air inflammable que le fer doux, & à peu-près dans le rapport de 40 à 50 : il eſt raiſonnable d'en conclure que la fonte n'exige pas autant d'air déphlogiſtiqué que le fer pour entrer en diſſolution dans l'acide; qu'ainſi le fer qui eſt dans la fonte n'eſt pas parfaitement réduit, & qu'il conſerve une portion de l'air déphlogiſtiqué dont il étoit pour ainſi dire ſaturé dans l'état de chaux. Cette concluſion n'eſt qu'une traduction de celle de M. Bergman; & elle deviendra encore plus probable, ſi l'on fait attention que dans les hauts fourneaux, la mine ne ſe trouve dans des circonſtances favorables à la réduction, que lorſqu'elle eſt arrivée à la voûte du foyer. C'eſt dans ce dernier inſtant ſeul qu'elle reçoit un aſſez grand coup de feu pour

entrer en fusion & devenir susceptible de réduction; mais alors elle devient liquide & elle tombe aussitôt dans le creuset, où le laitier la met à l'abri du contact & de l'action du charbon. Le temps pendant lequel la réduction peut s'opérer, est donc nécessairement très-court; & quand même la température auroit le degré d'élévation suffisant, on auroit lieu d'être surpris si pendant un intervalle aussi court, cette réduction s'opéroit d'une manière complète. Au reste, nous rapporterons plus tard d'autres preuves de cette proposition, & nous aurons occasion de montrer combien elle s'accorde avec les phénomènes.

Mais dans les expériences de M. Bergman, l'acier, même celui qu'on obtient du fer doux par la cémentation, donne aussi constamment moins d'air inflammable que le fer, & à peu-près dans le rapport de 48 à 50; en raisonnant de la même manière, il faudroit en conclure que pendant la cémentation, l'acier éprouve un commencement de calcination, qu'il s'empare d'une petite quantité d'air déphlogistiqué, & qu'ensuite il en exige d'autant moins pour se dissoudre dans les acides. Cette conclusion, qui sembloit s'offrir naturellement, & que M. Bergman a effectivement tirée dans la théorie du phlogistique, présente cependant une contradiction frappante; car le procédé de la réduction métallique & celui de la cémentation, étant parfaitement les mêmes, il étoit difficile de concevoir comment les mêmes circonstances, après avoir donné lieu à la réduction du fer, pouvoient ensuite opérer la calcination de ce métal pour le convertir en acier, à moins que l'humidité du cément, par sa décomposition, ne contribuât à cet effet. Il s'agissoit donc de s'assurer d'abord si dans la cémentation l'humidité contribuoit pour quelque chose aux changemens qu'éprouve le fer doux pour se convertir en acier; & si le charbon parfaitement sec & dépouillé de tout ce qui peut produire des fluides élastiques, se comporteroit autrement & donneroit d'autres résultats que le charbon humecté?

Pour cela, après avoir calciné & dégazé du charbon de bois pilé, en le tenant pendant plusieurs heures dans un creuset couvert au centre d'un fourneau bien allumé, nous en avons rempli un petit creuset, dans lequel nous avions placé un barreau de fer forgé & fibreux, provenant des forges royales de Guérigny, & dont le poids étoit 2 onces 4 gros 22 grains. Pour éloigner toute humidité, nous n'avions pas lutté le couvercle de ce creuset; mais après l'avoir lié avec un fil de fer, nous avons renversé ce premier creuset dans un autre plus grand, que nous avons pareillement rempli de charbon dégazé, & dont nous avons lié le couvercle avec un fil de fer; nous avons placé ce creuset debout au centre du fourneau, & nous avons poussé le feu, qu'on a soutenu en grande activité pendant cinq heures. Après le refroidissement, nous avons trouvé que le creuset extérieur qui étoit très-haut, n'avoit pas éprouvé par-tout la même température, & que le coup de feu qu'il avoit reçu dans les parties basses, plus voisines de la grille, avoit été plus violent que celui qu'il avoit reçu par le haut. Le barreau mis en expérience, & qui étoit placé verticalement au centre du creuset intérieur, avoit pareillement éprouvé des effets très-différens dans les différentes parties de sa hauteur. Le haut avoit conservé sa forme; dans le milieu, les parties du métal qui étoient à sa surface étoient entrées en fusion, elles avoient coulé, & elles s'étoient rassemblées vers le bas; en sorte que la pièce totale qui ne s'étoit pas divisée étoit encore équarrie par le haut, elle avoit un étranglement dans le milieu, & le bas étoit renflé & arrondi.

Le poids de cette pièce s'est trouvé de 2 onces 4 gros 33 grains $\frac{1}{4}$; ainsi par la cémentation, il avoit augmenté de 11 grains $\frac{1}{4}$, c'est-à-dire, à peu-près de $\frac{1}{130}$. La partie fondue a été cassée sous le marteau, & elle a présenté l'aspect d'une fonte très-grise, & même noirâtre: la partie supérieure pareillement cassée a présenté celui de l'acier poule: la portion inférieure qui avoit été entièrement

fondue, étoit intraitable à chaud, elle s'émiettoit sous le marteau; forgée dans une cuiller de fer doux, elle empêchoit le fer de se souder; & en brûlant au feu, elle donnoit plus d'étincelles que la fonte grise ordinaire. La portion supérieure au contraire qui n'étoit pas entrée en fusion, se forgeoit à merveille, sans gersures sur les arêtes; à la trempe, nous avons trouvé que c'étoit de l'acier d'excellente qualité, seulement il restoit dans le cœur un peu de fer doux qu'il étoit facile de distinguer à la cassure. Enfin la portion où s'étoit fait l'étranglement étoit de l'acier excellent, sur-tout au milieu de sa longueur, mais elle participoit, à ses extrémités, des qualités des parties voisines; par le haut il restoit un peu de fer doux dans le cœur, & par le bas elle se gerçoit un peu sur les arêtes.

Cette première expérience remplissoit parfaitement les vues dans lesquelles nous l'avions tentée, en faisant voir, 1.° que les changemens qu'éprouve le fer doux en se convertissant en acier, sont uniquement dûs à l'action du charbon, & non à celle d'aucune substance gazeuse que la chaleur pourroit en dégager; 2.° que ces changemens ne sont pas de la nature de la calcination, c'est-à-dire, que pour se convertir en acier, le fer n'absorbe pas d'air déphlogistiqué, puisqu'il n'y avoit aucune matière qui pût en fournir, & qu'il ne se rapproche pas de l'état de fer coulé; 3.° que c'est la substance même du charbon, qui, en se combinant avec le métal, augmente son poids, change la couleur de sa cassure, occasionne la tache noire que font les acides à sa surface, lui donne de la fusibilité & le rend plus combustible à l'air libre. Elle nous montroit ensuite, 1.° que dans la cémentation, lorsqu'on outre-passe un certain degré de température, cette opération se fait d'une manière trop marquée, que le charbon se combine alors en trop grande quantité avec le fer, & que l'acier qui en résulte est trop acier; 2.° que lorsqu'on donne la température convenable, il faut la soutenir pendant un certain temps qui dépend de l'épaisseur des barres, afin que

le charbon ait le temps de se dissoudre pour ainsi dire, & de se combiner jusqu'au centre de la masse. Ce qui est conforme aux observations de M. de Réaumur, que nous avons rapportées (*pages 145 & suivantes*).

Il ne suffisoit pas d'avoir reconnu que le charbon seul pouvoit opérer la cémentation du fer ou la conversion de ce métal en acier, il falloit encore savoir si l'humidité apporteroit quelques changemens à cette opération: pour cela nous avons cémenté quelques barres du même fer avec du charbon dégazé & humecté ensuite avec de l'eau pure; & parce que nous étions presque certains que l'eau seroit convertie en vapeurs, & entièrement dissipée avant que le fer eût atteint la température nécessaire à la cémentation, pour cémenter d'autres barres, nous nous sommes servis de charbon humecté avec une dissolution d'alkali fixe qui devoit retenir l'eau plus long-temps. Les aciers que nous avons obtenus par toutes ces opérations, étoient de la même qualité que ceux que donnoit le charbon sec dans les mêmes circonstances: nous avons seulement remarqué que dans le cément imprégné d'alkali fixe, la cémentation étoit un peu moins avancée que dans les autres, ce qui s'accorde encore avec les expériences de M. de Réaumur.

Il résultoit au moins de-là que l'humidité dont le cément peut être imprégné, ne contribue pour rien à la cémentation du fer, ce qu'il étoit facile de prévoir d'après l'état de nos connoissances; car le charbon étant beaucoup plus combustible que le fer, & ayant la faculté de lui enlever la base de l'air déphlogistiqué, quand ce métal est combiné avec elle, il est certain que, lorsque le fer & le charbon sont placés ensemble dans les circonstances où ils peuvent l'un & l'autre décomposer l'eau pour s'emparer de la base de l'air déphlogistiqué, c'est le charbon & non le fer qui doit opérer cette décomposition. Ainsi, pour découvrir ce qui se passe dans la cémentation & l'espèce d'altération qu'éprouve le fer pour se convertir en acier, nous avons conclu qu'il falloit diriger toutes nos recherches vers l'action du charbon.

Il nous importoit d'abord de ſavoir quelle eſt l'augmentation de poids que prend le fer pour ſe convertir en acier de bonne qualité ; mais il étoit difficile de faire l'opération ſur des caiſſes un peu grandes, dans un fourneau ordinaire de laboratoire. Nous avons jugé plus convenable de profiter de la chaleur d'un four de fayencier, & de chercher par des tentatives préliminaires, la place que nos caiſſes devoient occuper dans le four, pour qu'eu égard à leur volume, la température ſoutenue pendant tout le temps de la cuiſſon de la poterie, fût capable de produire de l'acier tel que nous le deſirions.

Cet emplacement trouvé, nous avons chargé une caiſſe carrée de quatre barreaux de fer des forges royales de Guérigny, en employant pour cément du charbon pur. Après la cémentation, l'acier s'eſt trouvé de très-bonne qualité ; il ſe forgeoit très-bien ; il prenoit un très-beau grain à la trempe. Quant à l'augmentation de poids, la table ſuivante donne celle qui eut lieu pour les quatre barreaux d'une même caiſſe.

Numéros des Barres.	Poids des Barres avant la Cémentation.			Augment. des Poids.	Rapport de cette augment. au poids total.
	onces.	gros.	grains.	grains.	
1.	4.	7.	$38\frac{1}{8}$.	$15\frac{7}{8}$.	$\frac{1}{179}$.
2.	5.	3.	$2\frac{2}{8}$.	$18\frac{1}{8}$.	$\frac{1}{170}$.
3.	5.	2.	13	$17\frac{1}{4}$.	$\frac{1}{176}$.
4.	5.	1.	$50\frac{2}{8}$.	$16\frac{1}{8}$.	$\frac{1}{180}$.

Dans cette expérience, tous les barreaux avoient été tirés d'une même barre ; on les avoit enſuite blanchis à la lime ſur les quatre faces, afin d'enlever les parties de la ſurface, qui auroient pu avoir éprouvé à la forge un commencement de calcination, & qui, en ſe réduiſant par la cémentation, auroient pu donner de l'air déphlogiſtiqué,

& altérer l'exactitude des poids. Malgré ces précautions, on doit regarder ces résultats non comme les augmentations de poids absolus, mais comme les différences entre les augmentations de poids produites par l'absorbtion du charbon, & les pertes occasionnées par l'entière réduction du métal, c'est-à-dire, par le départ de la petite portion d'air déphlogistiqué, qui, comme nous le verrons dans la suite, se trouve toujours dans le fer même le plus doux.

En effet, dans une autre expérience, nous avons cémenté dans une même caisse quatre barreaux, dont l'un avoit été pris dans une barre de fer de Suède, & dont les trois autres provenoient de tôle de Suède, que l'on avoit forgée & convertie en barres. Les trois derniers barreaux contenoient, dans l'intérieur de leurs masses, les parties de fer qui avoient été exposées chaudes à l'air atmosphérique, & qui avoient éprouvé un commencement de calcination; & ces parties, en se réduisant pendant la cémentation, devoient abandonner plus d'air déphlogistiqué. Aussi, l'augmentation de poids qu'elles ont reçue, est moindre que celle du premier barreau, comme on le voit dans la table suivante.

Espèce de Barreaux.	Poids des Barreaux avant la Cémentation.			Augment. du Poids.	Rapport de cette augment. au poids total.
	onces.	gros.	grains.	grains.	
Barreau de fer de Suède.	5.	6.	40.	22.	$\frac{1}{152}$.
Barreaux de fer de tôle. 1.	5.	0.	10 $\frac{1}{2}$.	15 $\frac{1}{2}$.	$\frac{1}{193}$.
2.	4.	7.	14 $\frac{3}{8}$.	15 $\frac{3}{8}$.	$\frac{1}{184}$.
3.	4.	7.	22 $\frac{1}{2}$.	15 $\frac{1}{2}$.	$\frac{1}{182}$.

Il étoit donc constaté que dans la cémentation le fer absorbe & dissout pour ainsi dire du charbon qui augmente son poids ; & par cela seul on auroit pu expliquer pourquoi, dans les expériences de M. Bergman, l'acier qui à poids égal contient un peu moins de matière métallique que le fer doux, donne moins d'air inflammable, & décompose moins d'eau que ce dernier métal pour se dissoudre dans les acides, si cette différence n'avoit pas été constamment trop grande.

Mais nous venons de voir que la quantité de métal qui se trouve de plus dans le fer doux, que dans l'acier à poids égal, est à-peu-près de $\frac{1}{180}$; & d'après les expériences de M. Bergman, la différence des produits en air inflammable que donnent le fer & l'acier provenant du même fer, est au moins de $\frac{1}{24}$, & quelquefois de $\frac{1}{16}$, & même de $\frac{1}{8}$. Il falloit donc avoir recours à quelqu'autre circonstance, qui eût échappé à la sagacité de ce chimiste, pour expliquer en même temps cette différence de produit, & les irrégularités qui se trouvent à cet égard dans les résultats de ses propres expériences.

D'abord, la mesure des volumes des fluides élastiques peut être considérablement altérée par les variations du poids de l'atmosphère, & par celles de la température du laboratoire, & M. Bergman n'ayant pas fait mention des précautions qu'il peut avoir prises pour éviter ces deux sources d'erreur, nous avons cru qu'il étoit nécessaire de répéter les dissolutions du fer & de l'acier dans l'acide vitriolique ; mais, parce que dans le grand nombre d'expériences que nous nous proposions de faire sur cet objet, nous n'étions pas assez maîtres des circonstances pour les rendre constantes, nous avons cru devoir, par des recherches préliminaires, nous assurer de la quantité dont l'air inflammable se dilate par les changemens de température, afin de réduire ensuite tous nos résultats à une pression d'atmosphère constante, & à une même température.

Pour cela, après avoir fait souffler à l'extrémité d'un tube

de verre bien calibré une boule à-peu-près de trois pouces de diamètre, & après avoir courbé le tube près de la boule, nous avons fait deux marques sur le tube; puis en pesant les quantités d'eau distillée, nécessaires pour remplir cette espèce de matras, d'abord jusqu'à l'une, & ensuite jusqu'à l'autre de ces marques, nous avons pu graduer le tube en millièmes de la capacité du matras.

Cela fait, nous avons rempli le matras du gaz dont nous voulions mesurer la dilatabilité; nous l'avons plongé dans l'eau d'un appareil hydropneumatique, de manière que l'extrémité du tube fût aussi plongée; & nous avons laissé échapper du gaz, jusqu'à ce que le matras ayant pris la température du bain, la surface de l'eau dans le tube fût au zéro de la division, & qu'en même temps le point de zéro fût au niveau de la surface du bain. Par-là nous avons eu un volume déterminé de gaz qui n'éprouvoit d'autre pression que celle de l'atmosphère, & dont la température étoit connue par un thermomètre actuellement plongé dans le bain. Ensuite tenant toujours l'extrémité du tube dans l'eau, nous avons plongé la boule dans un autre vase plein d'eau plus chaude, & que nous avons élevé de manière que le gaz ayant pris la nouvelle température, la surface de l'eau dans le tube fût encore au niveau de celle du premier appareil; ce qui nous a donné sur le tube la quantité dont le gaz se dilatoit sous la même pression, au moyen d'un accroissement de température indiqué par le thermomètre plongé dans le second bain. Enfin, divisant la dilatation totale par la différence des degrés de température des deux bains, nous avons trouvé de combien le gaz mis en expérience, se dilate par degrés d'accroissement de température.

En faisant cette expérience pour l'air atmosphérique & pour l'air inflammable dégagé par la dissolution du fer dans l'acide vitriolique, nous avons trouvé que sous une même pression, & par degré d'un thermomètre divisé en 80 parties depuis la glace fondante jusqu'à l'eau bouillante,

l'air atmoſphérique ſe dilate de $\frac{1}{184,83}$ de ſon volume, & que l'air inflammable ſe dilate de $\frac{1}{181,02}$.

D'après cela, nous avons été en état de corriger dans nos expériences, les erreurs introduites par les différences de températures; quant à celles qui proviennent des différences dans les poids de l'atmoſphère, nous les avons corrigées, d'après la loi que les fluides élaſtiques ſont tous ſenſiblement compreſſibles en raiſon inverſe des poids comprimans.

Le tableau ſuivant préſente les réſultats de nos expériences ſur les diſſolutions de différens fers; chacune d'elles a été faite ſur 100 grains de métal; les volumes de gaz inflammables ſont exprimés en onces meſures, c'eſt-à-dire, en volumes d'une once d'eau diſtillée. La première colonne préſente ces volumes, tels qu'ils ont été obſervés immédiatement, & dans la quatrième nous les avons réduits à la température de 12 degrés, & à la preſſion de 28 pouces de mercure.

TABLEAU

Des volumes d'air inflammable que dégagent les différens fers par leur diſſolution dans l'acide vitriolique affoibli.

QUALITÉS DES FERS.	ONCES mef. obſervées immédiatem.	HAUTEUR du Baromètre.	HAUT. du Thermom.	ONCES meſures réduites.
	onces.	pouc. lig.	degrés.	degrés.
1. Fonte griſe de Guérigny, en très-petits morceaux; diſſolution rapide....	69 $\frac{4}{5}$.	28. 4 $\frac{1}{2}$.	9 $\frac{3}{5}$.	71,67
2. La même fonte en un ſeul morceau; diſſolution lente..............	70 $\frac{1}{5}$.	28. 3	11	71,22
3. Le même volume, meſuré 8 jours après.	68	28. 3 $\frac{1}{4}$.	7 $\frac{1}{5}$.	70,58
4. La même fonte en trois morceaux...	70 $\frac{1}{2}$.	28. 3 $\frac{5}{6}$.	10 $\frac{4}{5}$.	71,74

Suite du Tableau des volumes d'air inflammable, &c.

QUALITÉS DES FERS.	ONCES, mes. observées immédiatem.	HAUTEUR du Baromètre.		HAUT. du Thermom.	ONCES, mesures. réduites.
	onces.	pouc.	lig.	degrés.	degrés.
5. Fer forgé, provenant de la fonte précédente	74 1/2.	28.	4 1/2.	10 1/5.	76,26
6. Acier provenant de ce fer, cémenté par nous-mêmes, en trois morceaux	71 2/3.	28.	3 3/4.	8 1/10.	74,07
7. Le même acier en très-petits morceaux.	72 1/3.	28.	3 5/6.	9 1/5.	74,12
8. Fer de Suède, très-malléable	79	27.	11	14	77,90
9. Acier provenant de ce fer, cémenté par nous-mêmes	74	27.	11	14	72,96
10. Fonte très-grise des canons du fourneau de la Platinerie, pays de Liége	74 1/3.	27.	11 1/3.	9	75,41
11. Fer provenant de cette fonte, mais un peu rouillé	75 1/5.	28.	2 1/3.	14 4/5.	74,55
12. Fonte grise de Couvin, pays de Liége, dissolution rapide	68 2/3.	28.	1 1/2.	15 4/5.	67,51
13. Même fonte, dissolution lente	73 1/3.	28.	1 2/3.	16 2/5.	71,90
14. Fer forgé provenant de cette fonte	77	28.	1 1/2.	15 4/5.	75,72
15. Acier provenant de ce fer cémenté par nous-mêmes, & qui avoit une petite rose au centre	74 4/5.	28.	2 2/3.	14 4/5.	74,15
16. Fer forgé de Montcenis en Bourgogne, & qui contenoit de la plombagine	75 2/3.	28.	2 1/5.	14 1/5.	75,23
17. Fonte blanche de Huttenberg	60 1/3.	28.	5	13 4/5.	60,62
18. *Idem.* de Wolfsberg	60	28.	5	14	60,20
19. *Idem.* de Eisenertz	66	28.	5	13 4/5.	66,31
20. Fonte très-blanche, fournie par un marchand de fer qui ne savoit pas de quel fourneau elle venoit	59	28.	5	13 2/5.	59,48
21. Autre morceau, *idem*	60 1/2.	28.	3	12 4/5.	59,77

En comparant entr'eux les résultats que présente ce tableau, on voit :

1.° Que les fontes donnent toutes en général moins d'air inflammable par la dissolution dans l'acide vitriolique que le fer doux, ce qui indique qu'elles ne sont pas autant dépouillées que ce dernier métal de la base de l'air déphlogistiqué, c'est-à-dire, que leur réduction n'est pas aussi avancée que celle du fer forgé.

2.° Que les fontes blanches dégagent généralement moins d'air inflammable que les fontes grises : les premières, en effet, n'en donnent que depuis $59 \frac{1}{2}$ mesures jusqu'à $66 \frac{1}{3}$, tandis que les dernières en fournissent depuis $67 \frac{1}{2}$ jusqu'à $75 \frac{1}{2}$; ce qui prouve que dans la fonte grise que l'on obtient en forçant les doses de charbon dans la charge du fourneau, & en augmentant le vent des soufflets, la réduction est plus avancée qu'elle ne l'est dans la fonte blanche, pour laquelle la température dans le fourneau a été moins élevée, & la quantité de charbon réducteur moins grande.

3.° Que les volumes d'air inflammable dégagé par les différens fers forgés, sont sujets à de moindres variations ; que cependant on observe entr'eux des inégalités assez grandes. Le fer de Suède, qui, de tous ceux que nous avons employés, étoit le plus malléable, le plus flexible & le mieux affiné, est aussi celui qui donne le plus d'air inflammable, qui par conséquent est le plus privé de la base de l'air déphlogistiqué, & dont enfin la réduction approche le plus d'être complète.

Mais on voit aussi dans le tableau précédent, que l'acier donne toujours moins de gaz inflammable que le fer forgé dont il a été formé par cémentation. Quoique la différence de ces produits soit moindre que celle qui a été observée par M. Bergman, ce qui vient principalement de ce que ce chimiste, dans la mesure des volumes des gaz, n'a pas tenu compte des changemens de température, ni des variations du poids de l'atmosphère; néanmoins cette différence, qui pour le fer de Suède est de $\frac{1}{14}$, & qui peut

varier

varier ſuivant le degré de l'affinage du fer, & ſuivant celui de la cémentation de l'acier, étoit encore trop grande pour qu'elle pût être entièrement attribuée à l'excès de matière métallique qui ſe trouve dans le fer, puiſque, d'après nos propres expériences, cet excès n'eſt pour le fer de Suède que de $\frac{1}{152}$. Ainſi, pour connoître parfaitement l'eſpèce d'altération que le fer forgé éprouve pour ſe convertir en acier, il reſtoit à découvrir pourquoi la différence entre les volumes d'air inflammable que donnent le fer & l'acier, peut être dix fois plus grande que la différence entre les poids de matière métallique que contiennent ces deux ſubſtances.

En diſſolvant les différens fers dans les acides, M. Bergman avoit trouvé que la fonte & l'acier donnoient un réſidu noir aſſez abondant, de la nature de la plombagine; & que dans le cas du fer doux, ce réſidu étoit beaucoup moindre & preſque nul. Il étoit bien probable que cette poudre noire qui ſe trouve dans l'acier & qu'on ne rencontre pas dans le fer forgé, n'étoit autre choſe que le charbon qui avoit été abſorbé par le fer dans la cémentation, & qui, n'étant pas ſoluble dans les acides, devoit reſter après la diſſolution. Nous avons eu auſſi de ſemblables réſidus dans les diſſolutions de la fonte & de l'acier: cette poudre étoit très-abondante vers le milieu de la diſſolution; alors elle ſurnageoit & donnoit lieu à une eſpèce de mouſſe noire; mais parce que nos diſſolutions étoient faites à chaud, à meſure qu'elles continuoient, la matière noire diminuoit de quantité, pour diſparoître enfin complétement, avant que les dernières parcelles du métal fuſſent entièrement diſſoutes. Nous nous ſommes enſuite aſſurés par des expériences directes, que cette matière eſt inſoluble dans l'acide vitriolique, même en ébullition; il falloit donc qu'elle ſe fût diſſoute dans l'air inflammable.

M. Berthollet avoit déjà fait voir que le charbon étoit diſſoluble dans ce fluide élaſtique; nous ſoupçonnames dès-lors que par cette diſſolution, l'air inflammable ſe contractoit & diminuoit de volume, & que c'étoit vraiſemblablement

à cause de cette contraction, que l'air inflammable qu'on retire de la dissolution du fer dans l'acide vitriolique, est toujours près de deux fois moins léger que celui qu'on obtient directement par la décomposition de l'eau. Ce soupçon a été vérifié par les expériences que M. Berthollet avoit faites en particulier, & dont il avoit rendu compte à l'Académie. Il avoit fait voir, 1.° que l'air inflammable qui a été à portée de dissoudre du charbon, & dont la pesanteur spécifique est plus grande, exige beaucoup plus d'air déphlogistiqué pour sa combustion, que s'il étoit pur; 2.° qu'en estimant le volume de la portion de l'air déphlogistiqué, employé à la combustion de la matière charbonneuse, par le volume de l'air fixe qui résulte de cette combustion, le reste de l'air déphlogistiqué devoit être regardé comme employé à la combustion de l'air inflammable; & c'est en estimant par ce reste le volume qu'auroit eu l'air inflammable, s'il avoit été pur, que nous avons trouvé ce volume beaucoup plus grand que celui de l'air inflammable employé.

Ainsi lorsque l'air inflammable dissout du charbon, ce qui augmente son poids total de tout le charbon dissous, sa pesanteur spécifique augmente pour deux causes, 1.° à cause que la masse augmente; 2.° à cause que son volume devient moindre.

Nous sommes donc en état actuellement d'expliquer pourquoi l'acier, à poids égal, donne un volume moindre d'air inflammable que le fer doux, par sa dissolution dans l'acide vitriolique. 1.° Puisqu'il contient du charbon qui n'est pas dans le fer, il s'ensuit qu'à poids égal, il contient moins de matière métallique; il doit donc décomposer moins d'eau pour se calciner au point nécessaire à la dissolution, & par-là donner moins d'air inflammable. 2.° L'air inflammable qu'il produit se trouve en contact avec plus de charbon que celui qui résulte de la dissolution du fer, il dissout davantage de cette substance combustible, & par-là son volume diminue en même temps que sa masse augmente.

D'après cela, nous croyons pouvoir conclure & par la synthèse & par l'analyse; que l'acier de cémentation ne diffère du fer doux dont il provient, que par le charbon que ce dernier métal absorbe pendant la cémentation; car 1.° lorsque le cément est du charbon pur, & que le fer ne peut absorber d'autres substances que du charbon, ce métal se convertit en acier d'excellente qualité: 2.° les analyses du fer & de l'acier ne diffèrent entr'elles que par une poudre noire qu'on retire du second & qu'on ne rencontre pas dans le premier, du moins en quantité aussi abondante; & cette poudre noire, lorsqu'elle est entièrement dépouillée de fer, n'est que du charbon, puisqu'elle est dissoluble comme le charbon dans l'air inflammable, & que le résultat de cette dissolution produit de l'air fixe par sa combustion *(a)*.

Il résulte de-là que ce n'est pas par les volumes de gaz inflammable que le fer & l'acier dégagent quand on les dissout dans l'acide vitriolique affoibli, qu'il faut juger des quantités d'air déphlogistiqué que l'un & l'autre de ces métaux absorbent pour se dissoudre, ni par le poids des résidus noirs qui restent au fond des dissolutions, qu'il faut juger de la quantité de matière charbonneuse que le métal renfermoit; 1.° parce que le résidu charbonneux est diminué de tout celui qui s'est combiné avec l'air inflammable; 2.° parce que le volume du gaz inflammable a été contracté par le charbon qu'il a dissous; en sorte que le fer contient plus de charbon, & absorbe plus de gaz déphlogistiqué pour se dissoudre, qu'on ne le concluroit immédiatement de nos expériences. Pour arriver à cet égard à des résultats exacts, il faudroit analyser les gaz inflammables dégagés par la dissolution des fers, c'est-à-dire, trouver d'abord par la combustion la quantité de charbon que chacun

(a) M. Rinman avoit observé que le gaz inflammable qui provient de la dissolution de l'acier, donne plus d'air fixe par sa combustion que celui qui résulte de la dissolution du fer doux.

d'eux tient en diſſolution, & enſuite rechercher le volume qu'il auroit occupé s'il avoit été pur.

Il n'eſt peut-être pas inutile d'obſerver ici en paſſant, que les recherches précédentes mettent à portée de rendre raiſon, du moins en partie, de la perte de poids que l'un de nous a éprouvée dans ſes expériences ſur la compoſition de l'eau; car le gaz inflammable qu'il a employé, ayant été dégagé par la diſſolution du fer dans l'acide vitriolique, ce gaz devoit contenir du charbon, & produire de l'air fixe par ſa combuſtion; cet air fixe extrait du récipient au travers de l'eau, a dû ſe combiner avec ce liquide, & occaſionner une perte de poids qu'il étoit alors impoſſible de ſoupçonner, & contre laquelle il n'a pas pu ſe mettre en garde.

Avant que d'aller plus loin, nous eſſayerons d'expliquer les principales différences qui ſe trouvent entre les propriétés du fer & celles de l'acier.

1.° Suivant les obſervations de M. Rinman, les acides tachent en noir la ſurface de l'acier, & ne produiſent pas le même effet ſur le fer doux, parce qu'en diſſolvant les parties métalliques de l'acier, ils laiſſent à découvert le charbon qu'ils ne peuvent pas diſſoudre.

2.° À meſure que l'on donne à l'acier des chaudes ſucceſſives, & qu'on le replie ſur lui-même en le forgeant, on altère ſes propriétés; & après un grand nombre de ſemblables opérations, on parvient à le réduire entièrement en fer doux, parce que le charbon qui eſt à la ſurface ſe brûle par ſon contact avec l'air atmoſphérique, & qu'à force de renouveler les ſurfaces, on finit par l'enlever preſque entièrement.

3.° Lorſqu'on chauffe fortement de l'acier, & qu'on le fait rougir à blanc, il brûle d'une manière qui n'eſt pas la même que celle du fer; il lance au loin des étincelles bruyantes qui ſe ſuccèdent perpétuellement & qui ſe diviſent en l'air, parce qu'alors le charbon qui entre dans ſa compoſition, brûlant avec rapidité, produit des

petites bouffées subites d'air fixe, & donne lieu à de petites explosions; ces explosions détachent de la surface du barreau des molécules d'acier qui brûlent en l'air & qui se divisent par la même raison.

Après ce qui précède, il seroit presque inutile de faire observer que l'acier trop cémenté, qui n'a acquis cette qualité qu'en touchant du charbon par une plus haute température, dont l'augmentation de poids par la cémentation a été plus grande, sur la surface duquel les acides laissent une tache plus noire, qui, en se dissolvant dans les acides vitriolique & marin, laisse un plus grand résidu de matière noire & insoluble, qui est plus fusible, qui se brûle plus facilement à l'air libre, & qui en se brûlant envoie des étincelles plus nombreuses, &c. n'est autre chose que du fer qui par la cémentation a absorbé une dose de charbon plus grande que celle qu'il doit avoir pour être encore susceptible de se souder à chaud, & de souffrir le marteau sans se disperser en fragmens.

Jusque-là nous n'avions encore trouvé que la théorie de la cémentation, nous ne connoissions pas encore les causes de toutes les variétés que l'on observe dans les fontes. À la vérité nous savions déjà que, non-seulement les fontes blanches, mais encore les fontes grises peuvent différer entr'elles par le degré auquel est portée la réduction du métal, puisqu'elles dégagent des quantités différentes de gaz inflammable lorsqu'on les dissout dans les acides; mais il nous restoit à découvrir les causes d'un assez grand nombre de propriétés par lesquelles les fontes grises diffèrent des fontes blanches, & principalement celle de la différence des couleurs que ces deux espèces de substances présentent à leurs cassures.

Or, nous avons déjà fait remarquer au commencement de ce Mémoire, l'analogie qui se trouve entre les propriétés de la fonte grise & celles de l'acier. La fonte grise est tachée en noir par les acides, elle laisse, comme l'acier, après sa dissolution dans les acides, un résidu noir,

quelquefois même plus abondant; elle brûle à l'air libre en jetant des étincelles; enfin elle est susceptible de la trempe. Cette analogie seule suffiroit pour faire conclure que dans cette substance, comme dans l'acier, le fer est combiné avec une certaine quantité de charbon, quelquefois même en plus grande dose que dans ce dernier métal; mais ce qui le prouve d'une manière incontestable, c'est la faculté qu'a la fonte grise de cémenter & de convertir en acier le fer doux qu'on y plonge lorsqu'elle est en fusion. Indépendamment de l'observation journalière que l'on fait de ce phénomène, dans les fourneaux où l'on coule de la fonte grise, nous avons eu nous-mêmes plusieurs fois l'occasion de le vérifier. Toutes les fois que nous faisions chauffer de la fonte à la forge, les tisonniers dont nous nous servions pour la ramener dans le feu se cémentoient dans les parties qui touchoient à la fonte, ils devenoient susceptibles de prendre la trempe, & ils présentoient, à la cassure, le grain de l'acier. Nous avons aussi fait à ce sujet une expérience directe.

Dans un creuset particulier, nous avons mis un barreau de fer doux de Guérigny, avec poids égal de fonte grise provenant de la même forge; nous avions recouvert le tout de verre pilé, qui, en se fondant, devoit mettre les deux métaux à l'abri du contact de l'air atmosphérique. Ce creuset fut exposé à l'action du feu d'un bon fourneau pendant cinq heures; après le refroidissement, nous trouvames que la fonte avoit été fondue, qu'elle étoit devenue plus blanche qu'auparavant & qu'elle avoit pris de la ductilité: quant au barreau de fer forgé, il avoit conservé sa forme, il n'avoit touché la fonte que dans quelques parties de trois de ses faces, & il ne s'étoit pas même soudé par-tout avec elle; mais par-tout où il avoit eu contact avec la fonte, il étoit devenu acier de bonne qualité, tandis que les parties éloignées du contact n'étoient encore que du fer doux.

Il résulte de-là que dans la fonte grise, qui peut être

considérée comme un assez bon cément, & qui a la faculté de transmettre du charbon au fer doux, pour le convertir en acier, le métal est uni à une assez forte dose de charbon qu'elle a prise dans le haut fourneau. Lorsque la fonte est liquide & suffisamment chaude, ce charbon y est dans un véritable état de dissolution, puisqu'il se trouve distribué d'une manière sensiblement uniforme dans toute la masse, malgré la différence des pesanteurs spécifiques des deux substances; & sur-tout puisqu'il se porte sur le fer doux qu'on lui présente, de même que le sel dissous dans l'eau, se partage à l'eau nouvelle qu'on ajoute à la dissolution. Les fontes qu'on appelle *truitées*, dont la cassure n'est pas d'une couleur uniforme, & qui sont composées de fonte blanche & de fonte plus ou moins grise, sont dans cet état, parce que leur réduction dans le fourneau ne s'est pas faite par-tout de la même manière, & parce qu'elles n'ont pas été tenues assez fluides ou assez long-temps en fusion, pour que la dissolution du charbon ait pu devenir uniforme.

Il y a donc deux causes principales de variétés dans les fontes; la première est la quantité de gaz déphlogistiqué qui reste unie au métal, & qui dépend du degré auquel la réduction a été portée dans le fourneau: moins il reste d'air déphlogistiqué, plus la fonte approche de la nature du fer doux; c'est la base du gaz déphlogistiqué qui rend la fonte blanche fusible, qui lui donne de la fragilité, & qui lui communique la dureté en vertu de laquelle elle est intraitable à l'outil. La seconde cause de variétés est la quantité de charbon que la fonte a pu absorber dans le haut fourneau. C'est le charbon combiné avec le fer dans la fonte grise & dans la fonte noire, qui leur donne leurs couleurs, c'est lui qui, à degrés égaux de réduction, les rend généralement plus fusibles que les fontes blanches; c'est lui qui forme le résidu noir qu'elles laissent au fond de leurs dissolutions dans les acides; enfin c'est lui qui leur donne les caractères principaux de l'acier.

On pourroit objecter que le charbon contenu dans la fonte, ayant la faculté de contracter le gaz inflammable dans lequel il se dissout, il seroit possible d'expliquer par cela seul la différence que l'on observe entre les volumes de gaz inflammable dégagé par la fonte & par le fer dans leurs dissolutions, sans avoir recours à un défaut de réduction; en sorte que la fonte ne contiendroit pas essentiellement de l'air déphlogistiqué, & ne seroit autre chose que de l'acier dont la supercémentation auroit été poussée plus ou moins loin. Nous conviendrons, & nous l'avons déjà dit, que cette observation est une raison de croire que la quantité de gaz déphlogistiqué qui se trouve encore dans la fonte grise, n'est pas tout-à-fait aussi grande qu'on pourroit le conclure d'après la différence des produits en gaz inflammable; mais si l'on remarque que les fontes les plus blanches, qui ne contiennent pas sensiblement de matières charbonneuses, & qui ne laissent aucun résidu noir dans les dissolutions, sont précisément celles qui dégagent le moins de gaz inflammable, on sera forcé d'admettre que les fontes blanches au moins contiennent déjà de l'air déphlogistiqué, en vertu duquel il n'est pas nécessaire qu'elles décomposent autant d'eau, & qu'elles dégagent autant de gaz inflammable pour être rendues solubles dans les acides.

Quant à la fonte grise, on sait que lorsqu'on la tient en fusion pendant long-temps à une très-haute température, à l'abri du contact de l'air atmosphérique, & de toutes matières qui, en fournissant de l'air déphlogistiqué, pourroient donner lieu à la combustion du charbon qui la rend grise, elle perd quelques-unes des propriétés dont elle jouissoit auparavant; elle devient alors moins aciéreuse, sa cassure devient plus blanche, elle prend de la ductilité, & elle approche davantage de la nature du fer forgé, qui est infusible à de semblables températures; tandis que l'acier de cémentation qui contient pareillement du charbon, peut soutenir les plus hautes températures, à l'abri du contact de l'air atmosphérique, sans éprouver d'altération sensible.

La

La fonte grise perd donc dans cette opération, le charbon qu'elle étoit auparavant en état de transmettre au fer doux: actuellement, comment le charbon qui est inaltérable au plus grand feu, pourroit-il disparoître, sur-tout étant déjà combiné avec le fer, s'il ne rencontroit dans la fonte grise un reste d'air déphlogistiqué capable d'opérer sa combustion?

Ainsi, la fonte est un métal dont la réduction plus ou moins avancée, n'est pas portée assez loin pour que le fer ait de la ductilité; elle peut en outre ou contenir une quantité plus ou moins grande de charbon qu'elle peut avoir absorbé dans le haut fourneau, ou être presque entièrement privée de cette substance: par conséquent l'acier de cémentation qui est toujours au contraire dans un état de réduction complète, & qui d'ailleurs contient essentiellement du charbon, n'est pas, comme on l'a cru jusqu'ici, un état du fer, moyen entre la fonte & le fer affiné.

Enfin le fer parfaitement doux, s'il en existoit de cette espèce, seroit un métal pur, entièrement dépouillé & de la base du gaz déphlogistiqué avec laquelle il étoit combiné dans la mine ou dans la fonte, & du charbon qu'il auroit absorbé dans le fourneau pendant la réduction: mais les opérations principales de l'affinage, qui ont toutes pour but de le purger de ces deux substances étrangères, ne sont pas susceptibles d'une assez grande précision pour que cette dépuration puisse s'exécuter d'une manière complète; & les meilleurs fers de Suède contiennent toujours des quantités, très-petites à la vérité, d'air déphlogistiqué & de charbon. En effet, le fer de Suède le mieux affiné contient encore du charbon, car il laisse toujours un léger résidu noir au fond de sa dissolution dans les acides; & il contient de l'air déphlogistiqué, puisque si on le cémente avec du charbon pour le convertir en acier, l'acier poule, qui est le produit immédiat de la cémentation, est toujours boursouflé & percé de bulles concaves plus ou moins grandes, au point que pour l'employer ensuite à quelqu'usage que ce soit, il faut commencer par le forger, l'écrouir au marteau,

rapprocher & souder ensemble les parties du métal qu'une effervescence avoit séparées. Cette effervescence est évidemment l'effet du dégagement de l'air fixe formé par la combinaison du charbon du cément avec le peu d'air déphlogistiqué que retient encore le fer affiné.

Explication des procédés que l'on suit dans les Forges pour faire passer le Fer par ses différens états métalliques.

De la Fusion de la Mine.

POUR charger un fourneau, on y jette en même temps par l'ouverture supérieure, des volumes déterminés de mine, de fondant & de charbon; puis, en vertu de la combustion qui a lieu au foyer, la surface de la charge s'abaisse dans le fourneau; & lorsqu'il y a place pour recevoir une nouvelle charge, on répète l'opération. Les doses des trois substances qui composent pour l'ordinaire une charge, varient, 1.° selon la nature de la mine, 2.° selon l'état du fourneau, 3.° selon les qualités qu'on se propose de donner à la fonte. L'objet principal du fondant est de concourir à la fusion de la gangue, & de faciliter l'accès du charbon à la chaux métallique qu'elle renferme: lorsque la gangue est siliceuse ou argileuse, le fondant est ordinairement de la terre calcaire, & alors on lui donne le nom de *castine*, du mot allemand *calkstein*, qui signifie *pierre à chaux*. Quand la gangue est calcaire, on emploie pour fondant de l'argile, & on lui donne le nom d'*arbue*. Enfin il y a quelques mines pour lesquelles on n'emploie aucun fondant, parce que leurs gangues étant composées de différentes terres, elles sont fusibles sans addition.

L'emploi du charbon dans les fourneaux a deux objets distincts: le premier est d'exciter par sa combustion une température assez élevée pour procurer la fusion de la

gangue ; le second est de commencer la réduction de la chaux métallique, en lui enlevant une partie plus ou moins grande de l'air déphlogistiqué qui entre dans sa composition ; & selon que le charbon se partage d'une manière différente pour remplir ces deux objets, la fonte change de nature. Par exemple, lorsqu'un fourneau produit de la fonte blanche dont la réduction est assez avancée, & dont l'affinage est par conséquent facile, si, sans changer la dose de charbon dans la charge, on augmente le vent à la tuyère, soit en donnant une plus grande ouverture à la buse, soit en accélérant le jeu des soufflets, on élève la température du foyer, parce qu'on donne lieu à la combustion d'une plus grande quantité de charbon, & il reste moins de charbon libre qui puisse servir à la réduction de la chaux. Les coulées doivent donc devenir plus abondantes, puisque les charges descendent plus vîte ; mais la fonte doit être moins réduite, & son affinage qui consiste dans le complément de la réduction, doit être rendu plus difficile : ainsi en changeant le vent à la tuyère, il faut changer la dose de charbon dans la charge.

Si en même temps qu'on donne plus de vent à la tuyère, on augmente en plus grande proportion la dose de charbon dans la charge, non-seulement on pousse plus loin la réduction métallique, à cause de la plus grande quantité de charbon libre qu'on a introduite ; mais encore l'affinité du fer pour le charbon étant augmentée par l'accroissement de la température, le métal se combine avec ce combustible, il en entraîne avec lui dans le bain du creuset, & la fonte qui en résulte est grise.

Quoique cette fonte soit en général mieux réduite que les fontes blanches, cependant son affinage est beaucoup plus difficile que celui de ces dernières, parce qu'alors l'opération ne consiste pas seulement à achever la réduction, il faut encore brûler & dissiper tout le charbon combiné avec la fonte, ce qui exige qu'à l'affinerie la fonte soit souvent ramenée au vent des soufflets, & que les surfaces du contact de l'air avec le métal soient perpétuellement

renouvelées. Auſſi les maîtres de forges coulent toujours en fonte blanche le fer deſtiné à l'affinage, & ils ne coulent en fonte griſe que les pièces qui, comme les canons de la marine & les tuyaux de conduite, doivent avoir un peu de ſoupleſſe, & qui doivent être enſuite réparées à l'outil.

On voit donc pourquoi l'on eſt maître de faire à volonté, avec la même mine, ou de la fonte blanche ou de la fonte griſe, en variant ſeulement la quantité de charbon dans les charges & le vent des ſoufflets. Cependant, ces deux circonſtances ne ſont pas les ſeules auxquelles il faille avoir égard lorſqu'on veut obtenir de la fonte griſe; car la combinaiſon du fer avec le charbon exige un certain temps, les mines très-fuſibles qui coulent très-promptement dans le creuſet de l'affinerie, ſont très-peu de temps en contact avec les charbons, & ſont en général moins propres à produire de la fonte griſe que les mines plus réfractaires.

On concevra peut-être difficilement que la réduction des chaux métalliques ſe faiſant au moyen du contact des charbons qui leur enlèvent la baſe de l'air déphlogiſtiqué, la fonte griſe puiſſe contenir du charbon, & cependant n'être pas un métal complètement réduit. On pourroit croire que la réduction ne peut être incomplète que quand la quantité de charbon n'eſt pas ſuffiſante, & qu'il ne peut reſter de charbon libre de ſe combiner avec le fer, que quand il n'y a plus de réduction à opérer. Mais il faut obſerver que, ſurtout dans les circonſtances où la fonte eſt griſe, la température du foyer du fourneau au niveau de la tuyère, eſt beaucoup plus élevée que n'eſt celle du bain métallique qui eſt au fond du creuſet. Cette température ſeroit capable d'opérer la réduction complète du métal, & même de donner lieu à une cémentation outrée, ſi la fonte y étoit expoſée pendant un temps ſuffiſant; mais les gouttes qui réſultent de la fuſion de la mine ne l'éprouvent que pendant l'inſtant qu'elles paſſent devant la tuyère, & cet inſtant eſt aſſez court: il n'y a donc que la ſurface de ces gouttes qui puiſſe ſe réduire & abſorber du charbon; dans l'intérieur

la réduction est beaucoup moins avancée, & il n'y a point de charbon combiné. Lorsqu'ensuite ces gouttes tombent dans le bain qui est sous le laitier, & dont la température est plus basse, elles abandonnent d'abord le charbon absorbé, dont la plus grande partie reste disséminée dans le métal; puis par une espèce de communication, la réduction se distribue dans toute la masse d'une manière sensiblement uniforme, sans faire de nouveaux progrès, parce que le charbon abandonné n'est pas du charbon pur; c'est, comme nous le verrons plus tard, de la plombagine dont la combustion est plus difficile, & qui ne peut opérer la réduction métallique que par une température plus élevée que celle du bain. Au reste, l'existence du charbon dans la fonte grise est démontrée par les faits, & nous n'avons pour objet dans cette explication, que de faire concevoir comment il peut y être.

M. Bergman a fait sur la fonte quelques expériences dont les résultats ont paru extraordinaires, & qui sont une suite naturelle de notre théorie. Par exemple, ce chimiste, après avoir cémenté 200 liv. de fonte grise de Hallesfort avec de l'hématite noire, & une autre fois avec de la chaux de fer précipitée du vitriol, & rougie ensuite dans un creuset, a obtenu deux régules ductiles avec augmentation de poids; dans le premier cas, le régule pesoit 201 ½ liv. & dans le second 206 liv. (*Voyez exp. 90, 91*). On voit que cette fonte contenoit assez de charbon d'abord pour achever la réduction du métal, & ensuite pour réduire une partie de la chaux martiale qui lui servoit de cément. Le produit de cette dernière réduction est la cause de l'excès du poids du régule sur celui de la fonte employée.

Dans une autre expérience, 200 liv. de fonte de Leufstad refondues sans addition dans un creuset, & poussées à un très-grand feu, n'ont donné que 196 liv. de régule, & ce régule étoit de l'acier d'excellente qualité, que les acides tachoient en noir (*voyez exp. 97.*). On voit qu'une partie du charbon qui étoit dans la fonte, a été employée

à compléter la réduction, & que l'autre n'ayant pu être abſorbée par aucune ſubſtance environnante, eſt reſtée combinée avec le métal, & lui a donné les caractères de l'acier. Quant à la diminution de poids qu'on obſerve dans cette expérience, elle provient du dégagement de l'air fixe formé par la combinaiſon d'une partie du charbon avec la baſe de l'air déphlogiſtiqué que retenoit encore le métal dans l'état de fonte.

D'après cela il eſt facile d'expliquer pourquoi dans les fourneaux de reverbère, quand on refond de vieilles pièces de fonte griſe, dont la ſurface a été ou calcinée par le feu, ou rouillée à l'air libre, le métal ſe fond dans l'intérieur des pièces, coule dans le creuſet, & donne une fonte plus blanche, tandis que l'extérieur des pièces s'affine, prend l'état pâteux & reſte ſur l'autel du fourneau en gardant ſa forme; car dans l'intérieur une partie du charbon eſt employée à avancer la réduction du métal, ce qui blanchit la fonte; mais la réduction ne s'achève pas entièrement, parce que le métal coule ſur le champ dans le creuſet, & ne reſte pas aſſez long-temps expoſé à l'action de la chaleur; à la ſurface des pièces au contraire le métal reçoit un plus grand coup de feu, & ſubit d'abord une réduction plus avancée; enſuite par le contact de la chaux métallique, il perd le reſte du charbon qui le rendoit fuſible, & l'affinage eſt achevé. Le fer affiné qui reſte ainſi ſur l'autel, ſe nomme ordinairement *carcas*, & on peut le porter ſous le marteau pour le convertir en barres.

De l'affinage de la Fonte.

Lorſque la fonte eſt blanche, & qu'elle ne contient preſque point de matière charbonneuſe, l'affinage conſiſte ſimplement à enlever les dernières molecules d'air déphlogiſtiqué qui donnent au fer de la fuſibilité, & qui lui ôtent ſa flexibilité. On remplit cet objet en faiſant refondre la gueuſe à la forge de l'affinerie, où elle tombe

goutte à goutte dans le creuſet, & en agitant enſuite le bain de fonte pour renouveler ſouvent ſes contacts avec les charbons incandeſcens. Le charbon, en ſe combinant avec la baſe de l'air déphlogiſtiqué de la fonte, fait faire de nouveaux progrès à la réduction qui n'avoit été que commencée dans le fourneau; le fer ceſſe d'être fuſible à la température qu'il éprouve dans l'affinerie; il prend l'état pâteux, & il devient en état d'être tiré en barres ſous le marteau.

Si le ringard de fer forgé dont l'affineur ſe ſert pour agiter la fonte & la mettre en contact avec les charbons, reſte quelque temps plongé dans le creuſet, au ſortir du bain, la partie de cet inſtrument qui a été plongée, ſe trouve enveloppée d'un fourreau plus ou moins épais de fonte qui a pris nature; ce fourreau n'adhère pas au ringard, il peut en être détaché par des chocs, & il eſt ſuſceptible d'extenſion ſous le marteau. Le fer forgé, qui par les mêmes températures a plus d'affinité pour la baſe de l'air déphlogiſtiqué que n'en a la fonte, fait donc ici une partie de l'effet du charbon; la fonte, en partageant avec lui le reſte de l'air déphlogiſtiqué qu'elle retenoit, éprouve une aſſez grande réduction pour ceſſer d'être fuſible au feu de l'affinerie, & pour acquérir un certain degré de ductilité. On voit donc qu'il n'eſt pas néceſſaire que le fer ſoit parfaitement privé d'air déphlogiſtiqué pour être malléable, & que les fers forgés du commerce peuvent différer entre eux par l'état auquel eſt portée la réduction métallique; mais les expériences ſur les diſſolutions prouvent que le fer eſt, toutes choſes d'ailleurs égales, d'autant plus ductile, que la réduction approche plus d'être complète; & que la ſupériorité des fers de Suède vient de ce que dans l'affinage, la réduction du métal a été pouſſée plus loin.

Si l'on conſidère 1.° que les fers forgés contiennent toujours une quantité, très-petite à la vérité, mais plus ou moins grande d'air déphlogiſtiqué; 2.° que les fontes blanches en contiennent beaucoup davantage, & diffèrent

considérablement les unes des autres à cet égard; 3.° que l'éthiops martial obtenu par M.rs Lavoisier & Meusnier, en calcinant du fer au moyen de la vapeur d'eau, est évidemment un état du fer, moyen entre la fonte blanche & la chaux; 4.° que les chaux de fer elles-mêmes peuvent contenir plus ou moins d'air déphlogistiqué suivant les circonstances qui ont accompagné la calcination; on sera forcé de conclure que le fer est capable de se combiner avec la base de l'air déphlogistiqué en un nombre infini de proportions différentes : non pas que ce métal soit susceptible de plusieurs points de saturation pour cette substance; mais parce que dans chaque circonstance particulière, son affinité pour la base de l'air déphlogistiqué se met en équilibre avec les forces qui s'opposent à la combinaison. Or, les premières molécules d'air déphlogistiqué qui s'unissent au fer pour commencer la calcination, adhèrent davantage au métal que celles qui entrent plus tard dans la combinaison. Donc, lorsqu'il s'agit d'opérer la réduction du fer, plus cette réduction est avancée, plus il faut forcer les circonstances qui la favorisent; il faut donc alors élever la température, & employer pour réducteur une substance qui ait plus d'affinité pour l'air déphlogistiqué, c'est-à-dire, dont la combustion soit plus facile. Ce raisonnement explique & justifie l'usage constant où l'on est dans les forges de destiner le charbon de bois de chêne aux fourneaux, & de réserver pour les affineries les charbons de hêtre & d'autres bois blancs qui sont plus combustibles. Car tout le monde sait que le charbon de hêtre continue de brûler, & se réduit en cendres, dans des circonstances par lesquelles le charbon de chêne s'éteindroit; ainsi, lorsqu'on l'employe dans les affineries, il doit faire faire à la réduction des progrès plus rapides, & la porter plus loin que les charbons de bois durs.

Au contraire, le charbon de terre épuré, auquel on donne en Angleterre le nom de *coak*, est d'une combustion beaucoup plus difficile que le charbon de bois de chêne;

il

il s'éteint dans des circonstances par lesquelles celui-ci brûle encore très-bien ; il lui faut un air plus dense, ou un vent plus rapide. Aussi ce charbon qu'on employe avec succès dans les hauts fourneaux pour commencer la réduction de la mine, & donner de la fonte, n'est point propre à achever la réduction dans les affineries, & à produire du fer forgé : pour donner lieu à sa combustion rapide, il faut élever très-haut la température & forcer le vent des soufflets; & parce que ces circonstances sont précisément celles qui occasionnent la calcination du fer, lorsqu'on veut affiner au coak, loin d'avancer la réduction, on calcine presque autant de métal qu'on brûle de charbon. De-là vient la nécessité où se sont trouvés les Anglois qui n'employent point de charbon de bois dans leurs forges, d'abandonner les procédés d'affinage qu'on avoit toujours suivis dans les pays où le charbon de bois est à bas prix.

La température nécessaire pour faire prendre nature à la fonte blanche par le contact du charbon de bois, c'est-à-dire, pour la réduire au point d'être ductile & extensible sous le marteau, est plus basse que celle qui est capable de la faire entrer en fusion. En effet, dans certaines forges on ne suit pas pour l'affinage du fer le procédé que nous avons décrit; on commence par couler la fonte en plaques minces, ensuite on les stratifie avec du charbon de bois, & on en compose un fourneau que l'on recouvre de terre ou de laitier, à-peu-près comme ceux où l'on cuit le charbon. Ensuite on allume le fourneau par une cheminée que l'on a pratiquée au centre, & le feu se communique de proche en proche à tout le charbon de la masse, qui étant privé du contact de l'air atmosphérique, ne peut brûler qu'en enlevant à la fonte une partie de l'air déphlogistiqué qu'elle contient, & en avançant la réduction : au bout d'un certain temps, plus ou moins long suivant l'épaisseur des plaques, le métal est affiné, sans que les plaques qui ont conservé leur forme, soient entrées en fusion; c'est ce qu'on appelle *mazer*. Si l'on interrompt l'opération avant qu'elle soit

achevée, & qu'après avoir fait refroidir les plaques, on les casse, il est facile de distinguer à la cassure les parties de fer qui sont près de la surface de la plaque, & qui ont pris nature, de celles qui sont au centre de l'épaisseur, & qui présentent encore l'aspect de la fonte; les premières sont assez réduites pour être tirées en barres, tandis que la réduction des autres n'a pas reçu d'accroissement.

On sent que l'opération du *mazage*, telle que nous venons de la décrire, ne peut pas fournir immédiatement un fer très-affiné & très-ductile; il faudroit ensuite faire éprouver au fourneau un coup de feu plus grand & soutenu pendant quelque temps, pour donner lieu à une réduction plus complète, sans cependant atteindre la température propre à la cémentation, parce qu'alors on convertiroit le fer en acier. On remplit à peu-près ce but dans les forges où l'on maze, en portant les plaques mazées à une chaufferie pour les convertir en loupes; car elles y éprouvent une température beaucoup plus haute que celle du fourneau de mazage, & le contact des charbons porte leur réduction à un point suffisant pour l'usage.

Jusqu'ici nous n'avons parlé que de l'affinage de la fonte blanche. Pour la fonte grise, l'opération ne consiste pas seulement à dépouiller le fer de l'air déphlogistiqué qui pendant la fusion a résisté à l'action des charbons; il faut encore lui enlever le charbon même avec lequel il s'est combiné dans le haut fourneau; & cette seconde partie de l'affinage est en général beaucoup plus difficile que la première. Lorsque la fonte est peu grise, c'est-à-dire, lorsqu'elle contient peu de matière charbonneuse, on employe ordinairement deux moyens pour lui enlever cette substance étrangère: le premier est d'exciter une température plus haute en augmentant le vent des soufflets de l'affinerie, & d'opérer la combustion du charbon contenu dans la fonte, par l'air déphlogistiqué qu'elle retenoit; le second est de ramener la fonte perpétuellement au vent des soufflets, & d'occasionner par-là la combustion de la matière charbonneuse. Dans

certaines forges, on remplit ce dernier objet en introduisant dans le bain de l'affinerie le jet d'air des soufflets; ce jet en agitant la fonte, & en renouvelant perpétuellement son contact avec l'air atmosphérique, donne lieu à la combustion du charbon qui la rendoit grise.

Ces deux moyens sont très-foibles, & quoiqu'on ait coutume de les employer en même temps, l'affinage est toujours très-lent & très-dispendieux. En effet il est d'abord très-difficile d'élever assez la température du bain de l'affinerie, pour que l'air déphlogistiqué & le charbon qui sont contenus dans la fonte puissent se combiner & abandonner le métal; en second lieu, l'état dans lequel le charbon se trouve dans la fonte, & dont nous parlerons plus tard, le rend très-peu combustible, & en exposant la fonte au vent des soufflets, on calcine beaucoup de métal en même temps qu'on dissipe de la matière charbonneuse, ce qui entraîne une perte de matière.

Mais lorsque la fonte est très-grise, les difficultés dont nous venons de parler deviennent encore plus grandes, & l'on n'a aucun moyen certain de l'affiner avec bénéfice; car les pertes occasionnées par la calcination & par la dispersion du métal, la dépense du combustible, & la main-d'œuvre d'une opération qui n'a pour but que de ramener la fonte grise à l'état de fonte blanche, portent trop haut les frais de l'affinage.

Cependant, si l'on avoit une grande quantité de fonte très-grise, dont on n'eût d'autre emploi à faire que de la convertir en fer forgé, on pourroit suivre le procédé qui résulte des expériences 90 & 91 de M. Bergman, & que nous proposons néanmoins avec réserve, parce que nous n'avons pas encore eu occasion de l'exécuter en grand, & de comparer les dépenses qu'il entraîneroit avec les produits qu'on en obtiendroit. Ce seroit, après avoir coulé la fonte en plaques minces, de la cémenter avec de la chaux martiale ou avec de la mine lavée & pilée, & de donner au fourneau de cémentation un coup de feu très-

fort & soutenu assez long-temps ; par-là on acheveroit de réduire le métal aux dépens d'une partie de charbon qu'il renferme, & le reste du charbon seroit employé à réduire une partie du cément, en sorte que le résultat de l'opération seroit du fer parfaitement affiné, & dont le poids excéderoit celui de la fonte employée. A la vérité, les frais de cette cémentation seroient considérables, sur-tout, si le combustible n'étoit pas à bas prix; mais ils pourroient être compensés, 1.° parce que le poids du fer forgé égaleroit au moins celui de la fonte, tandis que dans les affineries les mieux montées, il faut 1390 liv. de fonte pour produire un mille de fer forgé; 2.° parce qu'on seroit dispensé du feu d'affinerie, & qu'on n'auroit plus besoin que d'un feu de chaufferie pour cingler les barres.

Au reste, le parti le plus avantageux que l'on pourroit tirer d'une grande quantité de fonte très-grise, ne seroit pas de la convertir en fer forgé, mais d'en faire de l'acier, en supposant néanmoins qu'elle ne contînt ni sydérite, ni métaux étrangers. Pour cela, d'après l'expérience 90 de M. Bergman, il faudroit l'exposer au feu de cémentation dans des caisses closes & sans cément; une partie du charbon contenu dans la fonte serviroit à compléter la réduction du métal; l'autre, en restant disséminée dans la masse, la convertiroit en acier, dont la qualité dépendroit ensuite de la dose de charbon dont la combustion n'auroit pas été opérée.

De la Cémentation du Fer doux.

Il nous reste peu de choses à dire de la cémentation, sur laquelle nous sommes entrés dans d'assez grands détails. Nous avons vu que le charbon étoit la seule substance, qui combinée en certaine dose avec le fer doux, eût la faculté de communiquer à ce métal la propriété de se durcir à la trempe; que pour que cette combinaison se fît au degré convenable, il falloit que le fer éprouvât dans

la cémentation une certaine température qui le mît en état d'abſorber une ſuffiſante quantité de charbon, & que cette température fût ſoutenue pendant un temps ſuffiſant, afin que la cémentation pût s'opérer juſqu'au centre des barres. Si l'on veut donc avoir de l'acier de cémentation, qui ſoit ſuſceptible de ſe forger commodément & de ſe ſouder, il eſt très-important d'atteindre la température par laquelle le fer pourra abſorber la quantité de charbon néceſſaire, & de ne pas l'outre-paſſer, parce qu'alors l'acier ſeroit trop cémenté & qu'il ne pourroit pas ſe forger.

Ce n'eſt pas que l'acier trop cémenté & rendu fuſible par une trop grande doſe de charbon, ne ſoit peut-être plus propre à pluſieurs d'objets, que l'acier ſuſceptible d'être forgé, car, par la fuſion, le charbon ſe diſtribue dans toute la maſſe d'une manière plus uniforme, & l'on n'eſt pas expoſé à trouver dans ſon intérieur des parties trop rapprochées de la nature du fer, & qui ne ſoient pas capables de prendre la trempe, ou qui la prennent moins bien.

L'uſage de cette matière a été reſtreint juſqu'à préſent, principalement 1.° parce qu'on ne pouvoit l'employer que pour des objets coulés & jetés en moule; 2.° parce que, étant fuſible, & n'étant pas en état d'être écrouie ſous le marteau, il eſt impoſſible par les moyens ordinaires de rapprocher les parties que l'effervеſcence de la cémentation avoit écartées, & de faire diſparoître les bulles & les chambres qui ſe trouvent ſouvent dans ſon intérieur. Mais ce qu'on ne peut pas faire par le choc, on pourroit vraiſemblablement l'exécuter par des preſſions telles que celles du balancier des monnoies; du moins il eſt bien probable que c'eſt par quelqu'opération analogue que l'on fabrique des outils d'acier, tels que des cylindres de laminoir dont la dureté après la trempe eſt très-grande & dont le grain eſt parfaitement uniforme dans toute la maſſe.

Au reſte, l'acier trop cémenté étant plus combuſtible à l'air libre que le fer, & même que l'acier ordinaire, ſi l'on

veut lui conserver ses propriétés, il faut, toutes les fois qu'on le chauffe où qu'on le fait fondre, le garantir exactement du contact de l'air atmosphérique, parce qu'alors son excès de charbon se consumeroit dans tous les contacts avec l'air, & que sa substance deviendroit moins uniforme.

Dans certaines forges, par exemple, dans celles de la Carinthie, on convertit à volonté la même fonte grise en fer doux ou en acier, & les procédés qu'on suit pour l'un & l'autre de ces deux objets, sont parfaitement d'accord avec la théorie que nous avons exposée. Dans les deux cas, on coule la fonte dans un grand creuset, puis en jetant de l'eau froide sur le métal en fusion, on en durcit la surface, & on enlève une première plaque mince; on refroidit de nouveau la surface du bain, pour enlever une seconde plaque, & en continuant l'opération, on parvient à convertir en plaques, la plus grande partie de la coulée. Cela fait, pour avoir de l'acier, on fait fondre ces plaques à l'affinerie où elles éprouvent un coup de feu violent & long-temps soutenu, & on les garantit du contact de l'air par une couche de laitier suffisamment épaisse. Pour avoir du fer doux, on commence par faire subir aux plaques un long grillage, & l'on a soin de renouveler l'air par le moyen de deux soufflets; & ensuite on porte à l'affinerie le résultat de l'opération, pour le traiter comme dans les forges ordinaires.

Ainsi, pour convertir en acier la fonte grise, il suffit de la chauffer fortement à l'abri du contact de l'air; par-là une portion du charbon qui étoit dans la fonte, est employée à achever la réduction, & l'autre portion qui reste combinée, donne au métal les qualités de l'acier. Dans la seconde opération, au contraire, le grillage à l'air libre consume le charbon qui est à la surface, & par communication une grande partie de celui qui est dans l'intérieur; & lorsqu'ensuite on porte à l'affinerie le résultat du grillage, le peu de charbon qui reste, suffit à la réduction, & le métal dépouillé d'air déphlogistiqué & de charbon, est du

fer doux. On sent qu'il est avantageux dans ces forges de convertir en plaques toute la fonte; car si l'on veut obtenir du fer, ces plaques se grillent plus facilement à cause de leur peu d'épaisseur, & si l'on veut faire de l'acier, elles sont plutôt fondues, & elles se noyent sous le laitier, avant que le vent du soufflet ait consumé beaucoup du charbon qu'elles contenoient.

Du Charbon considéré dans son état de combinaison avec le fer, & dans l'état où il est au sortir de cette combinaison.

Nous avons vu que le charbon a la faculté de se combiner avec le fer, & que le résultat de cette combinaison doit être regardé comme une véritable dissolution, parce que ces deux substances se distribuent uniformément dans l'intérieur de la masse, malgré la différence de leurs pesanteurs spécifiques, ce qui est le propre des dissolutions, & parce que la fonte & l'acier en fusion transmettent du charbon au fer doux qu'on y plonge. Cette affinité du charbon avec le fer est évidemment variable suivant les températures; car 1.° par les températures ordinaires, ces deux matières n'exercent aucune action l'une sur l'autre, & il faut qu'elles soient chauffées toutes deux jusqu'à un certain point, pour que la dissolution puisse avoir lieu; 2.° à mesure que l'on élève davantage la température, la dissolution devient plus abondante, ce qui est prouvé par l'excès de charbon que prend le fer quand la température est poussée trop loin dans la cémentation, & par celui que prend la fonte dans le haut fourneau, lorsqu'en employant trop de charbon dans la charge, on excite une trop haute température au foyer. Ainsi le fer est susceptible d'être saturé de charbon, & la quantité de cette dernière substance nécessaire à la saturation, varie selon la température.

Il suit de-là que si la fonte & l'acier fondu sont saturés de matière charbonneuse par une température beaucoup

plus haute que celle qui eſt néceſſaire à la fuſion & qu'on les laiſſe refroidir, le métal dont l'affinité pour le charbon diminue en même temps que la tempétature baiſſe, doit devenir ſuperſaturé & abandonner du charbon, & cette eſpèce de diſſolution doit ſe troubler; mais l'état du mélange doit être différent, ſelon le régime du refroidiſſement.

Si le refroidiſſement eſt conduit d'une manière très-lente, le métal doit s'épurer, parce que le charbon abandonné a le temps de s'élever à la ſurface. C'eſt à cette dépuration, comme nous allons le voir dans un moment, qu'il faut attribuer la plombagine que l'on trouve à la ſurface de la fonte griſe coulée en groſſe maſſe, & celle qui tapiſſe ordinairement les cuillères avec leſquelles on jette cette matière en moule; mais ſi le refroidiſſement eſt trop prompt, ce qui arrive le plus ordinairement, le charbon abandonné eſt ſurpris dans le métal avant qu'il ait pu s'en dégager, & il ſe trouve diſſéminé dans l'intérieur & non combiné.

Or les affinités de deux ſubſtances étant toujours réciproques, & le fer ayant la faculté de diſſoudre du charbon, le charbon doit être regardé à ſon tour comme capable de retenir du fer; de plus, toutes les fois qu'une précipitation ſe fait ſans intermède, la ſubſtance abandonnée eſt toujours ſaturée du diſſolvant; c'eſt ainſi que l'air abandonné par l'eau, en vertu d'une élévation de température ou d'une diminution de preſſion, eſt toujours ſaturée d'eau: donc le charbon qui avoit été tenu en diſſolution dans du fer coulé & qui a été abandonné en vertu d'un refroidiſſement, doit être ſaturé de fer; ce n'eſt plus du charbon pur, c'eſt de la plombagine, c'eſt-à-dire, c'eſt la même ſubſtance que celle dont on fait les crayons d'Angleterre.

En effet, la ſubſtance qui pendant le refroidiſſement s'élève à la ſurface de la fonte griſe, a tous les caractères extérieurs de la véritable plombagine; elle en a la couleur, elle eſt douce au toucher comme elle, elle laiſſe des traces ſur le papier, & elle ſe comporte au feu exactement comme

la

la plombagine. A la vérité, le plus souvent on la rencontre en petites lamelles très-minces comme du mica, & non en masses adhérentes & susceptibles d'être taillées en crayons, ce qui peut venir des circonstances de la précipitation, & principalement de la promptitude du refroidissement; mais aussi, quelquefois on la trouve en masses solides. Nous avons eu occasion d'observer, en Champagne, les démolitions d'un fourneau où l'on avoit coulé de la fonte grise de bonne qualité, & dont le fer avoit été converti en tôle; & nous avons trouvé quelques débris des pierres de l'ouvrage, auxquels adhéroient des morceaux massifs de plombagine de l'épaisseur de 6 ou 7 lignes & cristallisées d'une manière régulière : malheureusement, il ne nous a pas été possible de juger de la forme des cristaux, parce que ces morceaux n'avoient pas été ménagés pendant la démolition, & que les cristaux étoient fracturés.

D'ailleurs, toutes les analyses que M. Bergman a faites du résidu noir qui se trouve au fond des dissolutions de la fonte grise & de l'acier dans les acides, prouvent que ce résidu est absolument la même matière que la plombagine; & toutes celles que M.rs Scheele, Hielm & Pelletier ont faites sur la plombagine, prouvent que cette substance n'est autre chose que du charbon combiné avec une certaine quantité de fer: nous nous contenterons de rapporter ici les principales.

1.° La plombagine est inaltérable au plus grand feu dans les vaisseaux clos, & lorsqu'on la calcine sous la mouffle, elle perd les $\frac{9}{19}$ de son poids, & le résidu est une chaux martiale.

2.° Lorsqu'on la fait détoner avec le nitre, elle produit de l'air fixe, & elle donne un résidu ferrugineux.

3.° Lorsqu'on la distille avec du sel ammoniac, ce sel se sublime en fleurs martiales, c'est-à-dire, en fleurs de sel ammoniac chargé de fer.

4.° Nous avons fait digérer de l'acide marin très-pur ſur de la plombagine; pendant la digeſtion, il s'eſt dégagé un peu d'air inflammable, il s'eſt diſſout d'abord les $\frac{3}{100}$ de la matière employée, & la partie diſſoute étoit du fer que nous avons précipité en bleu de Pruſſe avec de l'eau de chaux Pruſſienne, préparée à la manière de M. de Fourcroy; puis, après avoir calciné le réſidu, nous l'avons expoſé de nouveau à l'action de l'acide marin, & nous avons encore obtenu du fer; enfin continuant ainſi à favoriſer la diſſolution du fer par la combuſtion du charbon, & à faciliter cette combuſtion par la diſſolution du métal, nous ſommes parvenus à extraire une quantité de fer aſſez grande, mais qu'il nous a été impoſſible de meſurer avec quelque exactitude. L'air inflammable qu'on obtient dans cette ſuite d'opérations, eſt produit par la diſſolution du fer dans l'acide, & prouve que le fer qui conſtitue la plombagine eſt dans l'état métallique.

Il ſuit d'abord de ces expériences, que la plombagine contient du fer; les ſuivantes prouvent enſuite qu'elle contient du charbon.

1.° La plombagine revivifie la litarge & l'acide arſenical, & dans ces deux opérations, il y a de l'air fixe produit.

2.° Diſtillée avec des ſels vitrioliques, elle produit du ſoufre.

3.° Avec de l'acide vitriolique ſeul, elle dégage du gaz acide ſulfureux.

4.° Avec de l'acide phoſphorique, elle donne du phoſphore.

5.° Avec les alkalis cauſtiques humides, elle les rend efferveſcens.

6.° Enfin avec le nitre ammoniacal, elle décompoſe l'acide, & enſuite l'alkali volatil dégagé fait efferveſcence avec les acides.

Nous avons répété & vérifié le plus grand nombre de ces expériences, & nous en avons fait une autre dont nous croyons devoir rendre compte.

Nous avons placé de la plombagine en poudre sur une petite soucoupe dans de l'air déphlogistiqué, contenu sous un appareil de *Priestley* par un bocal de verre renversé, & nous l'avons exposée au foyer de la lentille de Tchirnauhs, qui appartient à l'Académie. La plombagine s'y brûloit très-lentement, & la combustion donnoit lieu à de petites déflagrations qui dispersoient une partie de la matière. Sur la fin de l'expérience, & lorsque le fluide élastique contenu dans le bocal étoit devenu beaucoup moins propre à entretenir la combustion, la plombagine se convertissoit à la surface en petits globules, qui dès qu'ils se touchoient, se réunissoient, comme auroient fait deux pareilles masses de mercure. Nous sommes parvenus de cette manière à former des globules qui avoient plus d'une ligne de diamètre. Enfin, nous avons cessé l'opération, lorsque la combustion a refusé de continuer faute d'air déphlogistiqué. Huit jours après, nous avons trouvé que les $\frac{5}{6}$ du fluide élastique avoient été absorbés par l'eau de l'appareil; c'étoit l'air fixe qui résultoit de la combustion de la partie charbonneuse de la plombagine; l'autre $\frac{1}{6}$ étoit inflammable comme le gaz qui se dégage, lorsqu'on distille du charbon humide, cet air inflammable résultoit de la décomposition de l'eau que le fer & le charbon avoient opérée sur la fin, & lorsque l'air déphlogistiqué étoit trop épuisé pour entretenir leur combustion. Quant aux globules, nous avons trouvé qu'ils étoient beaucoup plus durs que la plombagine; leur surface étoit vitreuse, ils ne laissoient point de traces sur le papier, & ils n'étoient point attirables à l'aimant; par la digestion dans l'acide marin ils ont abandonné une grande quantité de fer, & ils ont laissé un résidu pareil à celui que donne ordinairement la fonte grise & l'acier dans la même circonstance. Ces globules n'étoient donc que le résidu ferrugineux qui avoit été

calciné, puis vitrifié par la chaleur du foyer, & qui avoit retenu une portion de la plombagine non brûlée avec laquelle il avoit été en contact.

Il résulte de toutes ces expériences que ce n'est pas par accident, comme l'ont cru quelques auteurs, que la plombagine dont on fait les crayons d'Angleterre, contient à peu-près $\frac{1}{10}$ de fer; sans ce métal, la plombagine ne seroit autre chose que de la matière charbonneuse pure, & l'on doit regarder cette substance comme du charbon saturé de fer; enfin, ce qui prouve que le fer y est dans un véritable état de combinaison, c'est que la plombagine, lorsqu'elle est pure, n'est pas attirable à l'aimant.

Nous croyons donc être en état de conclure, 1.° que la plombagine est une substance que nous pouvons composer, & qui, se composant en effet tous les jours dans les hauts fourneaux où l'on coule de la fonte grise, vient nager à la surface du métal en fusion lorsque ce métal en se refroidissant abandonne l'excès du charbon qu'il ne peut retenir en dissolution. Dans cette espèce de dépuration, le charbon entraîne tout le fer qu'il peut retenir à son tour, & la plombagine est formée *(b)*.

(b) Le fer n'est peut-être pas le seul métal avec lequel le charbon ait la faculté de se combiner en nature. L'un de nous (M. Berthollet) avoit déjà remarqué que lorsqu'on fait détoner plusieurs substances métalliques, on obtient un peu d'air fixe. M. de Lassone avoit aussi observé, 1.° que quand on calcine du zinc avec de l'alkali caustique, il se produit un peu d'air inflammable, & que l'alkali devient effervescent; 2.° que quand on fait dissoudre ce métal dans l'alkali-volatil aéré, il se dégage aussi de l'air inflammable, & que la dissolution laisse un résidu noir.

Ces résultats annoncent bien que le zinc peut contenir du charbon; mais nous avons voulu nous en assurer par nous-mêmes & répéter l'expérience de M. de Lassone.

Pour cela, nous avons fait dissoudre dans de l'alkali aéré deux onces de limaille de zinc qui nous ont produit 14 grains $\frac{1}{2}$ de résidu noirâtre; nous avons ensuite fait détoner le résidu avec du nitre, & nous en avons obtenu de l'air fixe; ce qui restoit dans la cornue, étant d'un vert jaunâtre & bordé d'un cercle violet à sa surface, contenoit de la manganèze; mais nous nous sommes assurés qu'il contenoit aussi

2.° que dans la fonte & l'acier refroidis, il y a vraisemblablement du charbon combiné; mais qu'il y en a aussi une grande quantité qui étant abandonnée par le refroidissement, est disséminée dans la masse, & non combinée. Ce n'est pas du charbon pur, c'est de la plombagine à laquelle la promptitude du refroidissement & l'état pâteux du métal n'a pas permis de se rassembler à la surface.

Ainsi, la fonte grise & l'acier, sur-tout celui qui est trop cémenté, ne peuvent pas être regardés comme des substances homogènes; ils sont l'un & l'autre le résultat de dissolutions qui se sont troublées par un premier refroidissement, & qui se sont durcies ensuite par un refroidissement plus grand.

L'adhérence qu'ont l'un pour l'autre, le fer & le charbon qui entrent dans la composition de la plombagine, empêche que cette substance ne soit aussi combustible que le charbon libre de toutes combinaisons. Elle exige une plus haute température pour brûler, & il faut pour la faire détoner une plus grande quantité de nitre que pour pareil poids de charbon; non, comme le pense M. Schéele, que la plombagine contienne plus de phlogistique que le charbon, mais parce que la combustion de cette substance étant très-difficile, les parties qui, dans la détonation, ne sont pas placées dans des circonstances très-favorables, ne se brûlent point. Aussi, d'après l'observation de M. Schéele lui-même, le fluide élastique dégagé par la détonation

du fer, par la dissolution dans l'acide marin, & par la précipitation en bleu de Prusse.

Ainsi, le zinc dont nous nous sommes servis, & qui paroissoit assez pur, contenoit une petite quantité de charbon, de manganèze & de fer.

Actuellement, il s'agiroit de savoir s'il est nécessaire que le charbon soit uni au fer, & sous la forme de plombagine, pour se combiner avec le zinc & avec quelques autres métaux; ou bien s'il peut se dissoudre dans ces substances sans l'intermède du fer : dans ce dernier cas, il seroit possible qu'en sortant de la combinaison, le charbon entraînât une certaine portion du métal, ce qui constitueroit autant de plombagines différentes, qu'il y auroit de métaux avec lesquels le charbon pourroit se combiner; mais l'expérience ne nous a pas encore mis à portée de vérifier cette conjecture.

de la plombagine, n'eſt pas de l'air fixe pur. il contient encore une grande quantité d'air déphlogiſtiqué qui n'a pas été employé.

RÉCAPITULATION.

Le fer coulé doit être regardé comme un régule dont la réduction eſt incomplète, c'eſt-à-dire, qui conſerve encore une portion de la baſe de l'air déphlogiſtiqué; 1.° parce que cette ſubſtance métallique, pour ſe diſſoudre dans les acides vitriolique & marin, dégage moins d'air inflammable, décompoſe moins d'eau, & abſorbe moins d'air déphlogiſtiqué que le fer doux pour le même objet, ce qui prouve qu'il contient déjà une portion de l'air déphlogiſtiqué, néceſſaire à la diſſolution; 2.° parce qu'en vertu de la température ſeule, la fonte, ſur-tout lorſqu'elle eſt griſe, s'affine & blanchit ſans addition & ſans le contact de l'air, ce qui ne pourroit avoir lieu, ſi elle ne contenoit de l'air déphlogiſtiqué, au moyen duquel s'opère la combuſtion du charbon qui la rend griſe.

De plus la fonte, ſur-tout lorſqu'elle eſt griſe ou noire, contient du charbon qu'elle a abſorbé en nature, ce qui eſt prouvé 1.° par la faculté qu'elle a de cémenter le fer doux & de lui tranſmettre aſſez de charbon pour le convertir en véritable acier; 2.° par le réſidu noir qu'on trouve toujours au fond des diſſolutions dans l'acide vitriolique, lorſque la diſſolution eſt faite à froid, réſidu qui, comme le charbon, ſe diſſout à chaud dans l'air inflammable & donne de l'air fixe par ſa combuſtion. C'eſt à la plus ou moins grande quantité de matière charbonneuſe que la fonte doit les différentes couleurs qu'elle préſente à ſa caſſure, & qu'on eſt maître de lui donner en variant les doſes de charbon dans la charge du fourneau.

L'acier de cémentation n'eſt autre choſe que du fer réduit le mieux qu'il eſt poſſible, & combiné d'ailleurs avec une certaine doſe de charbon en nature. L'exiſtence du

charbon dans l'acier nous paroît prouvée, 1.° par l'augmentation du poids du fer, lorsqu'on le cémente dans le charbon pur & dégazé ; 2.° par le résidu charbonneux que l'acier qui résulte de cette cémentation laisse au fond de la dissolution dans les acides, & qui comme celui de la fonte se dissout à chaud dans l'air inflammable, & donne ensuite de l'air fixe par sa combustion. Quant à la réduction métallique, ce qui prouve qu'elle est poussée plus loin dans l'acier de cémentation que dans le fer doux, ce sont les bulles qu'on observe dans l'acier poule, & qui ne peuvent venir que de l'air fixe formé par la combinaison du charbon avec l'air déphlogistiqué qui étoit encore dans le fer.

L'acier trop cémenté ne diffère du précédent que par une plus grande quantité de matière charbonneuse absorbée, ce qui est prouvé par une plus grande augmentation de poids dans la cémentation, par un plus grand résidu noir dans les dissolutions, & principalement parce qu'on ne donne au fer cette qualité qu'en forçant les circonstances qui favorisent la cémentation, telles que sont la température & la durée.

Le fer parfaitement doux seroit un régule dans le plus grand état de pureté; mais le fer le plus doux du commerce contient toujours 1.° un peu de charbon, ce qui est prouvé par un léger résidu noir dans les dissolutions; 2.° un peu d'air déphlogistiqué, qui, se dégageant pendant la cémentation, produit de l'air fixe, & forme les bulles qu'on rencontre toujours dans l'acier poule, provenant du fer même le plus doux : d'ailleurs, les variations qu'on observe dans les volumes de gaz inflammable produit par les dissolutions des différens fers forgés, prouvent que la réduction métallique n'y est pas toujours portée au même point.

Enfin le charbon, après avoir été tenu en dissolution par la fonte ou par l'acier dans l'état de fusion, & se trouvant abandonné par le métal au moment du refroidissement, sort de la combinaison en retenant tout le fer

qui peut lui rester uni. Ce charbon saturé de fer, est alors de la plombagine qui se sépare du métal, & qui, lorsque le refroidissement est lent, vient nager à la surface, où on peut la recueillir en nature; mais lorsque le refroidissement est rapide, & que l'état pâteux du métal s'oppose à cette dépuration, la plombagine abandonnée reste disséminée dans la masse, & lui communique les qualités aciereuses. Ainsi, dans l'état de refroidissement, l'acier doit être considéré comme le résultat d'une dissolution troublée; & le charbon qu'il contient ayant été d'abord tenu en dissolution, puis abandonné en vertu du refroidissement, n'est autre chose que de la plombagine très-divisée, éparse & non combinée.



SUITE

SUITE DE LA THÉORIE DE JUPITER ET DE SATURNE.

Par M. DE LA PLACE.

CE Mémoire étant une ſuite de celui que j'ai publié dans le volume précédent, je conſerverai l'ordre des articles. Dans la première ſection de ces recherches, j'ai donné la théorie analytique des perturbations de Jupiter & de Saturne; dans la ſeconde ſection, j'ai appliqué cette théorie aux mouvemens de Saturne, & j'en ai tiré des formules qui, comparées aux obſervations, les ont repréſentées avec la préciſion dont elles ſont ſuſceptibles. J'ai obſervé cependant dans l'*article XLVI*, que la théorie de Saturne renferme encore trois petites inégalités ſenſibles, dont la ſomme peut ſurpaſſer une minute, & auxquelles il ſera néceſſaire d'avoir égard, lorſque l'on aura des obſervations très-exactes & calculées avec rigueur. Il étoit à deſirer qu'un Aſtronome exercé dans ce genre de calculs, reprît toutes les oppoſitions de Jupiter & de Saturne, obſervées dans le dernier ſiècle & dans celui-ci, & qu'il les diſcutât de nouveau, en y appliquant les corrections dûes aux mouvemens des étoiles, & à leurs poſitions aujourd'hui mieux connues. M. de Lambre a bien voulu entreprendre cette diſcuſſion pénible & délicate; il l'a faite avec tout le ſoin qu'exige l'importance de ce travail, & je reconnois avec plaiſir, que ſi mes recherches ſont utiles aux Aſtronomes, c'eſt principalement à lui qu'elles devront cet avantage. De mon côté, j'ai déterminé les petites inégalités de Saturne, que j'avois d'abord négligées, & j'ai calculé avec préciſion celles de Jupiter. En comparant enſuite mes

formules à un grand nombre d'obſervations, M. de Lambre en a conclu les élémens elliptiques des orbites de ces deux planètes, & il a dreſſé ſur ces formules, des tables de leurs mouvemens. Ces tables ſont uniquement fondées ſur la loi de la peſanteur; je n'ai emprunté de l'obſervation, que ce qui eſt néceſſaire pour déterminer les conſtantes arbitraires introduites par l'intégration des équations différentielles. Je me ſuis aſtreint à cette condition, parce qu'un des objets les plus intéreſſans de l'Aſtronomie, eſt de conſtater de plus en plus l'accord de la théorie avec les obſervations, & de voir ſi des cauſes étrangères à notre ſyſtème ne viennent point en troubler les mouvemens. M. de Lambre a comparé ces tables à toutes les bonnes obſervations qu'il a pu raſſembler; il a trouvé le plus ſouvent l'erreur au-deſſous de trente ſecondes, & lorſqu'elle a ſurpaſſé quarante ſecondes, la diſcuſſion de l'obſervation a fait voir qu'on pouvoit lui en attribuer une partie; une plus grande préciſion entraîneroit des calculs immenſes.

Ces tables de Jupiter & de Saturne auront beſoin d'être retouchées dans la ſuite, à cauſe de quelques inégalités ſenſibles dépendantes des carrés des forces perturbatrices, & auxquelles je n'ai point eu égard; telle eſt, entre autres, une petite inégalité qui a pour argument, le double de celui de la grande inégalité de Saturne; ſon coéfficient eſt $+$ 30 ſecondes pour Saturne, & $-$ 13 ſecondes pour Jupiter. J'ai reconnu pareillement que les quantités de l'ordre des carrés des maſſes des deux planètes, produiſoient des variations ſenſibles dans leurs équations du centre & dans la poſition de leurs aphélies; mais j'ai cru pouvoir les omettre, parce que l'erreur qui en réſulte, eſt juſqu'à préſent inſenſible, & plus petite que l'incertitude qui reſte encore ſur la maſſe de Saturne & ſur le coéfficient de ſa grande inégalité. J'ai trouvé *(article XXXV)* ce coéfficient, de 48 minutes 44 ſecondes pour le milieu de ce ſiècle; mais comme je n'y ſuis parvenu que par approximation, en négligeant les cinquièmes puiſſances des excentricités, je

ne puis pas répondre, à une demi-minute près, de sa valeur. Au reste, il sera facile de déterminer par l'analyse de la première section, les inégalités sensibles qui dépendent des carrés & des produits des masses perturbatrices, lorsque les observations en auront fait sentir la nécessité.

M. de Lambre se propose de publier à la suite des nouvelles tables de Jupiter & de Saturne, la discussion des observations modernes de ces deux planètes; & leur comparaison avec ces tables; je me contente d'y renvoyer ceux qui desirent de voir jusqu'à quel point la théorie de Jupiter satisfait aux observations modernes; mais je la compare ici avec les observations anciennes, & je fais voir qu'elle les représente aussi exactement qu'on peut le desirer. Trente-deux oppositions modernes de Jupiter, comparées deux à deux, & respectivement éloignées de cinq, de dix & de quinze révolutions de cette planète, m'ont donné son moyen mouvement sidéral, égal à $30^d\ 19'\ 41'',5$, dans l'intervalle de trois cents soixante-cinq jours. L'observation de Jupiter, la plus ancienne & la meilleure que Ptolémée nous ait transmise, & qui se rapporte à l'an 240 avant notre ère, conduit exactement au même résultat. Le moyen mouvement de Jupiter est donc uniforme comme celui de Saturne, & les équations séculaires doivent être bannies de la théorie de ces deux planètes.

XLIX.

Addition à la Théorie de Saturne.

LES trois inégalités dont j'ai parlé dans l'*article XLVI*, dépendent des angles $3n't - nt + 3\epsilon' - \epsilon$, $2nt - 3n't + 2\epsilon - 3\epsilon'$, & $nt - n't + \epsilon - \epsilon'$. Je vais donner ici le calcul de ces inégalités; je commence par celle qui a pour argument l'angle $3n't - nt + 3\epsilon' - \epsilon$.

Pour cela, je reprends l'équation (10) de l'*article VII*, en y changeant les coordonnées de Jupiter dans celles de Saturne, & réciproquement; si l'on représente par $Q.\text{cos}.(3n't - nt + 3\epsilon' - \epsilon + A)$, un terme de R

& l'on trouve

$$a' N^{(0)} = \frac{3}{8a'} - \frac{17}{8} . b_{\frac{1}{2}}^{(1)} - \frac{5}{4} a . \frac{\partial b_{\frac{1}{2}}^{(1)}}{\partial a} - \frac{1}{8} . a^2 . \frac{\partial\partial b_{\frac{1}{2}}^{(1)}}{\partial a^2}$$

$$a' N^{(1)} = 5 b_{\frac{1}{2}}^{(2)} + \frac{5}{2} a . \frac{\partial b_{\frac{1}{2}}^{(2)}}{\partial a} + \frac{1}{4} a^2 . \frac{\partial\partial b_{\frac{1}{2}}^{(2)}}{\partial a^2}$$

$$a' N^{(2)} = - \frac{31}{8} . b_{\frac{1}{2}}^{(3)} - \frac{5}{4} a . \frac{\partial b_{\frac{1}{2}}^{(3)}}{\partial a} - \frac{1}{8} . a^2 . \frac{\partial\partial b_{\frac{1}{2}}^{(3)}}{\partial a^2}$$

$$a' N^{(3)} = - \frac{1}{8} . a . b_{\frac{1}{2}}^{(3)}.$$

On a ensuite généralement, Q étant une fonction homogène de a & de a', de la dimension -1;

$$a'^2 . \left(\frac{\partial Q}{\partial a'} \right) = - a' Q - a . \frac{\partial (a' Q)}{\partial a}.$$

Au moyen de ces équations & des valeurs de $b_{\frac{1}{2}}^{(1)}$, $b_{\frac{1}{2}}^{(2)}$, &c. & de leurs différences, données dans l'*art. XXX*, j'ai trouvé

$$a' N^{(0)} = - 1{,}161936,$$

$$a' N^{(1)} = 3{,}054469,$$

$$a' N^{(2)} = - 0{,}935400,$$

$$a'^2 . \left(\frac{\partial N^{(0)}}{\partial a'} \right) = - a' N^{(0)} + 5{,}376964,$$

$$a'^2 . \left(\frac{\partial N^{(1)}}{\partial a'} \right) = - a' N^{(1)} + 8{,}173767,$$

$$a'^2 . \left(\frac{\partial N^{(2)}}{\partial a'} \right) = - a' N^{(2)} + 3{,}421042;$$

en négligeant donc les termes multipliés par γ^2, & qui sont insensibles, on aura

$$\begin{aligned} m \delta v'_{,} = & - 14'',479 . \text{sin.}(3n't - nt + 3\epsilon' - \epsilon - 2\varpi') \\ & + 49'',057 . \text{sin.}(3n't - nt + 3\epsilon' - \epsilon - \varpi - \varpi') \\ & - 10'',685 . \text{sin.}(3n't - nt + 3\epsilon' - \epsilon - 2\varpi) \\ & - 5'',9 . \text{cos.}(3n't - nt + 3\epsilon' - \epsilon - \varpi' \\ & \qquad - 77^d\, 50'\, 46''). \end{aligned}$$

En substituant, au lieu de ϖ & de ϖ', leurs valeurs, & en réduisant ces différens termes dans un seul, on aura

$$m\delta v', = -49'',579 . \text{fin.} (3n't - nt + 3\epsilon' - \epsilon + 88^d\, 20'\, 19'').$$

L.

CONSIDÉRONS présentement l'inégalité dépendante de l'angle $2nt - 3n't + 2\epsilon - 3\epsilon'$. Les quantités du premier ordre nous ont déjà donné une inégalité de cette nature, & pour en retrouver une semblable, il faut avoir égard aux quantités du troisième ordre, c'est-à-dire, aux cubes & aux produits de trois dimensions, des excentricités & des inclinaisons des orbites. Ces quantités sont très-petites par elles-mêmes; mais on a vu dans l'*art. XXVI*, que les termes du second ordre qui dépendent de l'angle $2nt - 4n't + 2\epsilon - 4\epsilon'$, étoient fort sensibles dans les expressions du rayon vecteur & de la longitude de Saturne, à cause du très-petit diviseur $5n' - 2n$ qu'ils acquerrent par les intégrations. Ces termes peuvent donner par leurs combinaisons avec l'équation du centre de cette planète, une inégalité sensible du troisième ordre, dépendante de l'angle $2nt - 3n't + 2\epsilon - 3\epsilon'$; c'est cette inégalité que nous allons déterminer.

Soit $H . \text{cos.} (2nt - 4n't + 2\epsilon - 4\epsilon' + B)$, la partie de $\frac{\delta r'}{a'}$ qui dépend de l'angle $2nt - 4n't + 2\epsilon - 4\epsilon'$; le coéfficient H renfermant le diviseur $5n' - 2n$. Si l'on n'a égard qu'aux termes du troisième ordre qui ont ce diviseur, & qui dépendent de l'angle $2nt - 3n't + 2\epsilon - 3\epsilon'$; l'équation (10) de *l'art. VII* donnera, en y changeant les coordonnées de Jupiter dans celles de Saturne, & réciproquement,

$$0 = \frac{\partial^2 . (r'\delta r')}{a'^2 . \partial t^2} + \frac{n'^2 . r'^3 \delta r'}{a'^3} - \tfrac{3}{2} . n'^2 . e' . H . \text{cof.} (2nt - 3n't + 2\epsilon - 3\epsilon' - \varpi' + B).$$

Partant,

$$\frac{r'_{\prime}\,\delta r'_{\prime}}{a'^2} = \frac{-\frac{1}{2}\cdot n'^2\cdot e'\cdot H}{(2n - 3n')^2 - n'^2}$$

$$.\text{cof.}\,(2nt - 3n't + 2\epsilon - 3\epsilon' - \varpi' + B).$$

La formule (9) du même *article*, transportée à Saturne, donne, en n'ayant égard qu'aux termes du même genre,

$$\delta v'_{\prime} = \left[\tfrac{1}{2} + \frac{3n'.(2n - 3n')}{(2n - 3n')^2 - n'^2}\right]$$

$$.e' H.\text{fin.}(2nt - 3n't + 2\epsilon - 3\epsilon' - \varpi' + B);$$

or on a à très-peu près $2n = 5n'$; on aura donc

$$m\delta v'_{\prime} = 2m.H.\tfrac{5}{4}e'.\text{fin.}(2nt - 3n't + 2\epsilon - 3\epsilon' - \varpi' + B);$$

mais on a, par l'*article XXXVII*,

$$2mH = 10'\,13''; \; B = 1^{f}\,25^{d}\,52'\,19'':$$

on a d'ailleurs, par l'*article XXIX*,

$$\varpi' = 8^{f}\,28^{d}\,7'\,24''; \; e' = 0,056263;$$

on aura donc

$$m\,\delta v'_{\prime} = 43''$$

$$.\text{cof.}\,(2nt - 3n't + 2\epsilon - 3\epsilon' + 57^{d}\,44'\,55'').$$

Cette inégalité résulte des variations de l'excentricité & de l'aphélie de Saturne, qui dépendent de l'angle

$$5n't - 2nt + 5\epsilon' - 2\epsilon.$$

en effet, nous avons vu dans l'*art. XXVIII*, que les inégalités du rayon vecteur & de la longitude de Saturne, qui ont pour argument, l'angle

$$2nt - 4n't + 2\epsilon - 4\epsilon',$$

pouvoient être considérées, comme étant dûes à ces variations; en sorte que si l'on nomme $\delta e'$ & $\delta\varpi'$, ces variations

variations de l'excentricité & de l'aphélie de Saturne; la variation

$$-2\,\delta e'.\text{fin.}\,(n't+\epsilon'-\varpi')+2e'\,\delta\varpi'.\text{cof.}\,(n't+\epsilon'-\varpi'),$$

du terme

$$-2e'.\text{fin.}\,(n't+\epsilon'-\varpi'),$$

qui exprime l'équation du centre de Saturne, est représentée par le terme

$$-10'13''.\text{fin.}\,(2nt-4n't+2\epsilon-4\epsilon'+55^d52'19''),$$

que renferme la valeur de $m\,\delta v'$.

La comparaison de ces deux quantités donne

$$2\,\delta e'=10'13''.\text{cof.}\,(2nt-5n't+2\epsilon-5\epsilon'+\varpi'+55^d52'19'')$$
$$-2e'\delta\varpi'=10'13''.\text{fin.}\,(2nt-5n't+2\epsilon-5\epsilon'+\varpi'+55^d52'19'').$$

Maintenant, l'expression du mouvement elliptique renferme le terme

$$+\tfrac{5}{4}e'^2.\text{fin.}\,(2n't+2\epsilon'-2\varpi'),$$

& la variation de ce terme est

$$\tfrac{5}{2}e'.\delta e'.\text{fin.}\,(2n't+2\epsilon'-2\varpi')-\tfrac{5}{2}e'^2.\delta\varpi'.\text{cof.}\,(2n't+2\epsilon'-2\varpi');$$

en substituant au lieu de $\delta e'$ & de $e'\,\delta\varpi'$ leurs valeurs, cette variation deviendra

$$\tfrac{5}{4}e'.10'13''.\text{fin.}\,(2nt-3n't+2\epsilon-3\epsilon'-\varpi'+55^d52'19'')$$

ou

$$43''.\text{cof.}\,(2nt-3n't+2\epsilon-3\epsilon'+57^d44'55'').$$

ce qui est l'inégalité que nous venons de déterminer. Si l'on réunit cette inégalité à celle-ci

$$-35''.\text{cof.}\,(2nt-3n't+2\epsilon-3\epsilon'+27^d30')$$

que nous avons trouvée dans l'*art. XXXIV*, on aura pour la partie de $m\,\delta v'_{,}$, qui dépend de l'angle

$$2nt - 3n't + 2\epsilon - 3\epsilon',$$

$$m\,\delta v'_{,} = -21'',8.\text{sin.}(2nt - 3n't + 2\epsilon - 3\epsilon' + 21^d\,50'\,35'').$$

L I.

CONSIDÉRONS enfin l'inégalité qui dépend de l'angle

$$nt - n't + \epsilon - \epsilon'.$$

Nous avons vu dans l'*art. XXII*, que les quantités indépendantes des excentricités des orbites, donnent dans l'expression de $m\,\delta v'_{,}$, une inégalité de cette nature, qui réduite en secondes, est égale à

$$+\ 3'',5.\text{sin.}(nt - n't + \epsilon - \epsilon').$$

Pour en retrouver une semblable, il faut recourir aux quantités du second ordre. Ces quantités sont très-petites par elles-mêmes; mais comme le rayon vecteur de Saturne renferme une inégalité considérable du premier ordre, qui dépend de l'angle $nt - 2n't + \epsilon - 2\epsilon'$; cette inégalité peut, en se combinant avec l'équation du centre de cette planète, donner un terme sensible dépendant de l'angle $nt - n't + \epsilon - \epsilon'$; c'est d'après cette considération que nous allons le déterminer.

Reprenons pour cela l'équation (10) de l'*article VII*, en y changeant les coordonnées de Jupiter, dans celles de Saturne, & réciproquement; si l'on n'a égard qu'à la considération précédente, on pourra négliger dans cette équation, les termes $2\int dR$, & $r'\left(\frac{\partial R}{\partial r'}\right)$, ce qui la réduit à celle-ci,

$$0 = \frac{\partial^2 (r'\,\delta r')}{\partial t^2} + \frac{n'^2.a'^3}{r'^3}.r'\,\delta r'.$$

Si l'on ne considère dans $m\,\delta r'$, que la partie qui dépend

de l'angle $nt - 2n't + \varepsilon - 2\varepsilon'$, & qui, par l'*art. XXXIV*, est égale à

$$0{,}0053605.\text{fin.}(nt - 2n't + \varepsilon - 2\varepsilon' + 77^d\,50'\,46''),$$

on aura, en ne conservant que le terme qui dépend de l'angle $nt - n't + \varepsilon - \varepsilon'$,

$$o = \frac{m.\partial^2(r'\delta r')}{a'^2.\partial t^2} + \frac{n'^2.mr'\delta r'}{a'^2} - \frac{n'^2.e'}{a'}.0{,}0053605$$
$$.\text{fin.}(nt - n't + \varepsilon - \varepsilon' - \varpi' + 77^d\,50'\,46'');$$

d'où l'on tire,

$$\frac{mr'\delta r'}{a'^2} = \frac{-n'^2}{n.(n-2n')}.\frac{e'}{a'}.0{,}0053605$$
$$.\text{fin.}(nt - n't + \varepsilon - \varepsilon' - \varpi' + 77^d\,50'\,46'').$$

Si l'on substitue cette valeur dans la formule (9) de l'*art. VII*, rapportée à Saturne, & que l'on néglige les quantités

$$3a'.\int n\partial t.\int dR, \;\&\; 2a'.\int n'\partial t.r'.\left(\frac{\partial R}{\partial r'}\right),$$

pour n'avoir égard qu'à ce qui dépend de la considération que nous venons de faire, on aura

$$m\delta v'_{,} = -\left[\tfrac{1}{2} + \frac{2n'.(n-n')}{n.(n-2n')}\right].\frac{e'}{a'}.0{,}0053605$$
$$.\text{cof.}(nt - n't + \varepsilon - \varepsilon' - \varpi' + 77^{\circ}\,50'\,46'';$$

or, on a à fort peu près $n = \frac{5}{2}n'$, partant

$$m\delta v'_{,} = -18'',9.\text{cof.}(nt - n't + \varepsilon - \varepsilon' - \varpi' + 77^d\,50'\,46'');$$

en réunissant cette inégalité à celle-ci

$$+3'',5.\text{fin.}(nt - n't + \varepsilon - \varepsilon'),$$

on aura, pour la partie entière de $m\delta v'_{,}$, qui dépend de l'angle $nt - n't + \varepsilon - \varepsilon'$,

$$m\delta v'_{,} = 20''.\text{fin.}(nt - n't + \varepsilon - \varepsilon' + 69^d\,38'\,40'').$$

L I I.

Nous allons maintenant reprendre les inégalités que nous avons déterminées, pour leur donner plus de précision. Nous avions d'abord négligé le terme de $\delta v'_{,}$, qui dépend de l'angle $3nt - 3n't + 3\varepsilon - 3\varepsilon'$, quoique nous l'eussions déterminé dans l'*art. XXXII:* en y ayant égard, il en résulte dans $m\,\delta v'_{,}$ l'inégalité

$$-\ 6'',6 . \text{fin. } 3\,(nt - n't + \varepsilon - \varepsilon').$$

On peut ensuite rendre plus exacte, l'inégalité dépendante de l'angle $2nt - 4n't + 2\varepsilon - 4\varepsilon'$, par les considérations suivantes. Par la méthode qui nous a conduit à cette inégalité, nous n'avons déterminé que les termes qui ont $5n' - 2n$ pour diviseur. Pour avoir égard aux autres, désignons par

$$Q . \text{cof.}\,(2nt - 4n't + 2\varepsilon - 4\varepsilon' + B),$$

la partie de R qui dépend de l'angle $2nt - 4n't + 2\varepsilon - 4\varepsilon'$; la formule (10) de l'*article VIII* transportée à Saturne, donnera, en n'ayant égard qu'aux termes dépendans de cet angle,

$$o = \frac{\partial^2.(r'\delta r')}{a'^2.\partial t^2} + \frac{n'^2\, r'\delta r'}{a'^2} - n'^2 . \frac{\delta r'}{a'}$$

$$. [2e'.\text{cof.}(n't + \varepsilon' - \varpi') - \tfrac{5}{4}e'^2.\text{cof.}(2n't + 2\varepsilon' - 2\varpi')]$$

$$+ n'^2 . [a'^2 . (\frac{\partial Q}{\partial a'}) - \frac{4n'}{n - 2n'} . a' Q]$$

$$[.\text{cof.}\,(2nt - 4n't + 2\varepsilon - 4\varepsilon' + B).$$

La valeur de $\frac{\delta r'}{a'}$ dans les deux termes qui sont multipliés par l'excentricité & par son carré, ne doit renfermer que les quantités indépendantes des excentricités, & celles qui ne dépendent que de leurs premières puissances, puisque nous n'avons égard ici qu'aux carrés & aux produits

deux à deux, des excentricités; on trouvera, cela posé, que la partie de l'équation différentielle précédente, qui est multipliée par $\frac{e' \delta r'}{a'}$, est insensible relativement à celle qui dépend de Q; en la négligeant donc, on aura

$$\frac{r' \delta r'}{a'^2} = \frac{n'^2}{(5n' - 2n).(2n - 3n')} \cdot \left[\frac{4n'}{n - 2n'} \cdot a' Q - a'^2 \cdot \left(\frac{\partial Q}{\partial a'}\right)\right] \cdot \text{cos.}\,(2nt - 4n't + 2\varepsilon - 4\varepsilon' + B);$$

& par conséquent

$$m \delta v'_2 = -2m. \left\{ \begin{array}{l} \frac{n'.(2n - 4n')}{(5n' - n).(2n - 3n')} \cdot \left[\frac{4n'}{n - 2n'} \cdot a' Q - a'^2 \left(\frac{\partial Q}{\partial a'}\right)\right] \\ \frac{+ 6n'^2}{(2n - 4n')^2} \cdot a' Q + \frac{n}{2n - 4n'} \cdot a'^2 \cdot \left(\frac{\partial Q}{\partial a'}\right) \end{array} \right\} \cdot \text{sin.}\,(2nt - 4n't + 2\varepsilon - 4\varepsilon' + B).$$

Or, on a $2n = 5n' - \frac{n'}{30}$; ce qui donne à fort peu-près

$$m \delta v'_2 = -2m. \left\{ \begin{array}{l} \frac{n'}{5n' - 2n} \cdot \left[8 a' Q - a'^2 \cdot \left(\frac{\partial Q}{\partial a'}\right)\right] \\ \frac{+ n'}{30.(5n' - 2n)} \cdot \left[8 a' Q - \frac{3}{4} a'^2 \left(\frac{\partial Q}{\partial a'}\right)\right] \end{array} \right\} \cdot \text{sin.}\,(2nt - 4n't + 2\varepsilon - 4\varepsilon' + B).$$

La valeur de $m \delta v'_2$, que donne la méthode de l'*art. XXVI*, est

$$\frac{-2n'm}{5n' - 2n} \cdot \left[8 a' Q - a'^2 \left(\frac{\partial Q}{\partial a'}\right)\right] \cdot \text{sin.}\,(2nt - 4n't + 2\varepsilon - 4\varepsilon' + B);$$

on voit ainsi, qu'il faut augmenter cette valeur de $\frac{1}{30}$ à fort peu-près. Il faut l'augmenter encore, parce que B n'est pas rigoureusement constant; on a vu dans l'*art. XXVII*, qu'il est égal à $55^d\, 52'\, 19'' + i.42'',8834$; le diviseur $5n' - 2n$ se trouve par-là diminué d'environ $\frac{1}{35}$, & par conséquent l'inégalité est augmentée de sa $35.^{me}$ partie.

L'accroissement total de cette inégalité est donc à-peu-près de $\frac{1}{16}$, ce qui la rend égale à

$$-(10' 51'' - i.0'',0160698)$$
$$.\text{sin.}(2nt - 4n't + 2\epsilon - 4\epsilon' + 55^d 52' 19'' + i.42'',8834).$$

Le coéfficient de la même inégalité, dans l'expression du rayon vecteur, doit être augmenté à-peu-près dans le même rapport, ce qui donne pour l'expression de cette partie de $m\,\delta r'$,

$$+ 0,0150372$$
$$.\text{cos.}(2nt - 4n't + 2\epsilon - 4\epsilon' + 55^d 52' 19'' + i.42'',8834).$$

Quant à la grande inégalité de Saturne, elle répond si bien aux observations, que nous ne croyons pas devoir y toucher. Peut-être, après plusieurs siècles d'observations précises, on sera forcé de revenir sur cet objet & de pousser l'approximation plus loin, en ayant même égard aux carrés & au produit des masses perturbatrices; mais ces termes étant presque insensibles dans l'espace d'un siècle, & se confondant avec les élémens elliptiques du mouvement de Saturne, nous nous dispenserons de les considérer. Nous observerons seulement qu'il sera facile de les déterminer d'après cette considération, qu'ils ne peuvent devenir sensibles qu'au moyen des grandes inégalités déjà déterminées, & qui, en se combinant avec les termes dépendans des masses perturbatrices, peuvent en produire de sensibles parmi les termes dépendans des carrés & des produits de ces masses. Au reste, on donnera plus de précision aux inégalités de Saturne, si au lieu d'employer dans leurs argumens, les longitudes moyennes de Jupiter & de Saturne, on fait usage de ces longitudes corrigées par les deux grandes inégalités de ces planètes. Cela posé,

M. de Lambre ayant rectifié les élémens elliptiques de Jupiter & de Saturne, par la comparaison de cent trente-deux oppositions discutées avec le plus grand soin, j'en ai conclu les formules suivantes pour déterminer le lieu de Saturne.

LIII.

Formules pour déterminer le lieu de Saturne.

On déterminera la longitude moyenne $n't + \epsilon'$ de Saturne, rapportée à l'équinoxe fixe de 1750, en ajoutant à $7^s\ 21^d\ 20'\ 22''$, le moyen mouvement sydéral de Saturne, depuis le commencement de 1750, à raison de $12^d\ 12'\ 46'',6$, pour un intervalle de 365 jours. On pourra dans la détermination de cette longitude, faire usage des tables de Halley, réduites au méridien de Paris, en déterminant par ces tables, la longitude moyenne de Saturne, & en lui ajoutant la quantité,

$$53'\ 58'' - i \,.\, 34'',88.$$

i étant le nombre des années Juliennes, écoulées depuis le commencement de 1750.

On déterminera pareillement la longitude moyenne $nt + \epsilon$ de Jupiter, rapportée à l'équinoxe fixe de 1750, en ajoutant à $0^s\ 3^d\ 42'\ 29''$, le moyen mouvement sydéral de Jupiter, depuis le commencement de 1750, à raison de $30^d\ 19'\ 41'',5$ pour un intervalle de 365 jours. On pourra faire usage des tables de Halley, pour déterminer cette longitude, en calculant par ces tables, la longitude moyenne de Jupiter, & en lui ajoutant la quantité

$$-\ 22'\ 48'' - i\ 56'',63.$$

On déterminera ensuite φ' & φ, au moyen des équations

$$\varphi' = n't + \epsilon' - (48'\ 44'' - i \,.\, 0'',1)$$
$$.\,\text{fin.}\,(5n't - 2nt + 5\epsilon' - 2\epsilon + 5^d\ 34'\ 8'' - i \,.\, 58'',88)$$
$$\varphi = nt + \epsilon + (20'\ 49'',5 - i \,.\, 0'',042733).$$
$$\text{fin.}\,(5n't - 2nt + 5\epsilon' - 2\epsilon + 5^d\ 34'\ 8'' - i \,.\, 58'',88);$$

enfin, on déterminera l'angle ϖ' par la formule

$$\varpi' = 8^s\ 28^d\ 9'\ 7'' + i \,.\, 15'',81975.$$

Cela posé, la longitude de Saturne comptée sur son orbite, de l'équinoxe mobile, sera

$$
\begin{aligned}
&i.50'',25 + \varphi' - (23184'',3 - i.1'',1).\sin.(\varphi' - \varpi')\\
&\quad + (814'',1 - i.0'',077).\sin.2(\varphi' - \varpi')\\
&\quad - 39'',7.\sin.3.(\varphi' - \varpi')\\
&\quad + 2'',2.\sin.4.(\varphi' - \varpi')\\
&\quad + 20''.\sin.(\varphi - \varphi' + 69^d\,38'\,40'')\\
&\quad - 31'',5.\sin.2(\varphi - \varphi')\\
&\quad - 6'',6.\sin.3.(\varphi - \varphi')\\
&+ 6'\,59'',3.\sin.(2\varphi' - \varphi + 15^d\,0'\,57'' - i.14'',215)\\
&\quad - 21'',8.\sin.(2\varphi - 3\varphi' + 21^d\,50'\,35'')\\
&\quad + 11''.\cos.\varphi\\
&\quad - 49'',6.\sin.(3\varphi' - \varphi + 88^d\,20'\,19'')\\
&- 10'\,51''.\sin.(2\varphi - 4\varphi' + 55^d\,52'\,19'' + i.42'',88534).
\end{aligned}
$$

Le rayon vecteur de Saturne, sera

$$
\begin{aligned}
&9,559709 + [0,535768. - i.0,00002547].\cos.(\varphi' - \varpi')\\
&\quad - 0,015047.\cos.2.(\varphi' - \varpi')\\
&\quad + 0,000636.\cos.3.(\varphi' - \varpi')\\
&\quad - 0,000032.\cos.4.(\varphi' - \varpi')\\
&\quad + 0,0081435.\cos.(\varphi - \varphi')\\
&\quad + 0,0013830.\cos.2(\varphi - \varphi')\\
&+ 0,0053605.\sin.(\varphi - 2\varphi' + 77^d\,50'\,46'')\\
&+ 0,0150372.\cos.\left\{\begin{array}{l}2\varphi - 4\varphi' + 55^d\,52'\,19''\\ \quad + i.42'',8834\end{array}\right\}.
\end{aligned}
$$

La longitude du nœud ascendant de Saturne, rapportée à l'écliptique vraie & à l'équinoxe mobile, sera

$$3^f\,21^d\,30'\,22'' + i.31'',6;$$

enfin

enfin l'inclinaiſon de ſon orbite ſur l'écliptique vraie, ſera

$$2^d\, 29'\, 55'' - i.0'',16.$$

Il ſera facile, au moyen de ces formules, d'avoir la longitude & la latitude géocentrique de Saturne, pour un inſtant quelconque; elles ſervent de fondement aux nouvelles tables de cette planète, que M. de Lambre a conſtruites: j'ai ſeulement changé, pour la commodité du calcul, le terme du rayon vecteur,

$$+ 0{,}0053605 .\text{ſin.} (\varphi - 2\varphi' + 77^d\, 50'\, 46''),$$

dans celui-ci qui en diffère peu,

$$+ 0{,}0053605 .\text{coſ.} (2\varphi' - \varphi + 15^d\, 0'\, 57'' - i.14'',215).$$

Par ce léger changement, les argumens du rayon vecteur deviennent les mêmes que ceux de la longitude. Les formules précédentes pourront être employées ſans erreur ſenſible, dans l'intervalle d'un ſiècle, ſoit avant, ſoit après 1750. Pour des ſiècles éloignés, on fera uſage de la méthode que nous avons donnée dans l'*article XL*, en obſervant que l'excentricité de Saturne étoit en 1750, égale à 0,0562226.

SECTION TROISIÈME.

Théorie de Jupiter.

L I V.

Nous ſuivrons, pour déterminer les inégalités de Jupiter, le même procédé qui nous a ſervi pour avoir les inégalités de Saturne. En ſubſtituant donc dans les expreſſions analytiques de $\bar{u}$ & de V de l'*article IX*, les valeurs numériques des élémens de Jupiter & de Saturne, que nous avons données dans l'*article XXIX*, on trouve d'abord, en n'ayant égard qu'aux inégalités indépendantes des excentricités des orbites;

$$\frac{\delta r}{a} = -0{,}040043$$
$$+0{,}436670 . \cos.(nt - n't + \epsilon - \epsilon')$$
$$-1{,}869125 . \cos.2(nt - n't + \epsilon - \epsilon')$$
$$-0{,}194915 . \cos.3(nt - n't + \epsilon - \epsilon')$$
$$-0{,}050484 . \cos.4(nt - n't + \epsilon - \epsilon')$$
&c.

$$\delta v = -1{,}347117 . \sin.(nt - n't + \epsilon - \epsilon')$$
$$+3{,}325964 . \sin.2(nt - n't + \epsilon - \epsilon')$$
$$+0{,}277593 . \sin.3(nt - n't + \epsilon - \epsilon')$$
$$+0{,}063847 . \sin.4(nt - n't + \epsilon - \epsilon')$$
&c.

Pour avoir égard aux inégalités dépendantes des excentricités des orbites, on fera i successivement égal à 1, 2, 3, &c. -1, -2, &c. dans les valeurs de $u_{,}$ & de $V_{,}$ de l'*art.* X, & l'on trouvera,

dans la supposition de $i = 1$,

$$\frac{\delta r}{a} = 1{,}067001 . e . \cos.(n't + \epsilon' - \varpi)$$
$$-0{,}564614 . e' . \cos.(n't + \epsilon' - \varpi')$$
$$\delta v = -2{,}912268 . e . \sin.(n't + \epsilon' - \varpi)$$
$$+2{,}804214 . e' . \sin.(n't + \epsilon' - \varpi');$$

dans la supposition de $i = 2$,

$$\frac{\delta r}{a} = 3{,}921972 . e . \cos.(2n't - nt + 2\epsilon' - \epsilon - \varpi)$$
$$-1{,}936758 . e' . \cos.(2n't - nt + 2\epsilon' - \epsilon - \varpi')$$
$$\delta v = 46{,}831183 . e . \sin.(2n't - nt + 2\epsilon' - \epsilon - \varpi)$$
$$-16{,}383921 . e' . \sin.(2n't - nt + 2\epsilon' - \epsilon - \varpi');$$

dans la supposition de $i = 3$,

$$\frac{\delta r}{a} = 6,179689.e.\text{cos}.(3n't - 2nt + 3\varepsilon' - 2\varepsilon - \varpi)$$
$$- 10,384318.e'.\text{cos}.(3n't - 2nt + 3\varepsilon' - 2\varepsilon - \varpi')$$
$$\delta v = 15,042550.e.\text{sin}.(3n't - 2nt + 3\varepsilon' - 2\varepsilon - \varpi)$$
$$- 24,582706.e'.\text{sin}.(3n't - 2nt + 3\varepsilon' - 2\varepsilon - \varpi');$$

dans la supposition de $i = 4$,

$$\frac{\delta r}{a} = - 1,689958.e.\text{cos}.(4n't - 3nt + 4\varepsilon' - 3\varepsilon - \varpi)$$
$$+ 2,781392.e'.\text{cos}.(4n't - 3nt + 4\varepsilon' - 3\varepsilon - \varpi')$$
$$\delta v = - 2,681615.e.\text{sin}.(4n't - 3nt + 4\varepsilon' - 3\varepsilon - \varpi)$$
$$+ 4,521536.e'.\text{sin}.(4n't - 3nt + 4\varepsilon' - 3\varepsilon - \varpi').$$

Je n'ai pas poussé plus loin les approximations relatives aux valeurs positives de i, parce que les termes suivans sont presque insensibles.

En faisant successivement $i = -1$, $i = -2$, &c. on trouve,

dans la supposition de $i = -1$,

$$\frac{\delta r}{a} = - 0,777084.e.\text{cos}.(2nt - n't + 2\varepsilon - \varepsilon' - \varpi)$$
$$- 0,102748.e'.\text{cos}.(2nt - n't + 2\varepsilon - \varepsilon' - \varpi');$$
$$\delta v = 1,762156.e.\text{sin}.(2nt - n't + 2\varepsilon - \varepsilon' - \varpi)$$
$$+ 0,165032.e'.\text{sin}.(2nt - n't + 2\varepsilon - \varepsilon' - \varpi');$$

dans la supposition de $i = -2$,

$$\frac{\delta r}{a} = 1,807069.e.\text{cos}.(3nt - 2n't + 3\varepsilon - 2\varepsilon' - \varpi)$$
$$- 0,075906.e'.\text{cos}.(3nt - 2n't + 3\varepsilon - 2\varepsilon' - \varpi')$$
$$\delta v = - 4,357375.e.\text{sin}.(3nt - 2n't + 3\varepsilon - 2\varepsilon' - \varpi)$$
$$+ 0,102055.e'.\text{sin}.(3nt - 2n't + 3\varepsilon - 2\varepsilon' - \varpi').$$

Les suppositions suivantes donnent des résultats insensibles.

L V.

Si l'on multiplie par m', chaque valeur de δv; que l'on réduise en un seul les deux termes de δv correspondans à une même supposition sur i; enfin si l'on évalue les coéfficiens de chaque terme, en secondes de degré; on trouvera en rassemblant tous ces termes,

$$
\begin{aligned}
m'\delta v = &- 82'',737 . \text{fin.} (nt - n't + \varepsilon - \varepsilon') \\
&+ 204'',272 . \text{fin.} 2(nt - n't + \varepsilon - \varepsilon') \\
&+ 17'',049 . \text{fin.} 3(nt - n't + \varepsilon - \varepsilon') \\
&+ 3'',921 . \text{fin.} 4(nt - n't + \varepsilon - \varepsilon') \\
&+ 11'',558 . \text{fin.} (n't + \varepsilon' + 45^d\, 4') \\
- 138'',369 . \text{fin.} &(2n't - nt + 2\varepsilon' - \varepsilon + 13^d\, 33'\, 7'') \\
- 87'',369 . \text{fin.} &(3n't - 2nt + 3\varepsilon' - 2\varepsilon + 61^d\, 59'\, 48'') \\
+ 15'',994 . \text{fin.} &(4n't - 3nt + 4\varepsilon' - 3\varepsilon + 62^d\, 51'\, 19'') \\
- 5'',358 . \text{fin.} &(2nt - n't + 2\varepsilon - \varepsilon' + 16^d\, 1'\, 27'') \\
- 12'',818 . \text{fin.} &(2n't - 3nt + 2\varepsilon' - 3\varepsilon + 8^d\, 30'\, 15'').
\end{aligned}
$$

Ces différentes inégalités ne sont pas les mêmes dans tous les siècles; leurs coéfficiens & les angles constans renfermés sous le signe fin. varient à raison de la variabilité des élémens des orbites de Jupiter & de Saturne. Les inégalités qui dépendent de l'angle $nt - n't + \varepsilon - \varepsilon'$, & de ses multiples, sont toujours les mêmes; nous n'aurons égard, parmi les autres inégalités, qu'aux variations des deux plus considérables. Pour cela j'ai calculé les valeurs de ces deux inégalités pour le commencement de l'an 1750, & j'ai trouvé d'abord que l'inégalité qui dépend de l'angle $2n't - nt + 2\varepsilon' - \varepsilon$, étoit alors

$$- 132'',816 . \text{fin.} (2n't - nt + 2\varepsilon' - \varepsilon + 17^d\, 21'\, 46'');$$

ainsi, dans l'intervalle de mille ans, le coéfficient de cette

inégalité a augmenté de 0",00555, & l'angle constant sous le signe sin. a diminué de $3^d\ 48'\ 39''$; on peut donc représenter cette inégalité, de cette manière,

$$-(138'',369 + i.0'',00555).\sin.\left\{\begin{matrix} 2n't - nt + 2\epsilon' - \epsilon \\ + 13^d\ 33'\ 7'' - i.13'',7 \end{matrix}\right\};$$

& sous cette forme, elle peut s'étendre à deux mille ans auparavant, & à mille ou douze cents ans après 1750.

J'ai trouvé de la même manière, que l'inégalité dépendante de l'angle $3n't - 2nt + 3\epsilon' - 2\epsilon$, pouvoit être représentée ainsi

$$-(87'',369 - i.0'',00128).\sin.\left\{\begin{matrix} 3n't - 2nt + 3\epsilon' - 2\epsilon \\ + 61^d\ 59'\ 48'' - i.21'',9 \end{matrix}\right\}.$$

LVI.

CONSIDÉRONS maintenant les inégalités de Jupiter dépendantes des carrés & des puissances supérieures des excentricités & des inclinaisons des orbites. On a vu d'abord dans l'*art. XXXVI*, qu'il faut corriger la longitude moyenne de Jupiter, au moyen de l'inégalité

$$(20'\ 49'',5 - i.0'',042733).\sin.\left\{\begin{matrix} 5n't - 2nt + 5\epsilon' - 2\epsilon \\ + 5^d\ 34'\ 8'' - i.58'',88 \end{matrix}\right\};$$

& comme nous avons donné, dans l'*art. XXXV*, la valeur de cette inégalité pour Saturne, aux quatre époques de l'an 228 avant notre ère, & des années 132, 1750 & 1950; on aura la même inégalité pour Jupiter, en diminuant celle de Saturne dans le rapport de 3 à 7, & en la prenant avec un signe contraire.

Si l'on réduit en nombres, l'inégalité de Jupiter dépendante de l'angle $3nt - 5n't + 3\epsilon - 5\epsilon'$, & dont nous avons donné l'expression analytique, dans l'*art. XXV*; on trouve que cette inégalité en 1750, étoit

$$+ 160'',29.\sin.(3nt - 5n't + 3\epsilon - 5\epsilon' + 55^d\ 19'\ 21'');$$

en calculant cette même inégalité pour l'an 750, j'en ai conclu l'expression suivante

$$+(160'',29 - i.0,0044).\sin.\left\{\begin{matrix} 3nt - 5n't + 3\varepsilon - 5\varepsilon' \\ + 55^d 19' 21 + i.43'' \end{matrix}\right\};$$

& sous cette forme, elle peut s'étendre à plus de deux mille ans auparavant, & à mille ou douze cents ans après 1750.

Enfin, en suivant l'analyse de l'*art. LII*, on trouve qu'il faut augmenter de $\frac{1}{24}$, le coéfficient 160″,29 ; ce qui réduit l'inégalité précédente à celle-ci

$$(166'',96 - i.0'',0044).\sin.\left\{\begin{matrix} 3nt - 5n't + 3\varepsilon - 5\varepsilon' \\ + 55^d\ 19'\ 21'' + i.43'' \end{matrix}\right\}.$$

LVII.

PARMI les quantités du second ordre, l'inégalité dépendante de l'angle $3.n't - nt + 3\varepsilon' - \varepsilon$, peut être sensible à cause de la longueur de sa période qui est d'environ soixante ans ; il importe donc de la déterminer. Pour cela, je reprends l'équation (10) de l'*art. VII*, & je suppose que $Q.\cos.(3n't - nt + 3\varepsilon' - \varepsilon + A)$ soit un terme de R, dépendant de l'angle dont il s'agit; l'équation (10) donnera

$$0 = \frac{\partial^2.(r\delta r)}{a^2\partial t^2} + \frac{n^2 r\delta r}{a^2} - n^2.\frac{\delta r}{a}$$
$$.[2e.\cos.(nt + \varepsilon - \varpi) - \tfrac{5}{2}e^2.\cos.2.(nt + \varepsilon - \varpi)]$$
$$+ n^2.[a^2.(\frac{\partial Q}{\partial a}) - \frac{2naQ}{3n' - n}]$$
$$.\cos.(3n't - nt + 3\varepsilon' - \varepsilon + A).$$

Il faut substituer pour $\frac{\delta r}{a}$, la partie de sa valeur, qui, multipliée par

$$2e.\cos.(nt + \varepsilon - \varpi) - \tfrac{5}{2}e^2.\cos.2(nt + \varepsilon - \varpi),$$

donne des quantités dépendantes de l'angle

$$3n't - nt + 3\varepsilon' - \varepsilon;$$

or parmi les termes de $\frac{\delta r}{a}$, qui sont indépendans des excentricités, il n'y a que celui qui est relatif à l'angle

$$3n't - 3nt + 3\varepsilon' - 3\varepsilon'$$

qui soit dans ce cas; & il est aisé de voir que le terme dépendant de l'angle $3n't - nt + 3\varepsilon' - \varepsilon$, qui en résulte dans l'équation différentielle précédente, est insensible. Parmi les termes de $\frac{\delta r}{a}$, qui dépendent des premières puissances des excentricités, il faut avoir égard à celui qui dépend de l'angle $3n't - 2nt + 3\varepsilon' - 2\varepsilon$, & que l'on trouve égal à

$$- 0{,}598370 . \text{sin.}(3n't - 2nt + 3\varepsilon' - 2\varepsilon + 7^d 8' 31'');$$

l'équation différentielle précédente donnera ainsi, après l'avoir intégrée :

$$\frac{r\delta r}{a^2} = \frac{n^2}{3n'.(2n - 3n')} . e . 0{,}598370$$
$$. \text{sin.}(3n't - nt + 3\varepsilon' - \varepsilon - \varpi + 7^d 8' 31'')$$
$$- \frac{n^2}{3n'.(2n - 3n')} . \left[a^2\left(\frac{\partial Q}{\partial a}\right) - \frac{2naQ}{3n' - n}\right],$$
$$. \text{cos.}(3n't - nt + 3\varepsilon' - \varepsilon + A).$$

En substituant cette valeur dans la formule (9) de *l'article VII*, on en tirera

$$\delta v = \left[\frac{2n.(3n' - n)}{3n'.(2n - 3n')} - \frac{1}{2}\right] . e . 0{,}598370$$
$$. \text{cos.}(3n't - nt + 3\varepsilon' - \varepsilon - \varpi + 7^d 8' 31'')$$
$$+ \left\{ \begin{array}{l} 2a^2.\left(\frac{\partial Q}{\partial a}\right).\left[\frac{n.(3n' - n)}{3n'.(2n - 3n')} + \frac{n}{3n' - n}\right] \\ - aQ.\left[\frac{3n^2}{(3n' - n)^2} + \frac{4n^2}{3n'.(2n - 3n')}\right] \end{array} \right\}$$
$$. \text{sin.}(3n't - nt + 3\varepsilon' - \varepsilon + A);$$

& en négligeant les quantités insensibles,

$$\delta v = \left[10{,}04712 \,.\, a^2 \left(\frac{\partial Q}{\partial a}\right) - 73{,}47607\, Q\right]$$

$$.\text{sin.}\,(3n't - nt + 3\epsilon' - \epsilon + A).$$

J'ai donné dans l'*art. XLIX*, les valeurs de Q & de A; en les substituant dans la valeur précédente de δv, on trouve

$$m'\delta v = -12'',909 \,.\, \text{sin.}\,(3n't - nt + 3\epsilon' - \epsilon - \varpi - \varpi')$$
$$+ 2'',667 \,.\, \text{sin.}\,(3n't - nt + 3\epsilon' - \epsilon - 2\varpi)$$
$$+ 11'',253 \,.\, \text{sin.}\,(3n't - nt + 3\epsilon' - \epsilon - 2\varpi');$$

& par conséquent

$$m'\delta v = 13'',043 \,.\, \text{sin.}\,(nt - 3n't + \epsilon - 3\epsilon' + 58^d\, 31'\, 0'').$$

Enfin, en suivant l'analyse de l'*art. L*, on trouvera dans $m'\delta v$, le terme

$$-\tfrac{5}{4}e \,.\, 166'',96 \,.\, \text{sin.}\,(4nt - 5n't + 4\epsilon - 5\epsilon' + 55^d\, 19''\, 21'' - \varpi),$$

ou

$$10'',0 \,.\, \text{sin.}\,(4nt - 5n't + 4\epsilon - 5\epsilon' + 45^d\, 16'\, 32'').$$

LVIII.

En rassemblant tous les termes de $m'\delta v$, on aura

$$m'\delta v = -\ 82'',737 \,.\, \text{sin.}\,(nt - n't + \epsilon - \epsilon')$$
$$+ 204'',272 \,.\, \text{sin.}\, 2 \,.\, (nt - n't + \epsilon - \epsilon')$$
$$+ 17'',049 \,.\, \text{sin.}\, 3 \,.\, (nt - n't + \epsilon - \epsilon')$$
$$+ 3'',921 \,.\, \text{sin.}\, 4 \,.\, (nt - n't + \epsilon - \epsilon')$$
$$+ 11'',558 \,.\, \text{sin.}\,(n't + \epsilon' + 45^d\, 4')$$
$$- (138'',369 + i \,.\, 0'',00555)$$
$$.\,\text{sin.}\,(2n't - nt + 2\epsilon' - \epsilon + 13^d\, 33'\, 7'' - i \,.\, 13'',7)$$
$$- (87'',369 - i \,.\, 0'',00128)$$
$$.\,\text{sin.}\,(3n't - 2nt + 3\epsilon' - 2\epsilon + 61^d\, 59'\, 48'' - i \,.\, 21'',9)$$
$$+ 15'',994 \,.\, \text{sin.}\,(4n't - 3nt + 4\epsilon' - 3\epsilon + 62^d\, 51'\, 19'')$$

$$- 5'',358 . \sin. (2nt - n't + 2\epsilon - \epsilon' + 16^d\ 1'\ 27'')$$
$$- 12'',818 . \sin. (2n't - 3nt + 2\epsilon' - 3\epsilon + 8^d\ 30'\ 15'')$$
$$+ (166'',96 - i . 0'',0044)$$
$$. \sin. (3nt - 5n't + 3\epsilon - 5\epsilon' + 55^d\ 19'\ 21'' + i . 43'')$$
$$+ 13'',043 . \sin. (nt - 3n't + \epsilon - 3\epsilon' + 58^d\ 31'\ 0'')$$
$$+ 10'',0 . \sin. (4nt - 5n't + 4\epsilon - 5\epsilon' + 45^d\ 16'\ 32'').$$

Il ſera plus exact dans ces différens argumens, de ſubſtituer au lieu de $nt + \epsilon$, & de $n't + \epsilon'$, les longitudes moyennes corrigées par les grandes inégalités de Jupiter & de Saturne, ainſi que nous l'avons propoſé dans l'*art. LII*, relativement à Saturne.

LIX.

CONSIDÉRONS maintenant le rayon vecteur de Jupiter. Si l'on multiplie par am', les termes de $\frac{\delta r}{a}$, déterminés dans les *articles LIV* & *LV;* que l'on réduiſe dans un ſeul, ceux qui peuvent s'y réduire, & que l'on ne conſerve que les termes dont l'effet eſt ſenſible ſur le lieu géocentrique de Jupiter; on trouvera

$$\begin{aligned} m'\delta r = & - 0,00006201 \\ & + 0,00067648 . \cos. (nt - n't + \epsilon - \epsilon') \\ & - 0,00289562 . \cos. 2 (nt - n't + \epsilon - \epsilon') \\ & - 0,000301960 . \cos. 3 (nt - n't + \epsilon - \epsilon') \\ & - 0,00007821 . \cos. 4 (nt - n't + \epsilon - \epsilon') \\ & - 0,00092700 . \sin. \left\{ \begin{array}{l} 2nt - 3n't + 2\epsilon - 3\epsilon' \\ + 27^d\ 14'\ 10'' \end{array} \right\}. \end{aligned}$$

On aura enſuite par l'*article XXV*, la partie de $m' . \frac{\delta r}{a}$, qui dépend de l'angle $3nt - 5n't + 3\epsilon - 5\epsilon$; en rédui-

sant en parties du rayon, la moitié du coéfficient du terme

$$+ \ 166'',96 . \text{fin.} \left\{ \begin{matrix} 3nt - 5n't + 3\epsilon - 5\epsilon' \\ + 55^d.19'.21'' + i.43'' \end{matrix} \right\},$$

de l'expression de v; en la prenant avec le signe — & en changeant le sinus en cosinus; on aura ainsi

$$- \ 0,00210568 . \text{cos.} \left\{ \begin{matrix} 3nt - 5n't + 3\epsilon - 5\epsilon' \\ + 55^d\, 19'.21''. + i.43'' \end{matrix} \right\},$$

pour la partie correspondante de $m'\delta r$. Il faut, pour une plus grande exactitude, substituer dans ces différens termes de l'expression de $m'\delta r$, au lieu de $nt + \epsilon$ & de $n't + \epsilon'$, les longitudes moyennes corrigées par les grandes inégalités.

On déterminera le demi-grand axe a de l'orbite de Jupiter, comme nous avons déterminé dans l'*article XL*, le demi-grand axe a' de l'orbite de Saturne, & l'on trouvera

$$a = 5,202790.$$

L X.

Il ne s'agit plus que d'avoir les élémens elliptiques de l'orbite de Jupiter. Le plus important à déterminer avec exactitude, est son moyen mouvement sydéral; M. de Lambre a formé pour cet objet, trente-deux équations de condition, analogues à celles que j'ai données dans l'*article XLIII*, pour Saturne; elles sont relatives aux oppositions des années

1586, 1590, 1664, 1666, 1676, 1678, 1682, 1690,
1694, 1697, 1699, 1702, 1708, 1711, 1716, 1721,
1735, 1738, 1740, 1749, 1752, 1756, 1759, 1761,
1765, 1767, 1768, 1770, 1777, 1780, 1782, 1785.

Ces oppositions combinées deux à deux, & dont les seize premières sont respectivement éloignées des seize dernières, de cinq, de dix & de quinze révolutions de Jupiter, m'ont fait voir qu'il faut diminuer de $0'',5179$ le moyen mouvement sydéral de cette planète, donné dans l'*article XXIX*; ainsi ce mouvement, dans l'intervalle de trois cents soixante-cinq jours, est à très-peu-près de $30^d\ 19'\ 41'',5$, ou de $109181'',5$; & comme il est donné par un grand nombre d'observations éloignées entre elles, il doit être regardé comme fort exact. En corrigeant ensuite les autres élémens de l'orbite elliptique de Jupiter, au moyen des oppositions modernes discutées avec le plus grand soin par M. de Lambre, je suis parvenu aux formules suivantes pour déterminer le lieu de Jupiter.

L X I.

Formules pour déterminer le lieu de Jupiter.

On déterminera d'abord les valeurs de φ & de φ', comme dans l'*article LIII;* ensuite on déterminera l'angle ϖ, par la formule

$$\varpi = 6^s\ 10^d\ 21'\ 4'' + i.6'',48092,$$

i étant toujours le nombre des années Juliennes écoulées depuis 1750; la longitude de Jupiter comptée sur son orbite, de l'équinoxe mobile, sera

$$\begin{aligned} i.50'',25 + \varphi & - [19827'',3 + i.0'',5536].\text{fin.}\ (\varphi - \varpi) \\ & + [\ 595'',4 + i.0'',033\ ].\text{fin.}2.(\varphi - \varpi) \\ & - 24'',8\ .\ \text{fin.}\ 3.(\varphi - \varpi) \\ & + 1'',2\ .\ \text{fin.}\ 4.(\varphi - \varpi) \\ & - 82'',7\ .\ \text{fin.}\ (\varphi - \varphi') \\ & + 204'',3\ .\ \text{fin.}\ 2\ (\varphi - \varphi') \\ & + 17'',0\ .\ \text{fin.}\ 3.(\varphi - \varphi') \\ & + 3'',9\ .\ \text{fin.}\ 4.(\varphi - \varphi') \\ & + 11'',6\ .\ \text{fin.}\ (\varphi' + 45^d\ 4') \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&- 138'',4.\sin.(2\varphi' - \varphi + 13^d 33' 7'' - i.13'',7) \\
&- 87'',4.\sin.(3\varphi' - 2\varphi + 61^d 59' 48'' - i.21'',9) \\
&+ 16'',0.\sin.(4\varphi' - 3\varphi + 62^d 51' 19'') \\
&- 5'',4.\sin.(2\varphi - \varphi' + 16^d 1' 27'') \\
&- 12'',8.\sin.(2\varphi' - 3\varphi + 8^d 30' 15'') \\
&+ 167'',0.\sin.(3\varphi - 5\varphi' + 55^d 19' 21'' + i.43'') \\
&+ 13'',0.\sin.(\varphi - 3\varphi' + 58^d 31' 0'') \\
&+ 10'',0.\sin.(4\varphi - 5\varphi' + 45^d 16' 32'').
\end{aligned}
$$

Le rayon vecteur de Jupiter, sera

$$
\begin{aligned}
&5,208741 + (0,249916 + i.0,000006982).\cos.(\varphi - \varpi) \\
&- 0,006004.\cos.2.(\varphi - \varpi) \\
&+ 0,000217.\cos.3.(\varphi - \varpi) \\
&- 0,000009.\cos.4.(\varphi - \varpi) \\
&+ 0,00067648.\cos.(\varphi - \varphi') \\
&- 0,00289562.\cos.2.(\varphi - \varphi') \\
&- 0,00030196.\cos.3.(\varphi - \varphi') \\
&- 0,00007821.\cos.4.(\varphi - \varphi') \\
&- 0,00092700.\sin.(2\varphi - 3\varphi' + 27^d 14' 10'') \\
&- 0,002105 68.\cos.(3\varphi - 5\varphi' + 55^d 19' 21'' + i.43'').
\end{aligned}
$$

La longitude du nœud ascendant de Jupiter, rapportée à l'écliptique vraie & à l'équinoxe mobile, sera

$$3^s 7^d 54' 22'' + i.35'',7$$

enfin l'inclinaison de son orbite sur l'écliptique vraie, sera

$$1^d 19' 2'' - i.0'',224.$$

Il sera facile, au moyen de ces formules, d'avoir la longitude & la latitude géocentrique de Jupiter, pour un

instant quelconque; elles servent de fondement aux nouvelles tables de cette planète que M. de Lambre a construites : j'ai seulement changé, pour la commodité du calcul, le terme du rayon vecteur

$$- 0{,}00092700 . \text{sin.} (2 \varphi - 3 \varphi' + 27^d\ 14'\ 10''),$$

dans celui-ci qui en diffère très-peu,

$$- 0{,}00092700 . \text{cos.} (3 \varphi' - 2 \varphi + 61^d\ 59'\ 48'' - i . 21'',9);$$

par ce léger changement, les argumens du rayon vecteur deviennent les mêmes que ceux de la longitude.

LXII.

Comparaison de la Théorie de Jupiter, avec les observations anciennes.

Les formules de l'*art. précédent*, ne doivent s'étendre qu'à un ou deux siècles avant & après 1750. Pour comparer la théorie de Jupiter aux observations anciennes, il faut employer la méthode que nous avons donnée dans l'*art. XL*, relativement à Saturne. Cette méthode consiste, 1.° à déterminer par les formules de l'*art. XXXI*, les positions de l'aphélie & des nœuds de Jupiter, pour l'instant de l'observation, & rapportées à l'équinoxe fixe de 1750, ainsi que les valeurs de l'excentricité & de l'inclinaison de son orbite, en observant que l'excentricité e de Jupiter en 1750, étoit, 0,0480767; 2.° à calculer les longitudes moyennes de Jupiter & de Saturne, rapportées au même équinoxe, & les deux grandes inégalités de ces planètes, ce qui donnera les valeurs de φ & de φ'; 3.° à déterminer les deux angles X & Y, au moyen des formules

$$\varphi - \varpi = X + e . \text{sin.}\ X$$

$$\text{tang.} \tfrac{1}{2} Y = \sqrt{\left(\frac{1 - e}{1 + e}\right)} . \text{tang.} \tfrac{1}{2} X;$$

la longitude vraie de Jupiter ſur ſon orbite, ſera $Y + \varpi$, plus la ſomme des équations de ſon mouvement en longitude, & dont la loi des variations a été déterminée pour les plus conſidérables; 4.° à déterminer le rayon vecteur de Jupiter, en ajoutant à la quantité $a.(1 + e.\text{coſ.}\,X)$, la ſomme des petites équations de ce rayon; 5.° à réduire la longitude de Jupiter & ſon rayon vecteur, au plan fixe de l'écliptique de 1750, & à en conclure ſa longitude-géocentrique rapportée à ce plan; 6.° enfin, à comparer au réſultat de ce calcul, l'obſervation ancienne, réduite au même plan & à l'équinoxe de 1750; cela poſé:

Conſidérons d'abord l'obſervation chaldéenne de Jupiter, faite l'an 240 avant notre ère, & rapportée dans l'Almageſte de Ptolémée. Suivant cette obſervation, le 3 Septembre de l'an 240 avant notre ère, à $13^h\,45'$ temps moyen à Paris, Jupiter parut occulter l'étoile nommée *l'âne auſtral.* Suivant le catalogue de M. l'Abbé de la Caille, la longitude de cette étoile étoit, au commencement de 1750, de $4^s\,5^d\,13'\,46''$; cette étoile ne paroît pas avoir varié depuis Hipparque juſqu'à nos jours; nous pouvons donc ſuppoſer ſans erreur ſenſible, que l'an 240 avant notre ère, à $13^h\,45'$, la longitude géocentrique de Jupiter étoit de $4^s\,5^d\,13'\,46''$: voyons ce qu'elle devoit être ſuivant notre théorie.

Je trouve d'abord pour l'époque de l'obſervation,

$$n\,t + \varepsilon = 3^s\,20^d\,42'\,32'',6$$

$$n'\,t + \varepsilon' = 1^s\,9^d\,33'\,59'',$$

ce qui donne $-\,15'\,25'',9$ pour la grande inégalité de Saturne, & $+\,6'\,36'',6$ pour celle de Jupiter, & par conſéquent

$$\varphi = 3^s\,20^d\,49'\,13'',0$$

$$\varphi' = 1^s\,9^d\,18'\,34'';$$

j'ai trouvé ensuite pour la même époque,

$$\varpi = [illegible]^s\ 6^d\ 58'\ 29''$$

$$e = 0{,}0452960\ ;$$

d'où j'ai conclu

$$Y + \varpi = 3^s\ 25^d\ 47'\ 7''.$$

J'ai trouvé + 2' 6" pour la somme des petites équations de Jupiter; ainsi la longitude de cette planète, rapportée à son orbite & à l'équinoxe fixe de 1750, étoit $3^s\ 25^d\ 49'\ 13''$. Le rayon vecteur de Jupiter étoit alors 5,27341, celui du Soleil étoit 0,99823; la longitude du Soleil rapportée à l'équinoxe de 1750, étoit de $6^s\ 4^d\ 59'\ 59''$, d'où j'ai conclu la parallaxe de l'orbe annuel, égale à $9^d\ 24'\ 46''$. Enfin j'ai trouvé la réduction à l'écliptique de 1750, égale à − 18", ce qui donne pour la longitude géocentrique de Jupiter, rapportée à l'écliptique & à l'équinoxe fixe de 1750, $4^s\ 5^d\ 13'\ 41''$. La longitude observée étoit de $4^s\ 5^d\ 13'\ 46''$; ainsi la différence de la théorie d'avec l'observation, n'est que de 5". Cet accord remarquable établit invinciblement l'uniformité du moyen mouvement de Jupiter; il fait voir que l'équation séculaire admise par les Astronomes, dans la théorie de cette Planète, en doit être rejetée.

LXIII.

CONSIDÉRONS maintenant les observations de Jupiter, faites par Ptolémée, & rapportées dans son Almageste. M. de Cassini en a donné le détail dans ses Élémens d'Astronomie : voici ces observations réduites au méridien de Paris.

L'an 133 de notre ère, le 17 Mai, à $9^h\ 8'$, temps moyen à Paris, la longitude géocentrique de Jupiter étoit, suivant Ptolémée, de $7^s\ 23^d\ 11'$.

L'an 136, 31 Août, à $8^h\ 8'$, elle étoit de $11^s\ 7^d\ 54'$.

L'an 137, 7 Octobre, à $15^h\ 8'$, elle étoit de $0^s\ 14^d\ 23'$.

Enfin, l'an 139, 10 Juillet, à $15^h\ 8'$, elle étoit de $2^s\ 15^d\ 45'$.

Ces observations doivent être corrigées comme celles de Saturne l'ont été dans l'*art.* *XLVIII*, en les réduisant d'abord à l'équinoxe du 16 Septembre de l'an 128 avant notre ère; pour cela, il faut en retrancher le produit du nombre des années écoulées depuis cette époque, jusqu'à l'instant de chaque observation, par 36", précession annuelle des équinoxes, suivant Ptolémée. Ces longitudes géocentriques deviendront ainsi:

$7^s\ 20^d\ 34'\ 37''$
$11^s\ 5^d\ 15'\ 39''$
$0^s\ 11^d\ 44'\ 0''$
$2^s\ 13^d\ 4'\ 55''$.

Pour les réduire à l'équinoxe fixe de 1750, il faut leur ajouter, par l'*art.* *XLVIII*, $26^d\ 9'\ 25''$; ce qui les change dans celles-ci

$8^s\ 16^d\ 44'\ 2''$
$0^s\ 1^d\ 25'\ 4''$
$1^s\ 7^d\ 53'\ 25''$
$3^s\ 9^d\ 14'\ 20''$.

En calculant les longitudes géocentriques de Jupiter pour les mêmes instans, j'ai trouvé les suivantes:

$8^s\ 16^d\ 50'\ 50''$
$0^s\ 1^d\ 41'\ 24''$
$1^s\ 8^d\ 8'\ 52''$
$3^s\ 9^d\ 9'\ 34''$.

Ainsi les différences de la théorie d'avec les observations de Ptolémée, sont respectivement

$+6'\ 48''$, $+16'\ 20''$, $+15'\ 27''$, $-4'\ 46''$.

On

On ne doit point desirer un plus grand accord, si l'on considère l'imperfection de ces observations, & l'incertitude des réductions dont nous avons fait usage pour les rapporter à l'équinoxe de 1750. En général, les observations anciennes, celles même d'Hipparque, comportent des erreurs de 15', & il paroît que Ptolémée observoit avec moins de précision encore; car ses observations sur les étoiles, comparées à celles d'Hipparque, lui ont donné 36" de précession annuelle des équinoxes; ce qui suppose des erreurs considérables dans ces observations.

Nous avons encore une observation ancienne de Jupiter, que Bouillaud a tirée d'un manuscrit de la Bibliothèque du Roi. Suivant cette observation réduite à nos époques, le 26 Septembre de l'an 508 de notre ère, à 16^h, temps moyen à Paris, la longitude de Jupiter parut la même que celle de *Regulus* ou du Cœur du Lion.

En calculant par nos formules, la longitude géocentrique de Jupiter pour le même instant, & rapportée à l'équinoxe de 1750, je l'ai trouvée égale à $4^f\ 26^d\ 27'\ 26''$. Voyons quelle étoit la longitude de *Regulus* rapportée au même équinoxe.

Suivant le catalogue de M. l'Abbé de la Caille, la longitude de *Regulus*, au commencement de 1750, étoit $4^f\ 26^d\ 21'\ 12''$; mais M. Maskeline a trouvé que cette étoile a un mouvement propre de — 41" par siècle, en ascension droite, & par conséquent de — 42",5 environ, en longitude; il faut donc ajouter à la longitude précédente, le produit de 42",5 par le nombre de siècles écoulés depuis l'instant de l'observation de Jupiter, jusqu'en 1750, pour avoir la longitude de *Regulus* à cet instant. On aura ainsi $4^f\ 26^d\ 30'\ 0''$, pour cette longitude. La théorie ne diffère donc de l'observation que de 2' 37", ce qui est d'une précision suffisante, & ce qui prouve l'exactitude des élemens dont nous avons fait usage dans la théorie de Jupiter.

FAUTES essentielles à corriger dans la Théorie précédente de Jupiter & de Saturne.

QUOIQUE ces fautes aient déjà été corrigées, dans l'*Errata* du volume précédent de nos Mémoires, j'ai cru devoir rapporter ici ces corrections essentielles.

Page 76, ligne 10, au lieu de $\frac{m' n T}{4}$, lisez $\frac{m' n T}{2}$.

Ibidem, ligne 12, au lieu de $\frac{m n' T}{4}$, lisez $\frac{m n' T}{2}$.

Page 113, ligne antipénultième, au lieu de $\frac{b_{\frac{3}{2}}^{(1)}}{a^3}$, lisez $\frac{b_{\frac{3}{2}}^{(1)}}{a'^{3}}$.

Ibidem, ligne dernière, au lieu de $\frac{m n' T}{4} \cdot b_{\frac{3}{2}}^{1))}$, lisez $\frac{m n' T}{4} \alpha . b_{\frac{3}{2}}^{(1)}$.

Page 114, ligne 2, au lieu de

$$\overline{\underline{|1,0|}} = \frac{m n' T}{2 \alpha^2} \cdot [(1 + \alpha^2) \cdot b_{\frac{3}{2}}^{(1)} - 3 b_{\frac{3}{2}}^{(0)}],$$

lisez

$$\overline{\underline{|1,0|}} = \frac{m n' T}{2} \cdot [(1 + \alpha^2) \cdot b_{\frac{3}{2}}^{(1)} - 3 \alpha \cdot b_{\frac{3}{2}}^{(0)}].$$



SUR L'ÉQUATION SÉCULAIRE DE LA LUNE.

Par M. DE LA PLACE.

HALLEY s'est aperçu le premier, de l'accélération du moyen mouvement de la Lune; mais ce grand Astronome n'y a point eu égard dans ses tables. M.rs Dunthorne & Mayer ont examiné de nouveau ce point important de la théorie lunaire: par une discussion exacte & détaillée des observations, ils ont reconnu que le même moyen mouvement de la Lune ne peut satisfaire à la fois aux observations des Chaldéens, à celles des Arabes, & aux observations modernes. Ils ont essayé de les représenter, en ajoutant aux longitudes moyennes de ce satellite, une quantité proportionnelle au carré du nombre des siècles écoulés depuis 1700. Cette correction qui suppose que le mouvement de la Lune s'accélère en raison des temps, est ce que l'on nomme *équation séculaire.* M. Dunthorne l'a faite de dix secondes pour le premier siècle; Mayer ne l'a portée qu'à sept secondes dans ses premières tables de la Lune, & à neuf secondes dans les dernières; enfin M. de la Lande a repris cette matière & l'a discutée avec soin dans nos Mémoires pour 1757; ses recherches l'ont conduit à une équation séculaire de 9",886 pour le premier siècle.

Les observations Arabes, dont on a principalement fait usage, sont deux éclipses de Soleil observées au Caire, en 977 & 978: elles ont paru suspectes à quelques Astronomes, ce qui a fait naître des doutes sur l'équation séculaire de la Lune; mais les observations modernes comparées aux anciennes, suffisent pour en établir l'existence. En effet, M. de Lambre a déterminé, au moyen d'un grand nombre d'observations du dernier siècle & de celui-ci, le mouvement séculaire actuel de la Lune, avec une précision qui

laiſſe à peine une incertitude de quelques ſecondes; il ne l'a trouvé que de vingt-cinq ſecondes environ plus petit que celui de Mayer, tandis que les obſervations anciennes s'accordent à donner un mouvement ſéculaire moindre de trois ou quatre minutes. Le mouvement de la Lune s'eſt donc accéléré depuis les Chaldéens; & les obſervations arabes faites dans l'intervalle qui nous en ſépare, venant à l'appui de ce réſultat, il eſt impoſſible de le révoquer en doute.

Maintenant, quelle eſt la cauſe de ce phénomène? la gravitation univerſelle qui nous a fait connoître ſi exactement les nombreuſes inégalités de la Lune, rend-elle également raiſon de ſon équation ſéculaire? Ces queſtions ſont d'autant plus intéreſſantes à réſoudre, que ſi l'on y parvient, on aura la loi des variations ſéculaires du mouvement de la Lune, qui nous eſt encore inconnue; car on ſent bien que l'hypothèſe d'une accélération proportionnelle aux temps, admiſe par les Aſtronomes, n'eſt qu'approchée, & ne doit point s'étendre à un temps illimité.

Les Géomètres ſe ſont fort occupés de cet objet, & l'Académie en a fait pluſieurs fois le ſujet de ſes Prix; mais les recherches que l'on a tentées à cet égard, n'ont fait découvrir, ſoit dans l'action du Soleil & des Planètes ſur la Lune, ſoit dans les figures non ſphériques de ce ſatellite & de la Terre, rien qui puiſſe ſenſiblement altérer le moyen mouvement de la Lune; & pour expliquer ſon équation ſéculaire, on a été forcé de recourir à différentes hypothèſes, telles que la réſiſtance de l'éther, la tranſmiſſion ſucceſſive de la gravité, l'action des comètes, &c.

Cependant, la correſpondance des autres phénomènes céleſtes avec la théorie de la peſanteur, eſt ſi parfaite & ſi ſatisfaiſante, que l'on ne peut voir ſans regret l'équation ſéculaire de la Lune ſe refuſer à cette théorie, & faire ſeule, exception à une loi générale & ſimple, dont la découverte, par la grandeur & la variété des objets qu'elle embraſſe, fait tant d'honneur à l'eſprit humain. Cette

réflexion m'a déterminé à conſidérer de nouveau ce phénomène, & après quelques tentatives, je ſuis enfin parvenu à en découvrir la cauſe.

L'équation ſéculaire de la Lune eſt dûe à l'action du *Soleil* ſur ce ſatellite, combinée avec la variation de l'excentricité de l'orbite terreſtre. Pour ſe former de cette cauſe, la plus juſte idée que l'on puiſſe avoir ſans le ſecours de l'analyſe, il faut obſerver que l'action du Soleil tend à diminuer la peſanteur de la Lune vers la Terre, & par conſéquent à dilater ſon orbite, ce qui entraîne un ralentiſſement dans ſa vîteſſe angulaire. Quand le Soleil eſt périgée, ſon action devenue plus puiſſante agrandit l'orbite lunaire; mais cette orbite ſe contracte, lorſque le Soleil étant vers ſon apogée, agit moins fortement ſur la Lune. De-là naît dans le mouvement de ce ſatellite, l'équation annuelle dont la loi eſt exactement la même que celle de l'équation du centre du Soleil, à la différence près du ſigne, en ſorte que l'une de ces équations diminue quand l'autre augmente.

L'action du Soleil ſur la Lune varie encore par des nuances inſenſibles, relatives aux altérations que l'orbite de la Terre éprouve de la part des Planètes. On ſait que l'attraction de ces corps change à la longue, les élémens de l'ellipſe que la Terre décrit autour du Soleil. Son grand axe eſt toujours le même; mais ſon excentricité, ſon inclinaiſon ſur un plan fixe, la poſition de ſes nœuds & de ſon aphélie, varient ſans ceſſe; or, la force moyenne du Soleil, pour dilater l'orbe de la Lune, dépend du carré de l'excentricité de l'orbite terreſtre; elle augmente & diminue avec cette excentricité: il doit donc en réſulter dans le mouvement de la Lune, des variations contraires, analogues à l'équation annuelle, mais dont les périodes incomparablement plus longues, embraſſent un grand nombre de ſiècles. Maintenant que l'excentricité de l'orbite terreſtre diminue, ces inégalités accélèrent le mouvement de la Lune; elles le r[illegible], quand cette excentricité parvenue à ſon [illegible] pour conn[illegible]

Les mouvemens des nœuds & de l'apogée de la Lune, ſont pareillement aſſujettis à des équations ſéculaires d'un ſigne oppoſé à celui de l'équation du moyen mouvement, & dont le rapport avec elle eſt de 1 à 4 pour les nœuds, & de 7 à 4 pour l'apogée. Quant aux variations de la moyenne diſtance, elles ſont inſenſibles, & n'influent pas d'une demi-ſeconde ſur la parallaxe de ce ſatellite; il n'eſt donc point à craindre qu'il ſe précipite un jour ſur la Terre, comme cela auroit lieu ſi ſon équation ſéculaire étoit dûe à la réſiſtancede l'éther, ou à la tranſmiſſion ſucceſſive de la peſanteur.

L'action moyenne du Soleil ſur la Lune dépend encore de l'inclinaiſon de l'orbite lunaire ſur l'écliptique, & l'on pourroit croire que la poſition de l'écliptique étant variable, il doit en réſulter dans le mouvement de la Lune, des inégalités ſemblables à celles que produit la diminution de l'excentricité de l'orbite terreſtre. Mais j'ai trouvé que l'orbite lunaire eſt ramenée ſans ceſſe par l'action du Soleil, à la même inclinaiſon ſur celle de la Terre, en ſorte que les plus grandes & les plus petites déclinaiſons de la Lune ſont aſſujetties, en vertu des variations de l'écliptique, aux mêmes changemens que celles du Soleil. Enfin je me ſuis aſſuré que ni l'action directe des Planètes ſur la Lune, ni les figures non ſphériques de ce Satellite & de la Terre, ne peuvent altérer ſon moyen mouvement.

L'inégalité ſéculaire du mouvement de la Lune eſt périodique, mais il lui faut des millions d'années pour ſe rétablir. L'exceſſive lenteur avec laquelle elle varie, l'auroit rendue imperceptible depuis les obſervations anciennes, ſi ſa valeur, en s'élevant à un grand nombre de degrés, ne produiſoit pas des différences conſidérables entre les mouvemens ſéculaires de la Lune, obſervés à diverſes époques. Les ſiècles ſuivans développeront la loi de ſa variation; on pourroit même dès-à-préſent, la connoître & devancer les obſervations, ſi les maſſes des Planètes étoient bien déterminées: mais cette détermination ſi deſirable pour la per-

fection des théories astronomiques, nous manque encore. La postérité à qui elle est réservée, aura l'avantage de juger des états passés & à venir, du système du Monde, avec la même évidence que de son état présent; elle verra sans doute avec reconnoissance, que les Géomètres de ce siècle ont indiqué les causes de tous les phénomènes célestes, & qu'ils en ont donné les expressions analytiques, dans lesquelles il n'y a plus qu'à substituer les valeurs de quantités que l'observation seule peut faire connoître.

Jupiter dont nous avons exactement la masse, est heureusement celle des Planètes qui a le plus d'influence sur l'inégalité séculaire de la Lune. En adoptant sur les masses des autres Planètes, les suppositions les plus vraisemblables, & en réduisant en série, l'expression de cette inégalité; le terme proportionnel au carré du temps m'a donné une équation de onze secondes pour le premier siècle, à partir de 1700. Mais j'ai reconnu qu'en remontant aux observations chaldéennes, le terme proportionnel au cube du temps devenoit sensible, & j'en ai déterminé la valeur. En comparant ensuite les observations avec la théorie, j'ai trouvé entr'elles un accord qui paroîtra surprenant, si l'on considère l'imperfection des observations anciennes, la manière vague dont elles nous ont été transmises, & l'incertitude qui reste encore sur les masses de Vénus & de Mars.

Il est assez remarquable que la diminution de l'excentricité de l'orbite solaire, soit beaucoup plus sensible dans le mouvement de la Lune, que par elle même; cette diminution qui, depuis l'éclipse la plus ancienne dont nous ayons connoissance, n'a pas été de quatre minutes, a produit plus d'un degré & demi d'altération dans le mouvement de la Lune; on pouvoit à peine la soupçonner d'après les observations du Soleil faites par Hipparque & Ptolémée, mais les anciennes éclipses la rendent incontestable.

Il se présente ici une question intéressante à résoudre. La Lune ne doit-elle pas, en vertu des grandes inégalités

que nous venons de considérer, offrir successivement tous les points de sa surface à la Terre? l'égalité des mouvemens de rotation & de révolution de ce satellite, rend, comme on sait, une moitié de sa surface invisible pour nous; les inégalités périodiques de ces mouvemens nous en découvrent seulement quelques parties, en nous cachant les parties opposées de la moitié visible, ce qui produit le phénomène connu sous le nom de *libration;* l'étendue de ce phénomène dépend de la grandeur des inégalités de la Lune; ainsi les inégalités séculaires de son mouvement, s'élevant à plusieurs circonférences, elles semblent devoir nous découvrir à la longue, tous les points de son équateur. Mais en soumettant cet objet à l'analyse, il est facile de s'assurer que l'action de la Terre ramène sans cesse vers son centre, le grand axe de l'équateur lunaire, & dirige constamment vers nous, la même face de la Lune. C'est en vertu de cette action, que les moyens mouvemens de cet astre sur lui-même & dans son orbite, sont devenus parfaitement égaux, quoiqu'ils aient différé à l'origine; elle fait participer encore le mouvement de rotation de la Lune aux inégalités séculaires de son mouvement de révolution, à cause de l'excessive lenteur avec laquelle ces inégalités varient.

J'ai donné dans un autre ouvrage, la théorie des équations séculaires de Jupiter & de Saturne, & j'ai prouvé qu'elles dépendent de deux grandes inégalités jusqu'à présent inconnues, & dont la période est d'environ neuf cents dix-huit ans. Si l'on réunit ces recherches à celles dont je présente ici les résultats, on aura une théorie complète de toutes les équations séculaires observées par les Astronomes, dans les mouvemens célestes. J'ose espérer que l'on verra avec plaisir, ces phénomènes qui sembloient inexplicables par la loi de la pesanteur, ramenés à cette loi dont ils fournissent une confirmation nouvelle & frappante. Maintenant que leur cause est connue, l'uniformité des moyens mouvemens de rotation & de révolution des corps célestes, & la constance de leurs distances moyennes aux foyers des

forces

forces principales qui les animent, deviennent des vérités d'observation & de théorie. J'ai fait voir ailleurs, que quelles que soient les masses des Planètes & des satellites, par cela seul que tous ces corps tournent dans le même sens & dans des orbes peu excentriques & peu inclinés les uns aux autres; leurs inégalités séculaires sont périodiques. Ainsi le système du Monde ne fait qu'osciller autour d'un état moyen dont il ne s'écarte jamais que d'une très-petite quantité. Il jouit, en vertu de sa constitution & de la loi de la pesanteur, d'une stabilité qui ne peut être détruite que par des causes étrangères; & nous sommes certains que leur action est insensible depuis les observations les plus anciennes jusqu'à nos jours. Cette stabilité du système du Monde, qui en assure la durée, est un des phénomènes les plus dignes d'attention, en ce qu'il nous montre dans le ciel, pour maintenir l'ordre de l'Univers, les mêmes vues que la Nature a si admirablement suivies sur la Terre, pour conserver les individus & perpétuer les espèces.

I.

Soient x, y, z, les trois coordonnées de la Lune, rapportées au centre de la Terre; x', y', z', celles du Soleil, rapportées au même point; soit de plus

$$r = \sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)}; \quad r' = \sqrt{(x'^2 + y'^2 + z'^2)};$$

nommons S la masse du Soleil, & R la quantité,

$$\frac{S.(xx' + yy' + zz')}{r'^3} - \frac{S}{\sqrt{[(x' - x)^2 + (y' - y)^2 + (z' - z)^2]}};$$

enfin représentons par l'unité, la somme des masses de la Terre & de la Lune, & par ∂t l'élément du temps supposé constant; nous aurons les trois équations différentielles suivantes:

$$\left.\begin{aligned} 0 &= \frac{\partial\partial x}{\partial t^2} + \frac{x}{r^3} + \left(\frac{\partial R}{\partial x}\right) \\ 0 &= \frac{\partial\partial y}{\partial t^2} + \frac{y}{r^3} + \left(\frac{\partial R}{\partial y}\right) \\ 0 &= \frac{\partial\partial z}{\partial t^2} + \frac{z}{r^3} + \left(\frac{\partial R}{\partial z}\right) \end{aligned}\right\} ; (A)$$

Si l'on multiplie la première de ces équations par ∂x, la seconde par ∂y, la troisième par $d z$; qu'ensuite on les ajoute, & que l'on désigne par la caractéristique d, la différentielle prise par rapport aux seules coordonnées x, y, z; on aura, après avoir intégré,

$$0 = \frac{\partial x^2 + \partial y^2 + \partial z^2}{\partial t^2} - \frac{2}{r} + \frac{1}{a} + 2.\int dR;$$

a étant une constante arbitraire qui, comme l'on sait, est le demi-grand axe de l'ellipse que la Lune décriroit sans la force perturbatrice du Soleil.

En ajoutant l'intégrale précédente, à la somme des équations (A) multipliées respectivement par x, y, z, on aura l'équation différentielle,

$$0 = \frac{x.\partial\partial x + y.\partial\partial y + z.\partial\partial z + \partial x^2 + \partial y^2 + \partial z^2}{\partial t^2} - \frac{1}{r} + \frac{1}{a}$$
$$+ 2.\int dR + x.\left(\frac{\partial R}{\partial x}\right) + y.\left(\frac{\partial R}{\partial y}\right) + z.\left(\frac{\partial R}{\partial z}\right);$$

mais on a

$$x\partial\partial x + y\partial\partial y + z\partial\partial z + \partial x^2 + \partial y^2 + \partial z^2 = \tfrac{1}{2}.d^2.r^2;$$

partant,

$$0 = \frac{\partial^2.r^2}{2\partial t^2} - \frac{1}{r} + \frac{1}{a}$$
$$+ 2.\int dR + x.\left(\frac{\partial R}{\partial x}\right) + y.\left(\frac{\partial R}{\partial y}\right) + z.\left(\frac{\partial R}{\partial z}\right).$$

Si l'on intègre cette équation, dans la supposition de $R = 0$; on aura la valeur de r, relative au mouvement elliptique de la Lune. Soit δr la partie de r, dûe à l'action du Soleil; en substituant au lieu de r, dans l'équation précédente, $r + \delta r$, r étant ici la partie du rayon vecteur relative au mouvement elliptique; on aura, en négligeant le carré des forces perturbatrices,

$$\left.\begin{aligned} 0 = \frac{\partial^2.(r\delta r)}{\partial t^2} + \frac{r\delta r}{r^3} + 2.\int dR + x.\left(\frac{\partial R}{\partial x}\right) \\ + y.\left(\frac{\partial R}{\partial y}\right) + z.\left(\frac{\partial R}{\partial z}\right) \end{aligned}\right\}; (B).$$

La somme des trois équations différentielles (A), multipliées respectivement par x, y, z, donne

$$0 = \frac{x\partial\partial x + y\partial\partial y + z\partial\partial z}{\partial t^2} + \frac{1}{r} + x.\left(\frac{\partial R}{\partial x}\right) + y.\left(\frac{\partial R}{\partial y}\right) + z.\left(\frac{\partial R}{\partial z}\right).$$

Soit ∂v l'angle infiniment petit intercepté entre les deux rayons r & $r + \partial r$, on aura

$$\partial x^2 + \partial y^2 + \partial z^2 = \partial r^2 + r^2\partial v^2;$$

partant,

$$x\partial\partial x + y\partial\partial y + z\partial\partial z = \partial(r\partial r) - \partial x^2 - \partial y^2 - \partial z^2 = r\partial\partial r - r^2\partial v^2;$$

ce qui donne

$$\left.\begin{aligned} 0 = \frac{r\partial\partial r - r^2\partial v^2}{\partial t^2} + \frac{1}{r} + x.\left(\frac{\partial R}{\partial x}\right) \\ + y.\left(\frac{\partial R}{\partial y}\right) + z.\left(\frac{\partial R}{\partial z}\right); \end{aligned}\right\} (C).$$

Supposons que par l'action du Soleil, ∂v augmente de $\partial\delta v$, cette équation donnera, en négligeant le carré des forces perturbatrices,

$$0 = \frac{r\partial\partial\delta r + \delta r\partial\partial r - 2r\delta r.\partial v^2 - 2r^2\partial v.\partial\delta v}{\partial t^2} - \frac{\delta r}{r^2} + x.\left(\frac{\partial R}{\partial x}\right) + y.\left(\frac{\partial R}{\partial y}\right) + z.\left(\frac{\partial R}{\partial z}\right).$$

Mais on a dans l'hypothèse elliptique,

$$r^2\partial v = \partial t.\sqrt{[a.(1 - e^2)]},$$

e étant l'excentricité de l'orbite lunaire; de plus, si l'on fait $R = 0$, dans l'équation (C), elle donnera

$$\frac{r.\partial v^2}{\partial t^2} = \frac{\partial\partial r}{\partial t^2} + \frac{1}{r^2};$$

on aura donc

$$0 = \frac{r.\partial\partial\delta r - \delta r.\partial\partial r}{\partial t^2} - \frac{3r.\delta r}{r^3} - \frac{2\partial\delta v}{\partial t}.\sqrt{[a(1 - e^2)]} + x.\left(\frac{\partial R}{\partial x}\right) + y.\left(\frac{\partial R}{\partial y}\right) + z.\left(\frac{\partial R}{\partial z}\right).$$

Si l'on ſubſtitue au lieu de $\frac{r\delta r}{r^3}$, ſa valeur tirée de l'équation (B), on aura

$$\frac{2\,\partial\delta v}{\partial t}.\sqrt{[a(1-e^2)]} = \frac{\partial(r\partial\delta r - \delta r\partial r)}{\partial t^2} + \frac{3.\partial^2(r\delta r)}{\partial t^2}$$
$$+ 6\int dR + 4.[x(\frac{\partial R}{\partial x}) + y(\frac{\partial R}{\partial y}) + z(\frac{\partial R}{\partial z})].$$

Soit $n\,t$, le moyen mouvement ſydéral de la Lune, on aura $n^2 = \frac{1}{a^3}$; l'équation précédente donnera donc en l'intégrant,

$$\left.\begin{array}{l} \delta v = \frac{\partial(r\delta r) + r\partial\delta r}{a^2 n\partial t.\sqrt{(1-e^2)}} + 3a.\int\frac{n\partial t\int dR}{\sqrt{(1-e^2)}} \\ + 2a.\int n\partial t.\frac{[x(\frac{\partial R}{\partial x}) + y(\frac{\partial R}{\partial y}) + z(\frac{\partial R}{\partial z})]}{\sqrt{(1-e^2)}} \end{array}\right\} (D).$$

II.

REPRENONS maintenant la valeur de R: en la réduiſant en ſérie, on aura

$$R = -\frac{S}{r'} + \frac{S}{2r'^3}.[r^2 - \frac{3.(xx' + yy' + zz')^2}{r'^2} + \&c].$$

r' étant conſidérablement plus grand que r, on peut s'en tenir à ces termes de la ſérie. Prenons pour plan fixe des x & des y, un plan très-peu incliné à celui de l'écliptique; ſoit γ la tangente de l'inclinaiſon de l'orbite lunaire ſur ce plan; Π la longitude de ſon nœud aſcendant; ſoient γ' & Π' les mêmes quantités relativement au Soleil; ſoit de plus, v la longitude de la Lune comptée ſur ſon orbite, en partant du rayon vecteur dont l'axe des x, eſt la projection ſur le plan des x & des y; ſoit $v_{,}$ cette même longitude rapportée à ce dernier plan, & comptée de l'axe des x; nommons v' & $v'_{,}$ les mêmes quantités relativement au

Soleil; on aura, en négligeant les quatrièmes puissances de γ & de γ',

$$v_{,} = v - \frac{\gamma^2}{4}.\text{fin.}\, 2\,\Pi - \frac{\gamma^2}{4}.\text{fin.}(2v - 2\,\Pi);$$

$$v'_{,} = v' - \frac{\gamma'^2}{4}.\text{fin.}\, 2\,\Pi' - \frac{\gamma'^2}{4}.\text{fin.}(2v' - 2\,\Pi').$$

Si l'on nomme s la latitude de la Lune au-dessus du plan fixe, & s' celle du Soleil; on aura à très-peu près,

$$s = \gamma.\text{fin.}(v - \Pi);\ s' = \gamma'.\text{fin.}(v' - \Pi');$$

on aura de plus

$$x = r.\sqrt{(1 - ss)}.\text{cof.}\, v_{,};\ y = r.\sqrt{(1 - ss)}.\text{fin.}\, v_{,};\ z = r\,s$$

$$x' = r'.\sqrt{(1 - s's')}.\text{cof.}\, v'_{,};\ y' = r'.\sqrt{(1 - s's')}.\text{fin.}\, v'_{,};\ z' = r's';$$

partant

$$xx' + yy' + zz' = rr'.(1 - \tfrac{1}{2}ss - \tfrac{1}{2}s's').\text{cof.}(v_{,} - v'_{,}) + rr'.ss';$$

on aura donc, en ne conservant parmi les termes de l'ordre γ^2 & γ'^2, que ceux qui sont constans, les seuls dont nous aurons besoin dans la suite,

$$(xx' + yy' + zz')^2 = \frac{r^2.r'^2}{2}.[1 + \text{cof.}(2v - 2v') - \tfrac{1}{2}\gamma^2 - \tfrac{1}{2}\gamma'^2 + \gamma\gamma'.\text{cof.}(\Pi - \Pi')].$$

Soit

$$\gamma.\text{fin.}\,\Pi = p;\ \gamma.\text{cof.}\,\Pi = q;\ \gamma'.\text{fin.}\,\Pi' = p';\ \gamma'.\text{cof.}\,\Pi' = q';$$

on aura

$$\gamma^2 - 2\gamma\gamma'.\text{cof.}(\Pi - \Pi') + \gamma'^2 = (p - p')^2 + (q - q')^2;$$

l'expression précédente de R deviendra ainsi,

$$R = -\frac{S}{r'} - \frac{Sr^2}{4r'^3}.[1 + 3.\text{cof.}(2v - 2v') - \tfrac{3}{2}.(p - p')^2 - \tfrac{3}{2}(q - q')^2].$$

III.

CONSIDÉRONS maintenant les différens termes de l'expression de δv, donnée par l'équation *(D)* de l'*art. I*, & commençons par celui-ci

$$2\,a\!\int\! n\,dt\,.\frac{[x.(\frac{\partial R}{\partial x}) + y.(\frac{\partial R}{\partial y}) + z.(\frac{\partial R}{\partial z})]}{\sqrt{(1-e^2)}}.$$

On a

$$x.(\frac{\partial R}{\partial x}) + y.(\frac{\partial R}{\partial y}) + z.(\frac{\partial R}{\partial z}) = r(\frac{\partial R}{\partial r}) = -\frac{S r^2}{2 r'^3}$$

$$.[1 + 3.\text{cos}.(2v - 2v') - \tfrac{3}{2}(p-p')^2 - \tfrac{3}{2}.(q-q')^2].$$

Soit $nt + \epsilon$, la longitude moyenne de la Lune, comptée de l'axe des x; ϖ la longitude de son aphélie, a & e étant comme ci-dessus, le demi-grand axe & l'excentricité de son orbite; soient $n't + \epsilon'$, a', e', les mêmes quantités relativement au Soleil; on aura

$$r = a.[1 + \tfrac{1}{2}e^2 + e.\text{cos}.(nt + \epsilon - \varpi) + \&c];$$

$$r' = a'.[1 + \tfrac{1}{2}e'^2 + e'.\text{cos}.(n't + \epsilon' - \varpi') + \&c];$$

on aura donc, en ne conservant que les quantités à très-peu près constantes,

$$x.(\frac{\partial R}{\partial x}) + y.(\frac{\partial R}{\partial y}) + z.(\frac{\partial R}{\partial z}) = -\frac{S a^2}{2 a'^3}$$

$$.[1 + \tfrac{3}{2}e^2 + \tfrac{3}{2}e'^2 - \tfrac{3}{2}.(p-p')^2 - \tfrac{3}{2}.(q-q')^2];$$

or on a

$$n^2 = \frac{1}{a^3} \;\&\; n'^2 = \frac{S}{a'^3};$$

le terme

$$2\,a\!\int\! n\,\partial t\,.\frac{[x.(\frac{\partial R}{\partial x}) + y.(\frac{\partial R}{\partial y}) + z.(\frac{\partial R}{\partial z})]}{\sqrt{(1-e^2)}}$$

de l'expreſſion de δv, donnera donc celui-ci,

$$-\int \frac{n'^2 \partial t}{n} \cdot [1 + 2e^2 + \tfrac{3}{2}e'^2 - \tfrac{3}{2}(p - p')^2, - \tfrac{3}{2}\cdot(q - q')^2].$$

On ſait qu'en vertu de l'action des Planètes, le demi-grand axe de l'orbite ſolaire eſt conſtant; mais ſon excentricité varie ſans ceſſe, ainſi que ſon inclinaiſon & la poſition de ſes nœuds & de ſon apogée; on doit donc regarder n' comme conſtant, & ſuppoſer e', p' & q' variables. On peut encore dans le terme précédent, ſuppoſer n conſtant; car quoique cette quantité puiſſe être conſidérée ici, comme variable, à raiſon de l'équation ſéculaire du mouvement de la Lune; cependant, comme ſa variation eſt multipliée dans ce terme, par la force perturbatrice du Soleil, il eſt viſible que l'équation ſéculaire qui en réſulte dans le mouvement de la Lune, eſt par rapport à l'équation ſéculaire de ce mouvement, de l'ordre des forces perturbatrices, & qu'ainſi, elle peut être négligée. La partie $-\int \frac{n'^2 . \partial t}{n}$, du terme précédent, ſe réduit ainſi à $-\frac{n'^2 t}{n}$, & par conſéquent elle ſe confond avec le moyen mouvement de la Lune. La partie $-\frac{3}{2} . \int \frac{n'^2 \partial t . e'^2}{n}$ du même terme, ſe réduit à $-\frac{3n'}{2n} . \int n' d t . e'^2$, & à cauſe de la variabilité de e', il doit en réſulter une équation ſéculaire dans le mouvement de la Lune. Quant à la partie

$$-\int \frac{n'^2 \partial t.}{n} \cdot [2e^2 - \tfrac{3}{2}(p - p')^2 - \tfrac{3}{2}\cdot(q - q')^2];$$

pour voir ſi elle doit produire des inégalités ſéculaires dans l'expreſſion de δv, il faut déterminer les valeurs de e, $p - p'$, & $q - q'$.

I V.

Pour cela, je reprends l'équation

$$o = \frac{\partial^2 . r^2}{2\,\partial t^2} - \frac{1}{r} + \frac{1}{a} + 2 . \int dR + x . \left(\frac{\partial R}{\partial x}\right) + y . \left(\frac{\partial R}{\partial y}\right) + z . \left(\frac{\partial R}{\partial z}\right),$$

trouvée dans l'*art. I*; si l'on y suppose $r = a . \left(1 + \frac{\delta a}{a} + u\right)$, u étant une très-petite quantité périodique dont je négligerai le carré & les puissances supérieures; on aura, en ne conservant que les termes constans, & ceux dans lesquels u est multiplié par des constantes, & en substituant pour R, sa valeur précédente,

$$o = \left(1 + \frac{\delta a}{a}\right) . \frac{\partial\partial u}{\partial t^2} + \frac{u}{a^3} . \left(1 - \frac{2\,\delta a}{a} - \frac{2\,S a^3}{a'^3}\right) + \frac{\delta a}{a^4} + \frac{2g}{a^3} - \frac{S}{a'^3};$$

$\frac{g}{a}$ étant une constante arbitraire ajoutée à l'intégrale $\int dR$.

Maintenant, si l'on différencie l'équation *(D)* de l'*art. I*, & que l'on ne conserve que les termes constans, on aura, en négligeant le carré des excentricités des orbites,

$$\frac{\partial \delta v}{\partial t} = 3ng - \frac{7n'^2}{4n};$$

mais nt représente, par la supposition, le moyen mouvement de la Lune; il faut donc que cette valeur de $\frac{\partial \delta v}{\partial t}$ soit nulle, ce qui détermine la constante arbitraire g, & ce qui donne $g = \frac{7n'^2}{12n^2}$. L'équation différentielle en u, deviendra ainsi, en observant que $\frac{1}{a^3} = n^2$ & $\frac{S}{a'^3} = n'^2$,

$$o = \frac{\partial\partial u}{\partial t^2} + n^2 u . \left(1 - \frac{3\,\delta a}{a} - \frac{2\,n'^2}{n^2}\right) + n^2 . \frac{\delta a}{a} + \frac{n'^2}{6}.$$

u étant une quantité variable, cette équation se partage dans les deux suivantes,

$$o = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + n^2 u.(1 - \frac{3\delta a}{a} - \frac{2n'^2}{n^2});$$

$$o = n^2.\frac{\delta a}{a} + \frac{n'^2}{6}.$$

Cette dernière équation donne $\frac{\delta a}{a} = -\frac{n'^2}{6n^2}$; la première devient ainsi,

$$o = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + n^2 u.(1 - \frac{3n'^2}{2n^2});$$

d'où l'on tire, en intégrant,

$$u = e.\text{cos}.[nt.\sqrt{(1 - \frac{3n'^2}{2n^2})} + \lambda],$$

e & λ étant deux arbitraires. On voit ainsi que e est indépendant des élémens de l'orbite solaire, & qu'ainsi on peut le regarder comme invariable, relativement à e'.

L'expression précédente de u ne donne pas à la vérité le mouvement de l'apogée de la Lune; on sait par la théorie de ce satellite, que pour déterminer ce mouvement, il faut pousser l'approximation jusqu'au carré des forces perturbatrices; mais il est aisé de voir par cette même théorie, que l'excentricité de l'orbite lunaire reste toujours à très-peu-près constante, & ne participe point sensiblement aux variations de l'orbite du Soleil.

Considérons maintenant, la variation de l'inclinaison de l'orbite de la Lune: reprenons pour cela la dernière des équations *(A)* de l'*article I.*

$$o = \frac{\partial\partial z}{\partial t^2} + \frac{z}{r^3} + (\frac{\partial R}{\partial z}).$$

En substituant pour R, sa valeur

$$-\frac{S}{r'} + \frac{S}{2r'^3}.[r^2 - \frac{3.(xx' + yy' + zz')^2}{r'^2}],$$

& en négligeant les cubes & les produits de trois dimensions de z & de z', on aura

$$0 = \frac{\partial\partial z}{\partial t^2} + \frac{z}{r^3} + \frac{S z}{r'^3} - \frac{3S.z'.(xx' + yy')}{r'^5}.$$

Soit $z = as$, $z' = a's'$; en substituant dans l'équation précédente, ces valeurs, $a + \delta a$ au lieu de r, & a' au lieu de r', elle deviendra

$$0 = \frac{\partial\partial s}{\partial t^2} + \frac{s}{a^3}.\left[1 - \frac{3\delta a}{a} + \frac{S a^3}{a'^3}\right] - \frac{3S}{a'^3}$$
$$.s'.\text{cos}.(v' - v).$$

On a, par ce qui précède, $\frac{\delta a}{a} = -\frac{n'^2}{6n^2}$; de plus s' étant la latitude du Soleil au-dessus du plan fixe, on a $s' = \gamma'.\text{sin}.(v' - \Pi')$; on aura donc, en ne conservant que le terme dépendant de l'angle $nt + \varepsilon$,

$$0 = \frac{\partial\partial s}{\partial t^2} + n^2 s.\left[1 + \frac{3n'^2}{2n^2}\right] - \frac{3\gamma'}{2}.n'^2.\text{sin}.(nt + \varepsilon - \Pi').$$

En intégrant cette équation, & en observant que les valeurs de $\frac{\partial\gamma'}{\partial t}$ & de $\frac{\partial\Pi'}{\partial t}$ sont insensibles, & qu'ainsi on peut les négliger, lorsqu'elles ne sont pas multipliées par le temps t; on aura

$$s = C.\text{sin}.\left(nt + \varepsilon + \frac{3n'^2.t}{4n} - Q\right) + \gamma'.\text{sin}.(nt + \varepsilon - \Pi'),$$

C & Q étant deux constantes arbitraires.

On peut mettre cette expression de s sous cette forme,

$$s = \left[q' + C.\text{cos}.\left(Q - \frac{3n'^2 t}{4n}\right)\right].\text{sin}.(nt + \varepsilon)$$
$$- \left[p' + C.\text{sin}.\left(Q - \frac{3n'^2 t}{4n}\right)\right].\text{cos}.(nt + \varepsilon);$$

mais s étant la latitude de la Lune au-dessus du plan fixe,

on a, par ce qui précède,

$$s = q.\sin.(nt + \epsilon) - p.\cos.(nt + \epsilon);$$

on aura donc

$$p = p' + \zeta.\sin.\left(Q - \frac{3n'^2.t}{4n}\right)$$

$$q = q' + \zeta.\cos.\left(Q - \frac{3n'^2.t}{4n}\right),$$

ce qui donne

$$(p - p')^2 + (q - q')^2 = \zeta^2.$$

$(p - p')^2 + (q - q')^2$ étant le carré de l'inclinaison respective des orbites du Soleil & de la Lune; on voit que cette inclinaison est constante. La position de l'écliptique varie sans cesse, en vertu des actions des Planètes, & son obliquité sur l'équateur a toujours diminué depuis les observations les plus anciennes, jusqu'à nos jours; mais l'action du Soleil ramène l'orbite lunaire à la même inclinaison sur le plan de l'écliptique, en sorte que les plus grandes & les plus petites déclinaisons de la Lune sont assujetties aux mêmes variations que celles du Soleil.

Il suit de l'analyse précédente, que la partie

$$-\int \frac{n'^2 \partial t}{n}.\left[2e^2 - \tfrac{3}{2}.(p - p')^2 - \tfrac{3}{2}.(q - q')^2\right]$$

du terme

$$2a.\int \partial nt.\frac{\left[x\left(\frac{\partial R}{\partial x}\right) + y\left(\frac{\partial R}{\partial y}\right) + z\left(\frac{\partial R}{\partial z}\right)\right]}{\sqrt{(1 - e^2)}}$$

de l'expression de δv, ne peut donner aucune équation séculaire dans le mouvement de la Lune; en n'ayant donc égard qu'aux équations de ce genre, ce terme se réduit à

$$-\frac{3n'}{2n}.\int n'\partial t.e'^2.$$

de ses nœuds & de son apogée, est une quantité périodique. Cette différentielle est égale à dR', ainsi la partie

$$3a.\int \frac{n\partial t.\int dR'}{\sqrt{(1-e^2)}}$$

de l'expression de δv, n'est formée que de quantités périodiques dépendantes de la configuration des Planètes, du Soleil & de la Lune; il ne peut donc point en résulter d'équation séculaire dans le mouvement de ce satellite.

Quant à la partie

$$2a.\int n\partial t.\frac{\left[x.\frac{(\partial R')}{\partial x}+y.\frac{(\partial R')}{\partial y}+z.\frac{(\partial R')}{\partial z}\right]}{(i^2-1)A}$$

de l'expression de δv, on voit facilement que les termes à très-peu-près constans qu'elle renferme, ne peuvent dépendre que des variations séculaires des élémens des orbites des Planètes, & que par conséquent ils sont relativement à celui que nous avons déjà déterminé, du même ordre que le rapport des masses des Planètes à celle du Soleil.

Il est clair que la partie $\frac{\partial(r\delta r)+r\partial\delta r}{a^2 n\partial t.\sqrt{(1-e^2)}}$, de l'expression de δv, ne produit aucun terme sensible, de la nature de ceux que nous considérons.

On peut appliquer le raisonnement & les résultats précédens, aux termes provenans de la non-sphéricité de la Terre. La circonstance de l'égalité des moyens mouvemens de la Lune sur elle-même & autour de la Terre, exige une discussion particulière des termes provenans de la non-sphéricité de la Lune; mais M. de la Grange qui l'a faite avec beaucoup de soin dans son excellente pièce sur la libration de la Lune, a trouvé qu'il n'en résultoit point d'équation séculaire dans son moyen mouvement. *(Voyez les Mémoires de Berlin, année 1780).*

Enfin les Géomètres qui se sont occupés de la théorie de la Lune, & M. d'Alembert en particulier, se sont assurés

que de la combinaison des diverses équations du mouvement lunaire, il ne peut résulter aucune équation sensible, à longue période, & semblable à l'inégalité de neuf cents dix-huit ans, que j'ai trouvée dans la théorie de Jupiter & de Saturne. La valeur de δv, donnée par l'équation *(E)* de l'*article précédent*, renferme donc tous les termes sensibles qui, par la théorie de la pesanteur universelle, peuvent produire une équation séculaire dans le moyen mouvement de la Lune. Examinons présentement les équations séculaires des autres élémens de l'orbite lunaire.

VII.

Reprenons l'équation

$$0 = \frac{\partial^2 . r^2}{\partial t^2} - \frac{1}{r} + \frac{1}{a} + 2\int dR + x . \left(\frac{\partial R}{\partial x}\right) + y . \left(\frac{\partial R}{\partial y}\right) + z . \left(\frac{\partial R}{\partial z}\right),$$

trouvée dans l'*art. I*, & que nous avons discutée dans l'*art. IV*, en négligeant les carrés des excentricités des orbites. Si dans le coéfficient de r^2 de l'expression de R, on ne conserve que les termes à très-peu près constans, & que l'on néglige ceux de l'ordre des carrés des excentricités & des inclinaisons, qui sont constans; on aura

$$R = -\frac{S}{r'} - \frac{S r^2}{4 a'^3} . (1 + \tfrac{3}{2} . e'^2);$$

partant

$$2a . \int dR = 2g - \frac{n'^2}{n^2} . \frac{r^2 . (1 + \frac{3}{2} e'^2)}{a^2} + \frac{3 n'^2}{2 n^2} . \int r'^2 e' d e';$$

g étant une constante arbitraire ajoutée à l'intégrale $a . \int dR$, & que nous avons trouvée dans l'*art. IV*, égale à $\frac{7 n'^2}{12 . n^2}$.

Soit

$$r = a\left(1 + \frac{\delta a}{a} + u\right);$$

on aura, en négligeant le carré des forces perturbatrices,

& par conséquent le produit de $\frac{\delta a}{a}$, par ces forces;

$$2a.\int dR = \frac{2n'^2}{3n^2} - \frac{n'^2 u}{n^2}.(1+\tfrac{3}{2}e'^2) + \frac{3n'^2}{2n^2}.\int u e' de';$$

mais on a à fort peu près $u = -\frac{\partial\partial u}{n^2.\partial t^2}$; ce qui donne, à cause de l'extrême lenteur avec laquelle e' varie,

$$\int u e' de' = -\frac{\partial u}{n dt}.\frac{e'\partial e'}{n\partial t};$$

on aura donc

$$2a.\int dR = \frac{2n'^2}{3n^2} - \frac{n'^2.u}{n^2}.(1+\tfrac{3}{2}e'^2) - \frac{3n'^2}{2n^2}.\frac{\partial u}{n\partial t}.\frac{e'\partial e'}{n\partial t}.$$

On trouvera pareillement

$$x.\left(\frac{\partial R}{\partial x}\right) + y.\left(\frac{\partial R}{\partial y}\right) + z.\left(\frac{\partial R}{\partial z}\right)$$
$$= -\frac{n'^2}{2n^2} - \frac{3n'^2e'^2}{4n^2} + \frac{n'^2 u}{n^2}.(1+\tfrac{3}{2}e'^2).$$

L'équation différentielle précédente deviendra ainsi, en y faisant, $(1+\frac{\delta a}{a}).u = u'$;

$$0 = \frac{\partial^2 u'}{\partial t^2} + n^2 u'.\left(1 - \frac{3\delta a}{a} - \frac{2n'^2}{n^2} - \frac{3n'^2e'^2}{n^2}\right)$$
$$- \frac{3n'^2}{n^2}.\frac{\partial u'}{\partial t}.\frac{e'\partial e'}{\partial t} + n^2\frac{\delta a}{a} + \tfrac{1}{6}n'^2 - \frac{3n'^2e'^2}{4};$$

d'où l'on tire les deux équations suivantes,

$$\frac{\delta a}{a} = -\frac{n'^2}{6n^2} + \frac{3n'^2e'^2}{4n^2};$$

$$0 = \frac{\partial^2 u'}{\partial t^2} + n^2 u'.\left[1 - \frac{3n'^2}{2n^2} - \frac{21.n'^2e'^2}{4n^2}\right]$$
$$- \frac{3n'^2}{n^2}.\frac{\partial u'}{\partial t}.\frac{e'\partial e'}{\partial t}.$$

Cette

Cette dernière équation donne à fort peu près, en l'intégrant,

$$u' = e.\text{cof.}\left[n t.\sqrt{\left(1 - \frac{3 n'^2}{2 n^2}\right)} - \frac{21 . n'^2}{8 n} . \int e'^2 d t \right]$$

e étant une conftante arbitraire.

Il réfulte de cette analyfe, 1.° que la moyenne diftance *a* de la Lune à la Terre, eft affujettie à une variation féculaire repréfentée par $\frac{3 n'^2 . e'^2}{4 n^2} . a$; mais e' ne furpaffant jamais $\frac{1}{10}$, cette variation eft infenfible, & n'influe pas d'une demi-feconde fur la parallaxe; 2.° que l'équation du centre de la Lune eft à très-peu près conftante, & qu'elle n'eft affujettie tout au plus qu'à des variations du même ordre que celles de la moyenne diftance; 3.° enfin, que le mouvement de l'apogée eft foumis à une équation féculaire repréfentée par $\frac{21 . n'}{8 n} . \int n' d t . e'^2$. Cette équation eft fort fenfible à caufe du figne intégral qui affecte e'^2; elle eft en fens contraire de celle du moyen mouvement de la Lune, avec laquelle elle eft dans le rapport conftant de 7 à 4.

Si l'on traite de la même manière la dernière des équations *(A)* de l'*article I*, que nous avons déjà difcutées dans l'*article IV*, en négligeant les carrés des excentricités des orbites; on trouvera, en nommant s_1 la latitude de la Lune, au-deffus de l'écliptique vraie,

$$s_1 = \text{C}.\text{fin.}\left[n t . \sqrt{\left(1 + \frac{3 n'^2}{2 n^2}\right)} - \frac{3 n'^2}{8 n} . \int n' \partial t . e'^2\right],$$

C étant une conftante arbitraire.

Il fuit de-là que l'inclinaifon refpective des deux orbites du Soleil & de la Lune, eft conftante; mais que la longitude

moyenne de ſes nœuds eſt aſſujettie à une équation ſéculaire égale à $\frac{3n^2}{8n} . \int n' \partial t . e'^2$. Cette équation eſt en ſens contraire de l'équation ſéculaire du moyen mouvement de la Lune, & elle n'en eſt que le quart. Il nous reſte maintenant à voir juſquà quel point les réſultats précédens ſatisfont aux obſervations.

VIII.

POUR cela, il faut déterminer la valeur de e'^2, qui, comme l'on ſait, eſt une quantité périodique dépendante des maſſes des Planètes, & principalement de celles de Jupiter, de Vénus & de Mars. La maſſe de Jupiter eſt bien connue, mais celles de Vénus & de Mars ſont inconnues; il nous eſt donc impoſſible de déterminer exactement la valeur de e'^2, & par conſéquent celle de l'équation ſéculaire de la Lune. Cependant, comme Jupiter a ſur la variation de e'^2, une plus grande influence que les autres Planètes, & que d'ailleurs quelques autres phénomènes céleſtes nous ont fait connoître à peu-près la maſſe de Vénus; on peut avoir cette variation d'une manière aſſez approchée, pour reconnoître ſi elle eſt la cauſe de l'équation ſéculaire obſervée dans le mouvement de la Lune.

M. de la Grange, dans ſon excellente théorie des variations ſéculaires des élémens des orbites des Planètes, a adopté, ſur leur denſité, une hypothèſe qui s'accorde aſſez bien avec les denſités connues de la Terre, de Jupiter & de Saturne. Il ſuppoſe les denſités des Planètes réciproques à leurs moyennes diſtances au Soleil; & d'après cette ſuppoſition, il détermine pour un temps quelconque, les inégalités ſéculaires des inclinaiſons des orbites, de leurs nœuds, de leurs excentricités & de leurs aphélies *(Voyez les Mémoires de Berlin pour l'année 1782)*; mais comme dans la Phyſique céleſte, nous ne voyons point de cauſe

d'où cette loi de densité puisse résulter; cet illustre Géomètre a donné, dans les Mémoires cités, les expressions différentielles des inégalités séculaires, en laissant les masses des Planètes sous la forme d'indéterminées, en sorte que ces expressions pourront servir à déterminer ces masses, lorsque les observations auront fait connoître avec précision les variations des élémens.

L'hypothèse adoptée par M. de la Grange, donne 61",56 pour la diminution séculaire actuelle de l'obliquité de l'écliptique; ce résultat paroît trop considérable, & la plupart des Astronomes réduisent cette diminution à 50 secondes. J'ai diminué en conséquence la masse de Vénus, & j'ai conservé d'ailleurs toutes les autres déterminations de M. de la Grange, sur les masses des Planètes. Cela posé, en nommant i, le nombre des siècles écoulés depuis 1700, j'ai trouvé, à cette époque,

$$\frac{2e'.\partial e'}{\partial i} = - 0'',31588.$$

J'ai déterminé ensuite la valeur de $2e'.\frac{\partial e'}{\partial i}$ pour l'an 700 de notre ère, en substituant dans l'expression analytique de cette quantité, les valeurs des élémens des Planètes qui avoient lieu à cette époque; & j'ai trouvé, en nommant $e'_{,}$ l'excentricité de l'orbite du Soleil, à cette même époque,

$$\frac{2e'_{,}.\partial e'_{,}}{\partial i} = - 0'',27845.$$

Soit maintenant

$$e'^2 = A + Bi + Ci^2,$$

i étant compté de 1700; on aura

$$\frac{2e'.\partial e'}{\partial i} = B = - 0'',31588.$$

En faisant ensuite $i = - 10$, on aura

$$\frac{2e'_{,}.\partial e'_{,}}{\partial i} = B - 20C = - 0'',27845.$$

On aura donc

$$B = -0'',31588\,;\; C = -0'',0018715.$$

Reprenons maintenant l'équation *(E)* de l'*art. V*,

$$\delta v = -\frac{3n'}{2n}.\int n'\partial t.e'^2;$$

on a

$$n'\partial t = 100.360^d.\partial i;$$

de plus,

$\frac{n'}{n} = 0,0748034$; en substituant donc au lieu de e'^2, sa valeur précédente, & en réduisant les valeurs de B & de C, en parties du rayon, ce que l'on fera en les divisant par $57^d\,17'\,44''$; on trouvera

$$\delta v = -22,44102\,.\,180^d.A\,i + 11'',135\,.i^2 + 0'',04398\,.i^3.$$

Le premier terme de cette formule se confond avec le moyen mouvement de la Lune, observé en 1700 ; ainsi l'équation séculaire de ce satellite, est

$$+ 11'',135\,.i^2 + 0'',04398\,.i^3.$$

Cette valeur peut s'étendre, sans erreur sensible, aux observations les plus anciennes de la Lune, & à mille ou douze cents ans dans l'avenir.

M. de Lambre a conclu de la comparaison d'un grand nombre d'observations de la fin du dernier siècle & de celui-ci, qu'il faut diminuer d'environ 25'', le mouvement séculaire de la Lune, des nouvelles tables de Mayer: il faut donc ajouter $-25''.i$. au moyen mouvement de ces Tables, en partant de 1700 ; & comme cet illustre Astronome emploie une équation séculaire proportionnelle au carré des temps, & de 9'' pour le premier siècle ; les lieux de la Lune calculés sur ces tables, doivent être corrigés par la formule

$$-25''.i + 2'',135\,.i^2 + 0'',04398\,.i^3.$$

Voyons si cela s'accorde avec les observations.

M. de la Grange, dans sa pièce sur l'Équation séculaire de la Lune, qui a remporté le Prix de l'Académie, sur cet objet, & qui est imprimée dans le volume des Savans Étrangers, *pour l'année 1773*, a donné, *page 56*, les erreurs des Tables de Mayer, comparées aux éclipses anciennes. Il assure que les calculs ont été faits avec soin, de manière à pouvoir compter sur leur exactitude : voici ces erreurs, & celles de ces mêmes Tables corrigées par la formule précédente.

LIEUX des Observations.	DATES DES ÉCLIPSES.	ERREURS des Tables de Mayer.	ERREURS des Tables corrigées.
Babylone.	720 ans avant notre ère, 19 Mars.	− 24′ 55″	− 4′ 23″
Babylone.	382 ans... 22 Décembre.	− 26′ 0″	− 8′ 32″
Alexandrie.	200 ans... 22 Septembre.	− 17′ 0″	− 1′ 16″
Alexandrie.	364 ans après notre ère, 16 Juin.	− 12′ 40″	− 2′ 30″
Caire.	977 ans... 12 Décembre.	− 1′ 12″	+ 3′ 12″
Caire.	978 ans....... 8 Juin.	− 0′ 18″	+ 4′ 52″

On voit ainsi que la formule précédente rapproche sensiblement les Tables, des observations anciennes ; si l'on considère l'incertitude de ces observations, & celle qui reste encore sur les masses des Planètes, on trouvera qu'il n'est pas possible d'espérer un plus parfait accord entre les observations & la théorie, en sorte qu'il n'y a aucun doute

que l'équation séculaire de la Lune, ne soit dûe à la cause que nous lui avons assignée.

Pour calculer avec exactitude les observations précédentes, il faudroit tenir compte des équations séculaires des mouvemens des nœuds & de l'apogée de la Lune. Nous avons vu, dans *l'art. précédent*, que l'équation séculaire du moyen mouvement des nœuds, est en sens contraire de celle du moyen mouvement, & qu'elle en est le quart. Cette équation est par conséquent

$$- 2'',784 \,.\, i^2 - 0'',010995 \,.\, i^3;$$

elle doit être appliquée à la longitude du nœud, donnée par les Tables.

L'équation séculaire du mouvement de l'apogée, est pareillement en sens contraire de celle du moyen mouvement, & elle en est les $\frac{7}{4}$; ce qui donne pour cette équation,

$$- 19'',486 \,.\, i^2 - 0'',07697 \,.\, i^3;$$

il faut donc appliquer cette formule, à la longitude de l'apogée, déterminée par les Tables. Mais ces corrections supposent les moyens mouvemens des nœuds & de l'apogée, exactement connus; & comme ils ont été principalement déterminés par la comparaison des observations modernes aux anciennes, il faudra revenir sur cet objet, en ayant égard aux formules précédentes.

IX.

La formule que nous venons de donner pour corriger les moyens mouvemens des Tables de Mayer, ne peut servir que pour un temps limité. Pour en avoir une qui s'étende à un temps quelconque, il faudroit connoître la valeur exacte de e'^2; mais cette connoissance suppose celle des masses des Planètes, que nous n'avons point encore

Nous savons seulement par la théorie, que e'^2 est formé de deux parties, l'une constante, que nous désignerons par h, & l'autre variable, que nous nommerons l; ce qui donne

$$-\frac{3n'^2}{2n}.\int n'dt.e'^2 = -\frac{3n'^2.ht}{2n} - \frac{3n'}{2n}.\int n'ldt.$$

Le terme $-\frac{3n'^2ht}{2n}$ se confond avec le moyen mouvement de la Lune; mais celui-ci, $-\frac{3n'}{2n}.\int n'ldt$, produit l'équation séculaire de ce mouvement.

La valeur de l, réduite en série, par rapport aux puissances du nombre i de siècles écoulés depuis 1700, est de cette forme.

$$l = e'^2 - h + Bi + Ci^2 + \&c.$$

e' étant ici, l'excentricité de l'orbite terrestre, en 1700; en représentant donc par nt, le moyen mouvement de la Lune à cette époque, déterminé par les observations de ce siècle; on aura le véritable moyen mouvement de la Lune, en ajoutant à nt, le terme $\frac{3n'}{2n}.(e'^2 - h).n't$. L'incertitude qui existe sur les masses des Planètes, ne nous permettant pas de déterminer h; on voit que le véritable moyen mouvement de la Lune est encore inconnu.

Si l'on fait usage des formules que M. de la Grange a données dans les Mémoires de Berlin pour l'année 1782, *page 272*, on aura

$$h = 0,001194442.$$

Mais on a

$$e'^2 = 0,000282311;$$

partant

$$e'^2 - h = -0,000912131;$$

d'où il eſt aiſé de conclure que le véritable moyen mouvement ſéculaire de la Lune, eſt plus petit que le moyen mouvement ſéculaire actuel, de 3^d 41′.

Il réſulte encore des formules citées, que l'excentricité de l'orbite terreſtre ne ſurpaſſe jamais, 0,07641 ; d'où il ſuit que le moyen mouvement ſéculaire de la Lune, ne peut, à aucune époque, être au-deſſous du mouvement ſéculaire actuel, de 22^d 27′.

Dans le cas de $e' = 0$, le moyen mouvement ſéculaire de la Lune ſeroit le plus grand poſſible; mais il ne ſurpaſſeroit le mouvement ſéculaire actuel, que de 1^d 8′; ainſi le moyen mouvement ſéculaire de la Lune, eſt toujours compris entre ces deux limites,

Le moyen mouvement ſéculaire actuel, plus 1^d 8′;

Le moyen mouvement ſéculaire actuel, moins 22^d 27′.

On voit que le mouvement ſéculaire dans ce ſiècle, eſt plus près de la première limite, que de la ſeconde; parce que l'excentricité de l'orbite terreſtre, eſt maintenant peu conſidérable.

Ces différens réſultats ſont, à la vérité, ſubordonnés à l'hypothèſe employée par M. de la Grange, ſur les maſſes des Planètes; mais ils ſuffiſent pour faire voir la grande influence des variations de l'excentricité de l'orbite ſolaire, ſur les mouvemens de la Lune; influence que les ſiècles à venir dévoileront de plus en plus.



SUR

MÉMOIRE
SUR UN NOUVEAU GENRE D'ARBRE.
AILANTHUS GLANDULOSA. L'AILANTHE GLANDULEUX.

Par M. DESFONTAINES.

LE nouvel arbre, dont j'ai l'honneur de présenter la description à l'Académie, mérite de fixer l'attention des botanistes, par la beauté de son port, de son feuillage, & sur-tout par les singularités qu'offrent les différentes parties de sa fleur. Nous le possédons depuis long-temps dans nos jardins. Il avoit été pris, jusqu'à ce jour, par la plupart des botanistes, pour le *rhus succedanea*, Lin. ou *grand vernis du Japon*, parce qu'on n'en avoit pas encore observé la fructification, & que ses feuilles ont une ressemblance très-marquée avec celle du *rhus succedanea*, Lin. décrit & figuré dans les *Amænitates Academicæ*, de Kempfer. Il étoit même démontré, sous ce nom, au Jardin du Roi, depuis plusieurs années. La description que je vais en donner, fera voir que, non-seulement cet arbre n'est point le *rhus succedanea*, Lin. mais que c'est un genre très-différent de celui des *rhus*, ou *sumacs*.

Sa tige est droite, elle s'élève dans nos jardins à la hauteur de quarante à cinquante pieds; l'écorce est grisâtre, légèrement sillonnée, parsemée de taches blanches; les jeunes pousses sont couvertes d'un velouté fin & très-doux au toucher.

Ses feuilles sont grandes, lisses, alternes, pinnées avec une impaire, disposées horizontalement. Les pétioles communs font un angle plus ou moins aigu, quelquefois droit avec la tige; ils sont grêles, longs d'environ un à deux pieds, un peu tranchans en dessus, arrondis inférieurement, renflés à la base & comme articulés avec les

tiges. De leurs côtés naiſſent environ vingt ou trente folioles horizontales, un peu pendantes à l'extrémité, alternes & oppoſées, longues de deux à trois pouces, larges d'un à deux, ſoutenues par un pétiole court, le long duquel s'obſerve une petite ligne ſaillante : on voit latéralement, vers leur baſe, quelques dents obtuſes, glanduleuſes en deſſous; le reſte de la feuille eſt ordinairement entier; les nervures tranſverſales ſont parallèles, & font un angle un peu aigu avec la côte moyenne. Tels ſont les principaux caractères que nous offrent les tiges & les feuilles de ce nouvel arbre, d'après leſquels ſans doute on l'avoit réuni avec les *ſumacs*. L'obſervation des parties de la fructification va nous prouver qu'il doit former un nouveau genre, & que ce genre diffère eſſentiellement de tous ceux que nous connoiſſons.

Les fleurs ſont très-nombreuſes, diſpoſées en une panicule denſe qui naît du ſommet des tiges; elles ſont ordinairement réunies en groupes, ſoutenus par un péduncule commun; chacune eſt portée ſur un pédicule particulier, long de quelques lignes : elles ſont mâles ou femelles; cependant j'en ai obſervé quelques-unes hermaphrodites; les fleurs mâles ſont les plus nombreuſes. Lorſque ces trois manières d'être, s'obſervent dans les fleurs d'un même individu, Linnœus leur a donné le nom de *polygames*, aſſez généralement adopté des botaniſtes. Je vais décrire ſucceſſivement tous les caractères intéreſſans que nous préſentent ces trois ſortes de fleurs, en commençant par celles qui ne renferment que des étamines.

Fleurs mâles.

LE calice eſt durable, fort petit, d'une ſeule pièce, couronné de cinq dents ovoïdes, droites, alternes avec les pétales.

La corolle eſt compoſée de cinq pétales ouverts, concaves, un peu obtus, d'un jaune-pâle à l'intérieur,

verdâtres en dehors, velus, rétrécis & creusés en gouttière vers la base.

Les étamines, au nombre de dix, adhèrent au réceptale; cinq sont alternes avec les pétales, les cinq autres leur sont opposées; les filets sont grêles, blancs, droits, écartés régulièrement les uns des autres, amincis de la base au sommet, presque égaux entr'eux, un peu plus courts que la corolle: les anthères sont petites, oblongues, obtuses, jaunes-pâles, mobiles sur les filets auxquels elles adhèrent par l'extrémité inférieure de leur face externe; elles s'ouvrent longitudinalement en deux loges latérales, comme celles du plus grand nombre des plantes connues.

Fleurs femelles.

Le calice & la corolle des fleurs femelles sont attachés au-dessous du germe; du reste, ils ressemblent parfaitement à ceux des fleurs mâles.

Fleurs hermaphrodites.

Je n'ai observé qu'un petit nombre de fleurs hermaphrodites; chacune ne renfermoit que deux ou trois étamines, qui ressembloient à celles des fleurs mâles; le calice & la corolle n'offroient rien de particulier.

Chaque fleur femelle ou hermaphrodite, renferme ordinairement trois à cinq germes glabres, lisses, rougeâtres, oblongs, aplatis, un peu arqués, amincis aux deux extrémités; chacun est surmonté d'un style grêle, souvent un peu tors, à peine long d'une ligne, posé sur l'un des bords du germe, proche une petite échancrure particulière, qui devient plus sensible, à mesure qu'il prend de l'accroissement. Le stigmate est simple, évasé, parsemé de petites inégalités; les germes deviennent autant de fruits membraneux, secs, droits, veinés, glabres, très-aplatis, longs d'environ un pouce sur trois à quatre lignes de lageur, rétrécis aux extrémités, un peu contournés

au ſommet, échancrés au milieu d'un de leurs bords. Le péricarpe ne contient qu'une ſeule ſemence oſſeuſe, lenticulaire, ſituée latéralement proche la petite échancrure dont je viens de parler; elle y adhère, au moyen d'un *cordon ombilical*, qui ſe prolonge inférieurement le long d'un des bords de l'enveloppe.

Le réceptale eſt étroit, couronné de petits tubercules glanduleux, & le diamètre de la fleur n'eſt guère que de trois ou quatre lignes.

La fleur de l'*ailanthe* exhale une odeur déſagréable; lorſqu'on bleſſe ſon écorce, il en découle un ſuc réſineux qui ſe durcit en peu de jours. Cet arbre croît promptement dans nos climats; comme il s'élève à une grande hauteur & qu'il a un très-beau port, on peut l'employer à l'ornement des parcs & des jardins *(a)*.

L'on voit, d'après notre deſcription, 1.° que ce nouveau genre renferme pluſieurs caractères très-curieux, & abſolument inconnus; 2.° qu'il eſt très-différent des *ſumacs*. Tout ceci deviendra plus évident, en rapprochant les caractères les plus diſtincts que nous offrent ces deux genres, & en les comparant enſemble.

Les fleurs de tous les *ſumacs* connus, ſont ou hermaphrodites ou monoïques; celles de notre genre ſont polygames. La corolle des premiers renferme cinq étamines; on en obſerve régulièrement dix dans les fleurs de l'*ailanthe*; ſes pétales ſont concaves & en gouttière; ceux des *ſumacs* ſont aplatis. Ces différences ſeroient déjà ſuffiſantes pour en faire un genre diſtinct de celui des *ſumacs*; mais il en eſt d'autres qui établiſſent une ligne de ſéparation encore beaucoup plus marquée entre ces deux genres: ceux que nous offrent les organes ſexuels femelles & les fruits. Les rhus, comme l'on ſait, ont trois ſtyles poſés ſur le ſommet du germe; le genre que nous venons de

(a) Le bois de l'*ailanthe* eſt dur, peſant, ſatiné & ſuſceptible d'un très-beau poli; je le crois excellent pour les ouvrages de tour, de menuiſerie & de marqueterie.

décrire, n'en a qu'un ſeul attaché ſur l'un des bords de chacun des ſiens. Ce caractère ne s'obſerve que dans un petit nombre de plantes connues, & on ne le voit dans aucune de la famille des *ſumacs;* c'eſt même une nouvelle exception à un principe établi par deux botaniſtes célèbres *Jungius* & *Dillenius.* Le premier s'exprime ainſi, *page 36: Stylus ſemper apici fructus ſeminiſque cohæret;* & le ſecond dit *: Nullum dari ſtylum qui non è medio floris, ex medio embrione qui medium floris occupat, oriatur, cuique tyroni ſit notiſſimum. Reſpons. 6.* Mais ce qui eſt encore plus étonnant dans notre genre, c'eſt que chaque fleur, ſoit femelle, ſoit hermaphrodite, renferme pluſieurs germes très-diſtincts dans un même calice, & que chacun de ces germes devienne un fruit membraneux qui a la forme d'un légume. Dans tous les *ſumacs* connus juſqu'à ce jour, chaque calice ne contient jamais qu'un ſeul fruit; c'eſt une baie plus ou moins molle, qui entoure un noyau oſſeux poſé dans le centre & non ſur le côté du péricarpe, comme celui du genre que nous venons de décrire. Ces caractères obſervés dans les fleurs d'un arbre, qui ſemble indiquer au premier coup-d'œil le rapport le plus marqué avec les *ſumacs*, ont ſans doute, de quoi ſurprendre beaucoup les botaniſtes obſervateurs.

Eſſayons maintenant de lui aſſigner le lieu qu'il doit occuper dans la chaîne des végétaux. Quoiqu'il diffère eſſentiellement des *ſumacs*, comme nous venons de le prouver, il me paroît néanmoins s'en rapprocher un peu; en effet, il en a le port, ſes racines tracent, comme celles des *ſumacs,* ſes feuilles ſont pinnées avec une impaire & diſpoſées de la même manière; la panicule de ſes fleurs a une forme très-reſſemblante, ſon calice eſt durable, couronné de cinq dents; la corolle eſt diviſée en cinq pétales, les étamines ſont poſées comme dans les *ſumacs*; le germe eſt ſupérieur, & le péricarpe ne renferme qu'une ſeule ſemence oſſeuſe. Ces caractères, quoique moins eſſentiels que ceux qui les ſéparent, ſont cependant apercevoir quelque

analogie entre ces deux genres. Nous penſons que celui dont nous venons de donner la deſcription, doit être claſſé dans la famille des térebinthes. Nous le laiſſerons même auprès des *ſumacs*, juſqu'à ce que de nouvelles obſervations, ou la découverte de quelque genre intermédiaire, nous ait fait connoître le vrai lieu que la Nature lui a fixé dans la famille que nous venons d'indiquer.

Il nous paroît qu'il importe maintenant de réunir dans un tableau abrégé, les caractères les plus eſſentiels qui diſtinguent le genre de l'*ailanthe*.

Tels ſont, *LES FLEURS POLYGAMES.*

LE CALICE durable, d'une ſeule pièce, couronné de cinq dents.

LA COROLE a cinq pétales ouverts, concaves, roulés en gouttière vers la baſe.

DIX ÉTAMINES à peu-près égales à la corolle; les filets grêles & comprimés; les anthères petites, oblongues, mobiles.

UN STYLE poſé obliquement ſur les bords du germe, un ſeul ſtigmate évaſé.

TROIS À CINQ GERMES, plats, amincis aux extrémités qui deviennent autant de fruits membraneux, minces, alongés, échancrés au milieu d'un de leurs bords.

UNE SEULE SEMENCE oſſeuſe, lenticulaire, poſée proche l'échancrure de l'enveloppe.

LES FEUILLES ALTERNES, pinnées avec une impaire.

Flores polygami.

CALIX *perſiſtens, monophyllus, quinque-dentatus.*

COROLLA *petala quinque aperta, versùs baſim canaliculata.*

STAMINA *decem longitudine corollæ, filamentis tenuibus, compreſſis; antheræ exiguæ, oblongæ, verſatiles.*

STYLUS *unus, lateralis, ſtigma patens, germina tria-quinque, compreſſa, ſursùm attenuata.*

PERICARPIUM *membranaceum, oblongum, acutum, planum, altero latere emarginatum.*

SEMEN *unicum, lenticulare, oſſeum, laterale.*

L'AILANTHE GLANDULEUX

Mém. de l'Ac. R. des Sc. An. 1786. Pag. 2?0. Pl. VIII.



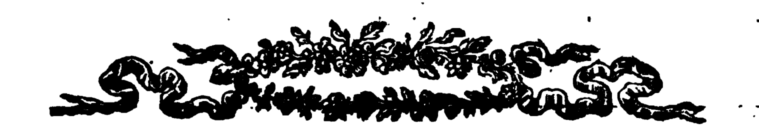
FOLIA *alterna, impari pinnata (b).*

On voit, d'après ce que nous venons d'expofer, que la fleur de notre genre renferme une organifation nouvelle, curieufe, intéreffante, & que l'on eût été bien éloigné de foupçonner dans un arbre qui, par fon port & fon feuillage, femble avoir de très-grands rapports avec les *fumacs*. Il eft originaire de la Chine, & l'*arbor cœli de* Rumphius, *hort. amboin.* que les Indiens appellent *ailanthe,* dans leur langue, eft une efpèce qui nous paroît appartenir au genre que nous venons de décrire; c'eft pourquoi nous avons confervé cette dénomination pour nom générique.

EXPLICATION DE LA FIGURE.

A. Le bouton de la fleur avec fon calice.
B. La fleur vue en devant.
C. La fleur mâle, vue de côté.
D. Une fleur femelle.
E. Un germe avec le ftyle & le ftigmate.
F. Une fleur hermaphrodite.
G. Un fruit détaché.
H. La femence.
I. Cinq fruits réunis dans un même calice.
K. Une feuille vue en deffous.

(b) Cette defcription a été faite fur un très-bel individu que M. le Monnier, premier Médecin ordinaire du Roi, poffède dans fon jardin.



SUR LA THÉORIE DE MERCURE;

CINQUIÈME MÉMOIRE,

Où l'on rectifie les principaux élémens de Mercure, par de nouvelles Observations (a).

Par M. DE LA LANDE.

ON n'a pu observer à Paris, que la sortie de Mercure, le 4 Mai de cette année. M. de Lambre & M. Messier ont vu le contact intérieur à $8^h\ 39'\ 56''$ du matin, temps vrai, réduit à l'Observatoire. M. Inochodzow à Pétersbourg, a observé les deux contacts intérieurs à $5^h\ 3'\ 13''$, & à $10^h\ 27'\ 12''$; M. Beitler, à Mitaw, $4^h\ 37'\ 26''$, & $10^h\ 1'\ 3''$; & M. de Beauchamp à Bagdad, $6^h\ 0'\ 5''$, & $11^h\ 22'\ 52''$. Mitaw est à $56^d\ 39'$ de latitude, $1^h\ 25'\ 28''$ à l'orient de Paris; Bagdad est à $33^d\ 20'$, & $2^h\ 48'\ 15''$ à l'orient: M. de Lambre en a conclu le temps moyen de la conjonction vraie, comme on le verra ci-après.

Ce passage de Mercure sur le Soleil, vers le nœud descendant, a retardé de plus de demi-heure sur le calcul fait par les élémens que j'avois donnés pour Mercure; *Mém. de l'Académie, 1767, page 549.* Cette erreur venoit de $2'\frac{2}{3}$ seulement sur la longitude géocentrique, produites principalement par le mouvement de l'aphélie que j'avois fait trop fort *(b)*.

Les observations de Ptolémée que j'avois discutées avec un soin extrême *(Mém. 1766)*, m'avoient indiqué ce

(a) Les quatre premiers Mémoires sont dans les volumes de 1766, 1767 & 1771.

(b) L'erreur des Tables de Halley étoit de $3'\ 56''$, & produisoit $56'$ de retard sur la conjonction; il y avoit $40'$ d'anticipation par les miennes, en calculant exactement.

mouvement

mouvement ; mais j'avois bien averti de l'incertitude (*Astr. art. 1316*). Je vois enfin, par l'obſervation de 1786, que malgré leur ancienneté, ces obſervations ſont moins utiles & moins concluantes que celles qu'on a faites dans le dernier ſiècle & dans celui-ci.

En effet, les paſſages ſur le Soleil, obſervés depuis 1661, s'accordent tous fort bien entr'eux, & donnent également le mouvement de l'aphélie de $1^{d}\ 33'\ 45''$ par ſiècle, au lieu de $1^{d}\ 57'$ que m'avoient donné les anciennes obſervations.

Pour parvenir à ce réſultat, j'ai pris les paſſages de Mercure dans le nœud aſcendant & dans le nœud deſcendant, deux à deux, 1661 & 1677, 1740 & 1743, 1753 & 1756, 1782 & 1786, & j'en ai déduit l'aphélie par une méthode à laquelle on n'avoit pas encore ſongé, & qui cependant, eſt la meilleure qu'on puiſſe employer pour avoir à la fois le mouvement de l'aphélie & celui de la Planète. Voici les huit paſſages; les conjonctions ſont apparentes, excepté les deux dernières; mais les longitudes ſont toutes dégagées de l'aberration & comptées de l'équinoxe moyen. J'y ai ajouté le lieu de l'aphélie & la longitude moyenne de Mercure, que j'en ai conclus par la méthode que je vais expliquer.

Temps moyen de la conjonction.	Longitude vraie, réduite à l'écliptique.	Lieu de l'aphélie conclu.	Longitude moyenne conclue.
1661. 3 Mai $4^{h}\ 48'\ 28''$	$7^{s}\ 13^{d}\ 34'\ 24''$	$8^{s}\ 12^{d}\ 9'\ 20''$	$7^{s}\ 0^{d}\ 33'\ 50''$
1677. 7 Nov. 0. 23. 0	1. 15. 45. 55	8. 12. 24. 30	1. 25. 1. 20
1740. 2 Mai 10. 37. 0	7. 12. 43. 49	8. 13. 23. 22	6. 28. 54. 0
1743. 4 Nov. 22. 26. 8	1. 12. 39. 31	8. 13. 26. 37	1. 23. 15 5
1753. 5 Mai 18. 29. 50	7. 15. 48. 34	8. 13. 36. 18	7. 3. 7. 38
1756. 6 Nov. 16. 17. 28	1. 15. 15. 25	8. 13. 39. 37	1. 25. 5. 11
1782. 12 Nov. 3. 42. 22	1. 20. 26. 44	8. 14. 4. 44	1. 28. 42. 52
1786. 3 Mai 17. 8. 47	7. 13. 49. 45	8. 14. 8. 2	7. 0. 8. 25

Pour trouver le lieu de l'aphélie & la longitude moyenne, j'ai supposé l'excentricité bien connue; j'ai converti les anomalies vraies en anomalies moyennes, en faisant varier l'aphélie jusqu'à ce que la différence d'anomalie moyenne fut d'accord avec celle que donne l'intervalle connu des deux temps de conjonctions, en suivant l'esprit de la méthode que j'ai expliquée (*Mém. 1755, page 207*). La première idée de cette méthode remonte à Képler; dans la suite, Manfredi & la Caille s'en sont servis pour trouver le lieu de l'apogée du Soleil, par des observations voisines des apsides; & l'on peut s'en servir encore sans cette condition, aussi-tôt que l'équation est supposée connue (*Astr. art. 1269*).

Voici un exemple du calcul. Les longitudes héliocentriques vraies, tirées de l'observation, & réduites à l'orbite pour 1782 & 1786, sont $1^s\ 20^d\ 28'\ 49''$, & $7^s\ 13^d\ 48'\ 52''$. En ôtant le lieu de l'aphélie tiré de mes premières Tables, on a les deux anomalies vraies $5^s\ 6^d\ 17'\ 7''$, & $10^s\ 29^d\ 32'\ 4''$ qu'il faut réduire en anomalies moyennes.

Pour cela, on peut se servir de ma Table d'équation, en appliquant à chaque anomalie vraie l'anomalie moyenne qui lui convient, de la manière suivante, & éviter les longues opérations que j'avois suivies dans mon Mémoire de 1755. On voit, ci-contre, les équations qui répondent aux anomalies vraies; on en conclud par de simples parties proportionnelles, que celles qui conviennent aux deux anomalies vraies ci-dessus,

ANOMALIES vraies.	ÉQUATIONS.
$5^s\ 5^d\ 26'\ 38''$	$8^d\ 33'\ 22''$
5. 6. 57. 1	8. 2. 59
10. 28. 57. 10	13. 57. 10
10. 29. 40. 33	13. 40. 33

sont $8^d\ 16'24''$, & $13^d\ 43'\ 48''$; d'où il suit que les anomalies moyennes sont $5^s\ 14^d\ 33'\ 31''$ & $10^s\ 15^d\ 48'\ 16''$, dont la différence est $5^s\ 1^d\ 14'\ 45''$.

C'est le mouvement d'anomalie moyenne qui devroit être d'accord avec celui des Tables supposé exact, si les équations

que nous venons d'employer étoient justes; mais il se trouve plus petit que celui des Tables de 6′ 58″. Cela prouve que les équations sont trop fortes, car la première augmente l'anomalie, & la seconde la diminue; si on fait les équations plus petites, la première anomalie devenant moindre & la seconde plus grande, le mouvement augmentera; il faut donc diminuer la longitude de l'aphélie pour chacune des deux observations : en faisant deux fois un semblable calcul, on verra bientôt qu'en ôtant 8′ 37″ du lieu de l'aphélie, on trouve le mouvement d'accord avec celui des Tables. On suppose ici que le mouvement est bien connu, & l'erreur ne peut être de conséquence, parce que l'intervalle des temps n'est pas trop long; au reste, j'ai recommencé ensuite tous ces calculs, à mesure que j'ai corrigé les mouvemens tant de Mercure, que de son aphélie; ceux que je viens d'employer, ne sont que pour expliquer ma méthode; il faut même ajouter 2″ à l'équation de 1782, à cause de l'inégalité des secondes différences.

Lorsqu'on a ainsi trouvé le mouvement calculé d'accord avec celui des Tables, on a les lieux de l'aphélie; on les ajoute aux anomalies moyennes, & l'on a les longitudes moyennes qui satisfont aux observations : c'est ainsi que j'ai trouvé les corrections qu'il faut faire aux époques de mes premières Tables de Mercure.

Voici ces corrections pour l'aphélie & pour la longitude moyenne, par lesquelles on voit que le progrès est à peu-près proportionnel aux intervalles; il n'y a que l'aphélie pour 1740, où il s'en faut de 1′; mais le passage de 1740 ne fut pas observé si exactement que les autres.

	APHÉLIES.	LONGIT. moyennes.
1661.	+ 20′ 38″	+ 8. 33
1740.	+ 1. 43	+ 1. 51
1753.	− 0. 40	− 0. 46
1782.	− 6. 58	− 1. 6

Il étoit nécessaire d'avoir toujours deux passages ensemble, pour que la conclusion fût tirée de deux observations très-

éloignées, comme de 6 signes *(c)*; mais je n'ai pu faire que quatre comparaisons, parce que nous n'avons que quatre passages observés dans le nœud descendant.

Le passage de 1631, le plus éloigné de tous, devroit être par-là le plus propre à cette détermination; mais, comme il n'a point de correspondant vers le nœud descendant, il ne peut servir que de confirmation : au reste, il s'accorde assez bien avec les huit autres. En effet, supposons la conjonction apparente, le 6 Novembre 1631, à $19^h\ 34'$, suivant le calcul de M. Cassini *(Elémens d'Astr. page 593)*; Halley la donne seulement 2' plus tard *(Philos. Transf. abr. tome VI, page 256)*. Je trouve le lieu du Soleil, compté de l'équinoxe moyen $7^s\ 14^d\ 41'\ 40''$; j'ajoute $1'\ 44''$ pour suppléer à l'effet des aberrations, & calculant le lieu de Mercure, avec les corrections qui résultent des huit autres passages ci-dessus, je trouve seulement $29''$ de moins. Cette quantité ne passe pas l'incertitude de l'observation elle-même, ainsi l'on peut compter sur les résultats que je viens de trouver, comme étant d'accord aussi avec le passage de 1631, qui est la plus ancienne des conjonctions observées, & la première observation exacte qu'on ait faite de cette planète.

Les corrections trouvées ci-devant, pour 1661 & 1782, donnent $22'\ 43''$ par siècle, à ôter du mouvement de l'aphélie qui étoit dans mes Tables, & il se réduit à $1^d\ 34'\ 57''$, ou $57''$ par an; de même pour le mouvement de Mercure, il y a $7'\ 57''$ à ôter de celui des Tables, & il devient de $2^s\ 14^d\ 4'\ 13''$ par siècle, ou $2^s\ 14^d\ 4'\ 20''$ par mes derniers résultats.

Le mouvement de l'aphélie se réduit à $56''\frac{1}{4}$, en tenant compte de tout, comme on le verra ci-après, à l'occasion des observations de 1661 & 1677. M. de la Grange trouve $57''$, & il trouveroit seulement $56''$ en réduisant à deux

(*c*) Mais j'en ai déduit quatre fois le lieu de l'aphélie & la longitude moyenne, & ces quatre déterminations remplissent un intervalle de 125 ans, le plus long qu'il soit possible de remplir avec de bonnes observations

tiers la masse de Vénus, comme je crois qu'il faut le faire, suivant ce que j'expliquerai dans un Mémoire, sur la valeur des équations du Soleil. Une diminution de 8′ sur le mouvement séculaire, n'influe pas sensiblement sur la distance moyenne qu'on en conclud par la règle de Képler, & il ne fait pas une unité sur le septième chiffre du logarithme de la distance de Mercure au Soleil; en effet, le mouvement total du Soleil en cent ans, est 129 597 735″: supposons celui de Mercure 538 101 625″, leurs logarithmes 4,1125974, & 4,7308643; les deux tiers de la différence, 9,5878221 sont le logarithme de la distance moyenne, qui, suivant mes premières Tables, étoit seulement de trois unités plus petit sur le huitième chiffre.

Pour le passage de 1786, l'observation de Mrs Messier & de Lambre, d'accord à la même seconde, sur le contact extérieur, 8^h^ 39′ 56″, donnent le lieu de l'aphélie 8^s^ 14^d^ 8′ 2″, & la longitude moyenne de Mercure 7^s^ 0^d^ 8′ 25″, pour l'heure de la conjonction vraie, qui est arrivée le 3 Mai 17^h^ 8′ 47″ temps moyen, suivant M. de Lambre, à 1^s^ 13^d^ 49′ 45″ de longitude géocentrique vraie. Les anomalies vraies en 1782 & 1786, sont 5^s^ 6^d^ 24′ 5″, & 10^s^ 19^d^ 40′ 50″; les anomalies moyennes 5^s^ 14^d^ 38′ 8″, & 10^s^ 16^d^ 0′ 23″, dont la différence 5^s^ 1^d^ 22′ 15″, est en effet le mouvement de Mercure, par rapport à son aphélie qui devoit avoir lieu entre 1782 & 1786; enfin l'époque de Mercure pour 1786, sera 2^s^ 3^d^ 51′ 12″, & celle de l'aphélie 8^s^ 14^d^ 7′ 24″.

Le passage de 1782, s'accordoit bien mieux avec mes Tables, parce que la longitude moyenne étant trop forte de 1′ 10″, & l'équation soustractive trop forte, il se faisoit une compensation trompeuse, & le mouvement héliocentrique relatif de Mercure étant de 12′ 54″ par heure, il n'en résultoit que 8′ 36″ sur le temps de la conjonction; mais cette erreur même disparut en apparence, parce qu'on avoit négligé les aberrations, & qu'à cet égard, la conjonction apparente devoit arriver 8′ plus tard que ne l'indiquent les

Tables, si l'on emploie le lieu apparent du Soleil & le lieu vrai de Mercure, ainsi que je l'expliquerai plus bas.

Mais dans le passage de 1786, l'équation étoit additive & trop forte de 1' 49", à cause de l'erreur sur l'aphélie, la longitude moyenne trop forte de 1' 27"; les deux erreurs se sont accumulées, & nous ont marqué l'erreur dont on ne se défioit pas assez, par un retard de 40' sur le temps du passage observé.

Pour 1753, les Tables s'accordoient bien, parce que ce passage étoit voisin du temps où j'avois déterminé l'aphélie, & que ce passage m'avoit servi d'ailleurs à déterminer l'époque; mais comme depuis 1753, on n'avoit point vu de passage dans le nœud descendant, on n'avoit pu reconnoître la lenteur du mouvement de l'aphélie que le passage de 1786 a rendu si sensible.

Cependant la diminution du mouvement de l'aphélie étoit indiquée déjà par les observations de 1658, que M. Méchain avoit calculées, par celles de 1672, 1673 & 1683, que j'avois rapportées (*Mém. 1766, page 502*); enfin par celle de 1776 (*Mém. Acad. 1777, page 150*). Je vis même que cela s'accordoit avec des observations de M. Pigott & de M. d'Agelet, faites en 1779; aussi j'annonçai que je me préparois à revenir sur cette matière. Enfin le passage de Mercure sur le Soleil, a levé tous mes doutes.

M. Méchain n'ayant point publié les calculs qu'il avoit faits à ma sollicitation, sur les observations d'Hévélius, je crois qu'il sera utile de les placer ici pour donner une confirmation du mouvement de l'aphélie que je viens d'établir.

Le 10 Nov. 1658, au matin,	Haut. de Procyon à $7^h\,7'\,30''$...	$31^d\,55'$.
	Haut. de la Chèvre à 7. 9. 15 ...	41. 43.

Pour savoir combien l'horloge s'écartoit du temps vrai, il faut calculer ces deux hauteurs. L'ascension droite apparente de Procyon pour ce temps-là, étoit $110^d\,20'\,16''$, & sa déclinaison apparente $6^d\,0'\,55''$ boréale. L'ascension

droite de la Chèvre 72^{d} 54' 17", sa déclinaison apparente 45^{d} 33' 13", boréale. On trouve l'erreur de l'horloge de 8' 16" par la hauteur de Procyon, & de 8' 13" par la hauteur de la Chèvre; on s'est arrêté à 8' 15" que l'on a ôté de l'heure de toutes les distances.

Voici les ascensions droites & les déclinaisons des trois étoiles auxquelles Hévélius a comparé Mercure.

	ASCENSION droite.	DÉCLINAISON.
Arcturus.	210^{d} 0' 52"	20^{d} 59' 0". B.
L'épi de la Vierge,	196. 48. 58	9. 22. 2. A.
La queue du Lion, β.	172. 55. 13	16. 28. 34. B.

On a tenu compte dans les réductions de ces étoiles, de la nutation, de l'aberration, du changement de l'obliquité de l'écliptique, de la variation séculaire de chaque étoile, & de l'inégalité particulière d'Arcturus.

La distance apparente de Mercure à Arcturus, fut observée de 29^{d} 56' 20" à 6^{h} 47' 45", temps vrai corrigé; la distance apparente pour le même instant, se trouve par mes premières Tables, de 29^{d} 55' 42". Pour corriger l'erreur de 38", il faudroit ajouter 1^{d} 28' 6" à l'aphélie pour ce temps-là. La longitude du Soleil étoit de 7^{f} 18^{d} 5' 4"; la longitude géocentrique de Mercure par les Tables 6^{f} 28^{d} 56' 8"; sa latitude 2^{d} 20' 57" boréale, ayant égard à l'aberration & à la nutation; son aphélie 8^{f} 11^{d} 45' 47"; le mouvement horaire géocentrique de Mercure 2' en longitude, & 6" en latitude, tous deux croissant; la hauteur apparente de Mercure sur l'horizon 9^{d} 17' 13"; celle de l'étoile 32^{d} 52' 50". Je rapporte ici tous les élémens principaux, afin que l'on puisse juger de l'exactitude des résultats; mais on remarque que les distances de Mercure qu'Hévélius mesura ce jour-là en se servant d'Arcturus,

ne ſont pas très-déciſives ; 1.° parce que les variations d'Arcturus ne ſont peut-être pas aſſez connues ; 2.° parce que Mercure étant ce jour-là fort peu éloigné du cercle de latitude d'Arcturus, il faut changer conſidérablement la longitude de Mercure, & par conſéquent encore plus ſon aphélie pour faire varier la diſtance d'une petite quantité : quelques ſecondes d'incertitude dans la déclinaiſon de l'étoile, jettent bien loin pour la détermination de l'aphélie de la planète.

La diſtance apparente de Mercure à la queue du Lion, fut obſervée de $42^d\ 45'\ 45''$ à $6^h\ 39'\ 45''$, temps vrai corrigé, & la diſtance apparente calculée par les Tables, n'eſt que de $42^d\ 43'\ 38''$: l'erreur $2'\ 7''$ en moins, fait voir qu'il faudroit augmenter l'aphélie des Tables de $36'\ 10''$.

La diſtance apparente de Mercure à la même étoile, fut obſervée de $42^d\ 46'\ 20''$ à $6^h\ 42'\ 15''$, temps vrai corrigé. La diſtance apparente calculée par les Tables corrigées d'après le réſultat précédent, ſe trouve de $42^d\ 46'\ 1''$, trop petite encore de $19''$; ce qui fait voir qu'il auroit fallu augmenter l'aphélie, & par conſéquent ajouter à celui des Tables $41'\ 5''$.

La diſtance de Mercure à l'épi de la Vierge, fut obſervée de $10^d\ 46'\ 20''$, à $6^h\ 33'\ 45''$ temps vrai; la diſtance apparente calculée pour le même temps, ne ſe trouve que de $10^d\ 44'\ 53''$, trop petite de $1'\ 27''$; ce qui donneroit $17'\ 18''$ pour la correction de l'aphélie.

M. Méchain a encore calculé d'autres obſervations de diſtances de Mercure à l'Épi ; il y en a qui s'accordent avec les Tables ; cependant il paroiſſoit certain que l'aphélie devoit être augmenté : ſi l'on prend pour cette correction un milieu entre les trois derniers réſultats, on trouve $31'$, au lieu de $21'$ que donnent les paſſages ſur le Soleil ; la différence eſt peu ſenſible pour des obſervations de cette eſpèce.

Parmi plus de cent obſervations de Mercure que j'avois rapportées

rapportées dans mes Éphémérides *(tome VIII, page xcv & suivantes)*, il n'y en avoit que deux où l'erreur passoit une minute; mais elles excitèrent beaucoup mon attention. J'avois commencé à m'en occuper, & elles me faisoient penser aussi qu'il faudroit diminuer le mouvement de l'aphélie, & sa longitude actuelle, donnée par mes Tables.

En effet, corrigeant ainsi l'aphélie & l'époque, on diminue de 1′ l'erreur des Tables qui se trouvoit de 85″, le 31 Mai 1779, suivant l'observation de M. Pigott, calculée par M. de Lambre.

On diminue aussi l'erreur dans une observation de M. d'Agelet, que je vais rapporter, parce que je n'en avois jamais trouvé qui s'écartât autant du calcul. Le 3 Juin 1779, à 22^h 26′ 26″ temps moyen, réduit à l'Observatoire royal, ascension droite 49^d 16′ 14″, déclinaison 14^d 15′ 29″ boréale, longitude 1^s 20^d 40′ 9″ ½, latitude 3^d 49′ 29″; l'erreur des Tables + 1′ 33″ en longitude, se réduit à 41″ en faisant la correction indiquée par les passages de Mercure.

Mayer avoit aussi reconnu que le mouvement de l'aphélie n'étoit que de 56″ ½ dans les résultats qu'il donna après le passage de 1753, *Comm. Gotting. tome III;* mais je ne regardois pas cette conclusion, comme bien sûre, parce qu'elle supposoit l'excentricité comme dans Halley. Cependant M. Triesnecker a calculé sur ces élémens de Mayer, des tables de Mercure, qui s'accordent bien avec les observations. *Éphémérides de Vienne, pour 1788.*

Les observations que j'avois faites en 1764, pour déterminer l'aphélie de Mercure, m'avoient fait juger qu'il étoit 8 à 10 minutes plus avancé que dans les tables de Halley; je trouve ici 7 minutes seulement, mais 2′ ou 3′ devoient échapper à l'espèce d'observations que j'y employois alors. Les passages de Mercure sont, par leur nature, d'une exactitude supérieure. Il est vrai qu'ils ne déterminent l'aphélie qu'en supposant l'excentricité bien connue, mais comme l'erreur est sensiblement la même dans tous les

passages quand on les prend ensemble, & dans les deux nœuds à la fois, ils n'en donnent pas moins bien le mouvement de Mercure & celui de son aphélie. A l'égard du lieu de l'aphélie, on va voir que j'ai déterminé l'équation, de manière à n'avoir de ce côté-là aucune incertitude sur le lieu de l'aphélie.

Halley, après le passage de 1723, corrigea ses tables de Mercure, imprimées dès 1717, il ajouta 28" à l'époque, & augmenta de 20" le mouvement séculaire *(Philos. Trans. 1725, n.° 386)*; il auroit dû ajouter plus de 2', mais on n'avoit pas encore d'observations suffisantes pour s'en apercevoir. A l'égard du mouvement de l'aphélie, qu'il faisoit de 52" $\frac{1}{2}$, il n'y changea rien, n'ayant pour guide alors que le résultat de Newton, tiré d'une théorie trop imparfaite *(Princip. Mathém. liv. I, prop. 66, cor. 16; & liv. III, scholie de la prop. 14)*. Newton supposoit que le mouvement de l'aphélie de Mercure étoit produit par l'action de Jupiter, & qu'il étoit à celui de l'aphélie de Mars comme les durées de leurs révolutions; mais depuis soixante ans, les observations se sont multipliées, les calculs ont été faits plus rigoureusement, & M. de la Grange, dans les *Mémoires de Berlin, pour 1782*, trouve le mouvement annuel de l'aphélie de 57" par an, à peu-près comme je viens de le trouver par les passages sur le Soleil.

Ainsi, les résultats que je viens de donner, ne pourront être susceptibles que de fort petits changemens, & nous ne serons plus exposés à manquer une observation par le défaut de nos Tables.

De l'équation de Mercure.

Les passages de Mercure ne peuvent déterminer le lieu de l'aphélie, qu'en supposant l'excentricité exactement connue; celle-ci ne peut se déterminer mieux que par les plus grandes digressions de Mercure observées dans les apsides : il est vrai qu'une seule seconde d'erreur sur l'élon-

gation, en produit cinq ſur la plus grande équation, mais auſſi les 5″ n'en produiſent pas deux ſur le lieu vu de la Terre; ainſi je me ſuis appliqué à diſcuter toutes les obſervations que j'ai pu raſſembler pour bien déterminer l'équation de l'orbite, & je crois y être parvenu à moins d'une minute près.

Voici ſoixante-quinze obſervations faites vers l'aphélie & le périhélie dans vingt-trois digreſſions de Mercure, dont douze vers l'aphélie & onze vers le périhélie. C'eſt tout ce que j'ai pu rencontrer parmi les obſervations imprimées juſqu'ici, celles qui ſont parvenues à ma connoiſſance, & celles que je me ſuis procurées.

La première des douze digreſſions aphélies eſt celle que M. le Monnier obſerva le 4 Août 1747 *(Mém. 1774, page 242, 251, Éphém. page 95)*. Mes Tables corrigées pour l'aphélie & pour la longitude, donnent 31″ d'erreur ſur l'élongation, ce qui indique une équation trop forte; mais il y a peu d'obſervations où l'erreur ſoit ſi conſidérable.

La ſeconde digreſſion eſt celle du 19 Août 1759, obſervée par M. Meſſier, & que j'ai calculée *(Mém. 1767, page 547)*; elle donne une élongation plus petite ſeulement de 8″ que les Tables.

La digreſſion aphélie de 1767, rapportée par M. le Monnier *(Mém. 1774, page 243)*, donne un réſultat différent, & qui ſemble indiquer une équation plus grande; elle eſt même confirmée par une obſervation de M. Maſkelyne, du 2 Août, que j'ai calculée; mais la différence n'eſt que de 7 à 8 ſecondes, ce qui ne feroit qu'une demi-minute ſur la plus grande équation.

La quatrième digreſſion eſt celle du 24 Juillet 1774, obſervée par le P. Fixlmillner, à Cremſmunſter, *(Decennium aſtronomicum, pag. 138)*; mes Tables donnent 39″ de trop pour la longitude.

J'ai auſſi rapporté deux obſervations faites vers l'aphélie, en 1776: M. de Lambre les a calculées, d'après les obſer-

vations Espagnoles de Mrs Tofiño & Varela ; elles sont trop loin de la grande digression, pour pouvoir en tirer des conséquences sur l'équation, mais l'accord avec mes nouveaux élémens, confirme leur exactitude. L'observation du 18 Juillet 1778, par le P. Fixlmillner, n'est pas loin de l'aphélie, mais elle est trop loin de la digression.

La cinquième est celle du 1.er Septembre 1778, observée par M. d'Agelet (*Éphém. page xcviij*); l'erreur des Tables est de 34". Les observations de M. Pigott, les 4 & 5 Septembre, donnent 20 & 33.

Pour la sixième, il y a des observations des 14, 15 & 16 Août 1779, faites en trois endroits; suivant M. Pigott (*Éphém. page xcvij*), l'erreur est de 10". Il y a des observations de M. Darquier, des 14 & 15; enfin j'y ai mis celles de M. Oriani, des 14, 15 & 16 (*Ephémérides de Milan, 1783, page 203*). J'ai refait les calculs des observations qui différoient beaucoup entr'elles dans les comparaisons de M. Oriani; par ce moyen, il y a pour cette digression, quatre observations qui s'accordent assez bien entr'elles, & qui paroissent indiquer une diminution d'une minute ou un peu plus, dans l'équation de Mercure.

La septième est de la fin de Juillet 1780 : il y a une observation de M. d'Agelet, une de M. Oriani & une de M. Maskelyne; elles s'accordent fort bien avec mes Tables, sans faire aucun changement sensible à l'excentricité.

La huitième est du 17 Juillet 1781; il y a une observation de M. Pigott.

La neuvième se réduit à une observation de M. Pigott, du 12 Octobre 1781.

La dixième est celle du 26 Septembre 1783, observée à Oxford par M. Hornsby, avec d'excellens instrumens; quoiqu'elle soit à 24^d d'anomalie, elle mérite d'entrer ici en comparaison.

La onzième est du mois d'Août 1785, observée par M. Darquier, à Toulouse.

La douzième est celle du mois d'Août 1786, pour

laquelle j'avois averti tous les astronomes dans les papiers publics, & par des lettres particulières; aussi j'ai reçu des observations de Milan, de Marseille, de Toulouse, Genève, & Oxford, faites par M.rs de Reggio, de Sylvabelle, Darquier, Mallet & Hornsby; j'y ai joint une observation de moi, & une de M. Messier à Paris. M. Messier & M. Méchain en ont fait plusieurs à Paris, mais le temps y étoit peu favorable. Quelques-unes de ces observations ne me donnoient que des ascensions droites, mais la hauteur méridienne, observée le 10 à Greenwich, de $42^d 49' 36''$, m'a fait voir que la latitude tirée de mes Tables n'excédoit que de $4''$ celle que donnoit l'observation; ainsi j'ai pu emprunter des Tables la latitude de Mercure, pour en conclure la longitude observée.

Cette digression a même été observée à Bagdad par M. de Beauchamp, à qui j'avois écrit pour cela; je vais en rapporter une observation. Le 27 Juillet, à $7^h 23' 23''$, temps vrai, à Bagdad, ou $4^h 35' 8''$, à Paris, l'ascension droite apparente de Mercure, étoit de $150^d 13' 17'',5$, & la déclinaison apparente, $12^d 48' 43''$; il a trouvé $4''$ de moins pour la longitude, que par mes anciennes Tables; il se sert d'un réticule rhomboïde.

La première des onze digressions périhélies que j'ai discutées, est celle du mois de Septembre 1701, au matin, observée par la Hire, & que j'avois déjà calculée (*Mém. 1767, page 545*); M. le Monnier l'a discutée encore (*Mém. 1774, page 244; 1775, pages 482, 487*): les observations du 19 & du 20, donnent une élongation plus grande de $32''$ ou $42''$ que les Tables, suivant mon calcul. M. le Monnier, *page 482*, dit que l'observation du 21, confirmée par celle du 20, donne pour l'élongation, l'erreur des Tables de Halley, $1' 10''$; & *page 487*, une demi-minute seulement sur la longitude. En partant de la longitude donnée par M. le Monnier, je trouve l'erreur de mes Tables — $32''$, comme on le voit dans la première ligne de la Table suivante; mais pour le 12 Septembre au matin,

l'élongation qui, suivant M. le Monnier, fut observée de 17d 25′ 45″, seroit suivant mes Tables, de 17d 26′ 11″, & l'erreur seroit en sens contraire + 26″. Aussi je n'ai pas mis cette observation dans ma Table.

La seconde digression est celle de 1753, observée par M. Messier, & que j'ai rapportée (*Mém. 1767, page 546*); je la trouvois déjà d'accord à 1″ près avec mes Tables. Suivant M. le Monnier (*Mém. 1774, page 244*), l'élongation étoit de 17d 45′ 49″; & moi je trouve 17d 45′ 50″, la même que par mes nouvelles Tables. Il est vrai que M. le Monnier (*Mém. 1775, page 482*), donne une minute de plus; mais je crois que c'est la première qui est la bonne, quoique ce soit sur la seconde que M. le Monnier fonde l'accord de cette digression avec celle de 1701.

En effet, M. le Monnier donne pour le temps vrai du passage de Mercure, 10h 56′ 41″ $\frac{2}{3}$, ce qui fait 15d 49′ 35″ pour la différence d'ascension droite entre Mercure & le Soleil, & de-là je conclus celle de Mercure, 167d 20′ 43″, plus grande de 33″ que celle de M. le Monnier, mais il fait la longitude du Soleil plus petite de 35″; ainsi nous devons avoir la même élongation comme cela se trouve en effet (*Mém. 1767, page 546; & 1774, page 244*). Cependant M. le Monnier, dans le volume suivant, quoiqu'avec le même lieu du Soleil, donne une minute de plus pour l'élongation, & je crois que c'est une faute (*page 482*); il augmente même de 18″, *page 485*, à cause d'une augmentation sur le lieu du Soleil, mais cela ne doit rien changer à l'élongation, qui est déterminée directement, nécessairement & uniquement par le temps vrai du passage de Mercure, 10h 56′ 41″ $\frac{2}{3}$. Ainsi je m'en tiens à mon premier calcul de cette observation, qui est parfaitement d'accord avec mes Tables.

La troisième digression contient des observations des 19 & 20 Septembre 1773; l'une fut faite à Cremsmunster, par le P. Fixlmillner (*Decen. astr. page 138*), elle donne

une longitude plus grande de 7″ que les Tables ; l'autre eſt une obſervation de Cadix, qui fut faite d'après l'avertiſſement motivé que j'avois donné dans la Connoiſſance des Temps de 1773, ſur l'importance de cette digreſſion, & l'erreur n'eſt que de 2″; M. de Lambre l'a calculée. La latitude obſervée, 47′ 43″, ſurpaſſe celle des Tables de 25″, mais avec un réticule rhomboïde, on ne peut pas répondre des latitudes avec une plus grande préciſion.

La quatrième eſt celle du 3 Mars 1775, obſervée par M. le Monnier *(Mém. 1775, page 483)*, avec beaucoup de ſoin & dans une circonſtance très-favorable; elle donne la longitude plus grande de 14″ que par mes Tables, ce qui ſuppoſe 1′ 18″ à ôter de la plus grande équation; l'erreur n'eſt que de 7″ en partant de l'élongation donnée par M. le Monnier. L'obſervation de M. Maskelyne ne donne que 3″, & l'obſervation de M. Tofiño, calculée par M. de Lambre, donne l'erreur de 13″ en ſens contraire; ainſi à tout prendre, cette digreſſion donne une erreur inſenſible.

La même année, M. Darquier, à Toulouſe, obſerva Mercure vers ſon périhélie: ſes obſervations donnent 20 & 24″ d'erreur, mais elles ſont un peu trop loin de la plus grande digreſſion; je la compterai cependant pour une des onze digreſſions périhélies.

La ſixième eſt celle du 13 Octobre 1778, Mercure fut obſervé à Paris par M. d'Agelet, en Angleterre par M. Pigott; les deux obſervations ſont rapportées dans mes Éphémérides, elles diffèrent de 31″. M. d'Agelet avoit un plus grand inſtrument, & a obſervé la hauteur en même temps que le paſſage; les Tables s'écartent de 37″ de cette obſervation, & de 8″ de celles de M. Pigott ; l'une & l'autre donnent une diminution à faire dans l'excentricité.

La ſeptième eſt de la fin de Septembre 1779, ou du commencement d'Octobre; il y a cinq jours d'obſervations, deux de M. d'Agelet, & trois de M. Pigott; ſur les cinq, il y en a trois, dont le milieu donne environ une minute

à ôter de la plus grande équation : je rejette celles du 2 & du 3, trop différentes des trois autres obſervations, qui ſont aſſez d'accord entr'elles.

La huitième digreſſion périhélie eſt du mois de Septembre 1780; il y a cinq obſervations. M. de Lambre a recalculé les deux obſervations de M. Darquier, il en a calculé une qu'il a trouvée dans le Journal manuſcrit de M. d'Agelet; il s'en eſt trouvé deux parmi celles que le P. Fixlmillner m'a envoyées, & qui ſont dans le huitième volume de mes Éphémérides. Il y a entre ces cinq obſervations, faites en trois pays différens, des différences qui vont à 27", mais celle du 15 qui tient preſque le milieu, ne donne qu'une erreur abſolument inſenſible.

La neuvième, du mois de Mars 1781, ſe trouve établie par ſix obſervations de M. d'Agelet, que M. de Lambre a calculées; il y a des différences qui vont juſqu'à 39" entre ces obſervations, mais celle du 15, qui tient à peu-près le milieu, ne donne que 5" d'erreur ou 30" d'augmentation à faire dans la plus grande équation, quantité qui eſt encore inſenſible.

La dixième ſe réduit à une obſervation de M. Pigott, du 31 Août 1781.

Enfin, la onzième eſt celle du mois de Septembre 1786, que j'avois également recommandée à mes correſpondans, & qui a été obſervée à Paris, à Marſeille, à Genève, à Oxford & à Greenwich. Le 20 Septembre, à $22^h 49' 8''$, j'ai trouvé l'aſcenſion droite de Mercure par le Soleil, par β de l'Aigle & par γ, qui s'accordoient fort bien, de $162^d 42' 40''$, avec une lunette acromatique, montée ſur l'axe de ma lunette méridienne, au Collége Mazarin; d'où j'ai conclu la longitude, $5^f 11^d 2' 10''$, plus petite de 19" que par mes Tables corrigées, ce qui donne $1' 25''$ à ôter de l'équation. En employant la déclinaiſon meſurée à l'Obſervatoire royal, de $7^d 55' 29''$, je ne trouve que 10" pour l'erreur des Tables. Le 21, à $22^h 48' 19''$, j'ai eu pour aſcenſion droite, $5^f 16^d 30' 16''$, & la déclinaiſon à l'Obſervatoire

l'Obſervatoire a été de $7^d\ 51'\ 7''$; d'où je conclus la longitude, $5^s\ 11^d\ 47'\ 35''$, plus petite ſeulement de $3''$ que par les Tables. L'erreur ſeroit de $10''$ en employant la latitude tirée des Tables. Les hauteurs obſervées à Greenwich le 21 & le 27, donnent des latitudes qui s'accordent avec mes Tables à $4''$ près; ainſi je crois que l'on peut préférer la longitude déduite de l'aſcenſion droite par le moyen de la latitude tirée des Tables.

Voici donc la Table de ces ſoixante-quinze obſervations, qui forme une collection importante pour la théorie de Mercure. Jamais, à beaucoup près, l'on n'avoit conſtaté les élémens de cette orbite d'une manière auſſi complète & auſſi ſatisfaiſante.

J'ai marqué d'abord par un *P* ou par un *A*, les digreſſions périhélies & aphélies; j'ai mis enſuite la date des obſervations, réduites en temps moyen, au méridien de Paris, la longitude apparente déduite de celles du Soleil ou des étoiles comptées de l'équinoxe apparent, & affectées de l'aberration; enſuite l'erreur de mes premières Tables, ou la correction qu'il faut appliquer à mes calculs pour les accorder avec l'obſervation, & la correction qu'il faudroit faire à la plus grande équation de l'orbite qui étoit dans mes Tables, $23^d 40' 49''$. Ainſi par la première obſervation, il faudroit en ôter $2'\ 35''$, on la réduira à $23^d\ 38'\ 14''$; mais cette obſervation eſt du nombre de celles qui s'écartent trop du réſultat moyen. Il y en a quelques-unes où la correction paſſe $2'$, mais dans le très-grand nombre, elle eſt au-deſſous de $2'$, & cela ſuffit bien pour faire rejeter les autres; cependant j'ai tout rapporté, pour qu'on puiſſe diſcuter encore les obſervations qui paroiſſent s'accorder moins avec les autres.

Les obſervations ſeroient probablement encore plus d'accord, ſi, quand j'ai fait tous ces calculs, j'avois eu les élémens du Soleil que M. de Lambre vient de calculer, au mois de Mai 1788, & qui ne s'écartent jamais de $10''$ des obſervations.

Observations de Mercure faites aux environs des apsides & des plus grandes digressions, pour déterminer son excentricité.

TEMPS MOYEN À PARIS.		LONGITUDE observée.	CORRECT.	CHANGEM. de l'Équation.	NOMS DES AUTEURS, Circonstances des Observations.
	H. M. S.	S. D. M. S.	S.	M. S.	
P. 1701. 19 Sept.	22. 55. 34	5. 10. 51. 40	— 32	— 2. 35	La Hire, digression le 15, périhélie le 16.
20 Sept.	22. 57. 28	5. 12. 23. 55	— 42	— 3. 24	
A. 1747. 4 Août,	1. 43. 10	5. 8. 57. 4	— 31	— 2. 25	M. le Monnier, digression le 31 Juillet, aphélie le 4 Août.
P. 1753. 25 Sept.	22. 47. 51	5. 15. 41. 35	0	0	M. Messier, digr. le 28, pér. le 24
A. 1759. 19 Août,	1. 41. 37	5. 22. 58. 43	— 8	+ 0. 41	M. Messier, digr. le 20, pér. le 20
A. 1767. 30 Juillet,	1. 50. 36	5. 4. 15. 34	+ 7	+ 0. 30	M. le Monnier, digr. le 29, pér. le 1.er Août.
2 Août,	1. 56. 32	5. 6. 45. 25	+ 8	+ 0. 34	M. Maskelyne.
P. 1773. 19 Sept.	18. 26. 12	5. 9. 43. 14	+ 2	+ 0. 10	M.rs Tofiño & Varela, à Cadix.
20 Sept.	16. 18. 54	5. 10. 35. 49	— 7	— 0. 35	le P. Fixlmillner, digr. & pér. le 20
A. 1774. 24 Juillet,	7. 15. 10	4. 28. 35. 24	— 39	— 2. 47	le P. Fixlmillner, à 23d d'Ano. digression le 21.
P. 1775. 27 Févr.	1. 18. 3	11. 23. 55. 32	— 3	— 0. 15	M. Maskelyne.
3 Mars,	1. 14. 35	0. 0. 10. 48	+ 7	+ 0. 39	M. le Monnier, digr. le 7. pér. le 3
6 Mars,	7. 1. 43	0. 4. 14. 16	— 13	— 1. 13	M.rs Tofiño & Varela.
23 Août,	23. 0. 27	4. 14. 6. 9	— 24	— 2 31.	M. Darquier, digr. le 18, pér. le 25
27 Août,	23. 11. 40	4. 20. 41. 2	— 20	— 1. 53	M. Darquier, trop loin de la digr.
A. 1776. 22 Sept.	6. 1. 21	6. 20. 5. 17	+ 4	+ 0. 28	M.rs Tofiño & Varela.
23 Sept.	6. 21. 9	6. 21. 32. 50	— 3	— 0. 21	Aphélie le 24, digr. le 10 Octobre
P. 1777. 18 Juillet,	14. 50. 27	3. 7. 5. 39	— 11	....	le P. Fixlmillner, digression le 14 aphélie le 30.
31 Juillet,	15. 27. 39	3. 29. 37. 13	+ 41	....	
23 Août,	1. 30. 9	5. 24. 8. 44	— 32	....	M. d'Agelet.
A. 1778. 1 Sept.	1. 34. 30	6. 5. 35. 3	— 34	— 3. 22	M. d'Agelet a 11d d'anomalie.
4 Sept.	1. 56. 33	6. 8. 50. 20	— 20	— 1. 59	M. Pigott.
5 Sept.	1. 56. 0	6. 9. 50. 20	— 33	— 3. 11	M. Pigott, a 27d d'anom. digr. le
P. 1778. 12 Octob.	22. 44. 56	6. 2. 56. 13	— 37	— 2. 52	M. d'Agelet, digr. le 16, pér. le 1
	23. 7. 9	6. 2. 57. 6	— 8	— 0. 37	M. Pigott.
A. 1779. 14 Août,	1. 16. 31	5. 18. 20. 21	— 17	— 1. 31	M. Oriani, à Milan.

Suite des Observations, &c.

TEMPS MOYEN À PARIS.		Longitude observée.	Correct.	Changem. de l'Équation.	Noms des Auteurs, Circonstances des Observations.
	H. M. S.	S. D. M. S.	S.	M. S.	
1779. 14 Août.	1. 47. 34	5. 18. 21. 47	— 19	— 1. 42	M. Darquier.
15	1. 16. 30	5. 19. 28. 47	+ 7	+ 0. 37	M. Oriani.
	1. 43. 27	5. 19. 30. 13	+ 16	+ 1. 26	M. Darquier.
	2. 6. 40	5. 19. 30. 52	— 10	— 0. 53	M. Pigott.
16 Août,	1. 16. 17	5. 20. 34. 17	— 12	— 1. 1	M. Oriani, aph. le 16, digr. le 18.
1779. 29 Sept.	22. 46. 22	5. 19. 13. 11	— 16	— 1. 21	M. d'Agelet, à l'École Militaire, dig. & pér. le 30.
1 Octob.	22. 46. 43	5. 21. 19. 8	— 5	— 0. 25	M. d'Agelet.
2 Octob.	23. 9. 51	5. 22. 32. 11	— 50	....	M. Pigott.
3 Octob.	23. 10. 48	5. 23. 51. 33	+ 23	+ 1. 57	M. Pigott.
4 Octob.	23. 12. 15	5. 25. 14. 0	— 11	— 0. 56	M. Pigott.
1780. 29 Juillet,	2. 0. 28	5. 4. 5. 11	— 15	— 1. 33	M. Maskelyne.
30	1. 51. 0	5. 5. 6. 55	+ 5	+ 0. 31	M. d'Agelet, digression le 31, aph. le 2 Août.
31	1. 23. 2	5. 6. 4. 46	— 2	— 0. 9	M. Oriani, à Milan.
1780. 12 Sept.	22. 53. 18	5. 3. 18. 3	+ 10	+ 0. 50	M. Darquier.
	22. 49. 53	5. 3. 18. 5	+ 21	+ 1. 42	M. d'Agelet.
13 Sept.	16. 20. 40	5. 4. 1. 38	— 8	— 0. 40	le P. Fixlmillner, digr. le 13.
15	22. 55. 13	5. 6. 41. 56	+ 4	+ 0. 23	M. Darquier, périhélie le 16.
16	16. 25. 19	5. 7. 39. 43	— 9	— 0. 45	le P. Fixlmillner.
1781. 7 Mars,	1. 3. 46	0. 1. 46. 14	— 29	....	M. d'Agelet; trop loin de la digr.
10	1. 9. 28	0. 6. 49. 9	— 16	+ 1. 41	périhélie le 10.
13	1. 12. 49	0. 11. 13. 3	— 15	+ 1. 35	M. d'Agelet.
14	1. 13. 19	0. 12. 30. 31	+ 10	— 1. 3	M. d'Agelet.
15	1. 13. 24	0. 13. 41. 11	— 5	+ 0. 30	tient le milieu entre les 5 dernières.
16	1. 13. 9	0. 14. 45. 49	+ 3	— 0. 18	digr. le 16 à 24^d d'anomalie.
1781. 17 Juillet,	2. 4. 40	4. 21. 32. 14	— 28	— 2. 5	M. Pigott, à $11^s\ 18^d$ d'anomalie.
1781. 31 Août,	23. 8. 50	4. 22. 6. 21	— 30	— 2. 58	M. Pigott.
1781. 12 Octob.	0. 49. 57	7. 2. 56. 43	— 20	— 2. 45	M. Pigott., à $11^s\ 14^d$ d'anom. trop loin de la digression.
1783. 26 Sept.	1. 32. 44	6. 27. 34. 50	— 14	....	M. Hornsby, à 25^d d'anomalie.
1785. 28 Août,	1. 41. 5	6. 2. 38. 28	+ 17	....	M. Darquier, à 18^d d'anomalie, digr. le 28.
1786. 28 Juillet,	1. 40. 14	5. 29. 6. 55	— 3	....	moi, $10^s\ 5^d$ d'anomalie.

Suite des Observations, &c.

TEMPS MOYEN À PARIS.			LONGITUDE observée.	CORRECT.	CHANGEM. de l'Équation.	NOMS DES AUTEURS. Circonstances des Observations.
		H. M. S.	S. D. M. S.	S.	M. S.	
A. 1786.	5 Août,	2. 1. 31	5. 9. 48. 54	— 13	— 1. 3	M. Hornsby, à Oxford.
	7 Août,	1. 46. 9	5. 12. 7. 45	— 7	— 0. 34	M. Reggio, à Milan.
	8 Août,	1. 32. 9	5. 13. 13. 36	+ 1	....	M. Mallet, à Genève.
		1. 51. 5	5. 13. 14. 11	— 13	— 1. 3	M. Darquier.
	9 Août,	1. 30. 28	5. 14. 17. 6	— 15	— 1. 13	M. Reggio, à Milan.
	10	2. 25. 34	5. 15. 21. 1	— 9	— 0. 42	M. Messier; aph. le 10, digr. le 11.
		1. 50. 28	5. 15. 14. 20	— 16	— 1. 14	M. Darquier.
	11 Août.	1. 41. 59	5. 16. 17. 46	— 8	— 0. 38	M. Reggio, à Milan.
		2. 0. 21	5. 16. 18. 28	— 8	— 0. 40	M. Hornsby.
	12	1. 40. 26	5. 17. 13. 26	— 17	— 1. 19	M. Reggio.
P.	18 Sept.	22. 40. 3	5. 9. 58. 38	— 4	— 20	M. de Sylvabelle, à Marseille.
	20	22. 58. 19	5. 11. 2. 37	— 9	— 40	M. Maskelyne.
		22. 49. 8	5. 11. 2. 20	— 10	— 0. 44	moi.
	21	22. 48. 19	5. 11. 47. 35	— 3	— 0. 13	moi.
	21	23. 2. 30	5. 11. 47. 55	— 12	— 1. 0	M. Hornsby.
	22	23. 2. 12	5. 12. 41. 20	— 13	— 1. 7	M. Hornsby, périhélie le 23.
		22. 33. 19	5. 12. 40. 22	— 2	— 0. 10	M. Mallet à Genève, digr. le 24.
		22. 36. 50	5. 12. 40. 40	+ 10	+ 0. 50	M. Bernard, à Marseille.
	26 Sept.	22. 59. 56	5. 17. 24. 9	— 7	....	M. Maskelyne.

J'ai pris le milieu entre ces différentes digressions, en omettant celles qui s'écartent trop des autres; il en a résulté une diminution d'environ 30″ à faire à la plus grande équation, qui dans mes Tables étoit de $23^d 40' 49''$. Cette quantité est insensible sur les plus grandes digressions, puisqu'elle ne produit que 5 à 6″ d'erreur. Les digressions de 1786, observées encore plus exactement que les autres, m'ont donné cette correction d'environ 50″; en sorte que je m'en tiens à $23^d 40' 0''$; & c'est sur cette quantité que M. de Lambre a calculé la Table des équations & des

distances de Mercure au Soleil, qui est dans *la Connoissance des Temps de 1789.*

Quand je réduisois l'équation à 23d 40′ 20″, je trouvois qu'il falloit ajouter 35″ au lieu de l'aphélie que j'avois trouvé par les passages sur le Soleil, & 5″ aux longitudes moyennes de Mercure. C'est ainsi que je l'ai fait dans les Tables qui sont dans la *Connoissance des Temps;* en la faisant de 23d 40′, il faudra ajouter encore 24″ à l'aphélie, & 3″ aux longitudes moyennes; mais le mouvement restera toujours le même, parce que la diminution de l'équation influe à-peu-près également sur les quatre comparaisons que j'ai faites des huit passages sur le Soleil.

On voit par-là pourquoi l'excentricité déduite des passages de Mercure *(Mém. de 1767, page 545)* approchoit beaucoup de celle que je trouve actuellement par un plus grand nombre d'observations; c'est que vers ce temps-là j'avois déterminé assez exactement le lieu de l'aphélie par mes observations faites sur les plus grandes digressions dans les moyennes distances.

Les digressions qui donnent une diminution de 2 à 3″ pour l'équation, sont celle de 1701, sur laquelle il y a du doute comme je l'ai expliqué; celle de 1747, faite avec de bien petits instrumens; celle d'Août 1775, trop loin de la digression, & celle de Septembre 1778 trop loin de l'aphélie. Les autres donnent des différences qui sont peu sensibles; & elles sont contredites par des observations également décisives, qui donneroient une augmentation à faire dans l'équation, comme l'observation de 1767, & celle du 3 Mars 1775, faites par M. le Monnier; celles du 30 Juillet 1780 & du 15 Mars 1781, par M. d'Agelet; toutes les quatre avec de grands & de bons instrumens. Les digressions de 1753, 1759, 1780, ne donnent pour ainsi dire aucune correction.

On ne doit pas être bien étonné de trouver des différences de 30″ entre différentes observations, comme entre celles qui sont du même jour, mais faites en des lieux

différens, ou dans des jours conſécutifs. Les erreurs ſur les lieux du Soleil & des étoiles, celles qui ſont inévitables dans chacune des deux obſervations, ne fût-ce que d'une demi-ſeconde de temps, ſuffiſent bien pour produire ces différences. Cependant, en choiſiſſant les réſultats qui ſont les plus cohérens entre eux, on trouve de quoi juger aſſez bien que la plus grande équation de Mercure ne diffère guère de $23^d\ 40'$, & que celle de Halley, $23^d\ 42'\frac{1}{3}$ eſt certainement trop forte.

M. le Monnier donne, pour l'excentricité, deux réſultats différens (*Mém. de 1775, pages 286 & 486*); dans l'une l'équation ſeroit de 49″ plus petite que la mienne; & c'eſt en employant l'obſervation de 1767, qui s'accorde avec beaucoup d'autres. Dans l'autre réſultat, M. le Monnier trouve une diminution de $3'\ 19''$ par les obſervations de 1747 & 1775; mais l'obſervation de 1747, donne une correction des Tables de 31″, c'eſt-à-dire plus grande que la plupart des autres; auſſi elle fournit un réſultat extrême auquel on ne doit pas donner la préférence. Le premier réſultat de M. le Monnier me paroît donc préférable, & c'eſt celui qui s'accorde avec les miens, ce qui me fournit une confirmation.

Si l'on conſidère ſéparément les obſervations aphélies & périhélies, on trouve par les premières la correction d'une minute, & par les autres, de 10″ ſeulement. Dans les deux dernières digreſſions, on trouve 55″ pour l'aphélie, & 30″ pour le périhélie; cela ſembleroit indiquer que la diſtance moyenne qui eſt déduite de la règle de Képler, eſt un peu trop grande; c'eſt ce réſultat que ſembloient donner auſſi les obſervations de Mars dans la quadrature du mois de Février 1786. Cette différence eſt trop petite pour pouvoir la diſtinguer avec certitude au milieu des inégalités d'obſervations; cependant, je n'ai pas voulu négliger de propoſer ce doute qui mérite bien d'être éclairci. Les quantités de 1′ & de 10″ produiroient environ 12″ & 2″ d'erreur ſur les élongations de Mercure, aphélie & périhélie;

il y auroit 5" à ôter pour la distance moyenne, & 7" pour l'excentricité, ce qui feroit 35" à ôter de la plus grande équation ; il y auroit donc 2,2 à ôter de la distance moyenne qui, dans mes Tables, est 38710, & 25 du logarithme de la distance moyenne, ou de 9,587822. L'équation étant supposée $23^d\ 40'\ 0''$, l'excentricité au lieu d'être 7960 sera 7955,4 ; car, dix parties de l'excentricité répondent à 1' 47" d'équation. La petite incertitude qui nous reste sera bientôt levée par de nouvelles observations ; & pour que les astronomes soient avertis à l'avenir des digressions qu'il importe le plus d'observer, je vais marquer ici les temps où elles arrivent vers les apsides, avec la longitude de Mercure pour ces temps-là.

		Longit.	Digres.	Passages.
Mercure, Aphélie passant le matin,	1.er Avril	$11^s\ 14^d$	$27^d\ 52'$	$1^h\ 39'$ avant midi.
Aphélie le soir................	9 Août.	5. 14	27. 30	1. 42 après.
Périhélie le matin............	24 Sept.	5. 14	17. 35	1. 5 avant.
Périhélie le soir..............	14 Févr.	11. 14	18. 6	1. 6 après.

La première & la dernière arriveront du moins à-peu-près en 1789, & la deuxième & la troisième ont eu lieu cette année, en 1786, assez exactement, comme on l'a vu ci-devant.

Ainsi, en général, quand on verra Mercure passer au méridien, le matin vers le 1.er Avril, ayant $11^s\ 14^d$ de longitude, ce sera une longitude aphélie importante à observer, & ainsi des autres ; quelques jours avant ou après, les observations sont à-peu-près également importantes.

Il y a quatre-vingt-sept digressions dans la révolution de treize ans, qui ramène Mercure à-peu-près aux mêmes configurations avec le Soleil ; & sur les quatre-vingt-sept, il y en a à peine douze qui soient près des apsides : ainsi celles de 1789 sont très-dignes d'attention, & je les ai annoncées avec soin à tous les astronomes qui ont d'assez grands instrumens pour pouvoir faire ces observations rares & difficiles.

Les digressions propres à déterminer l'aphélie, sont beaucoup plus fréquentes, ainsi on pourra s'assurer de cet élément; alors les passages de Mercure sur le Soleil, serviront à connoître mieux l'excentricité, & remplaceront les digressions aphélies & périhélies, qui sont trop rares.

L'aberration de Mercure dans ces digressions, est à-peu-près égale à celle du Soleil; ainsi l'on ne doit pas employer l'une sans l'autre; mais dans tous mes calculs, je les ai employées toutes deux. Quand jusqu'ici, les astronomes appliquoient l'aberration de Mercure, en ne tenant pas compte de celle du Soleil, & que l'aphélie étoit à l'occident du Soleil, ils trouvoient les digressions de Mercure, par rapport au point apparent, plus occidental de 20" que le vrai centre du Soleil, autour duquel Mercure fait sa révolution; ainsi on trouvoit une excentricité trop petite, & l'équation d'environ 2' moindre que la véritable. C'étoit à la vérité le contraire, quand l'aphélie étoit à l'orient; mais on n'avoit pas assez d'observations de cette espèce pour que la compensation pût se faire.

Ainsi il est nécessaire d'augmenter de 20" le lieu du Soleil qui est dans nos Tables, lorsqu'on calcule le lieu de Mercure vu de la Terre. L'aberration du Soleil produit encore une plus grande erreur pour Vénus; elle peut aller jusqu'à 1' 12" sur la longitude géocentrique de Vénus.

Si l'on pouvoit négliger les deux aberrations dans les plus grandes digressions de Mercure, parce qu'elles sont presque égales, il n'en seroit pas de même dans les conjonctions; car les aberrations de Mercure & du Soleil diffèrent de 30" dans les conjonctions supérieures, & elles sont de signes contraires dans les conjonctions inférieures; aussi en ai-je tenu compte dans la Table des passages sur le Soleil, que j'ai employée dans ce Mémoire.

La différence est considérable dans ces passages; car si l'on suppose la conjonction vraie, en 1786, à $17^h\ 8'\ 47''$, temps moyen, à $1^s\ 13^d\ 49'\ 45''$ de longitude vraie, les Tables qui donnent le lieu apparent du Soleil de $1^s\ 13^d$ 49'

49′ 10″, donneroient pour la conjonction, 17^h 4′ 42″ seulement; mais en employant les deux aberrations, on aura la conjonction apparente, 17^h 15′ 39″, & 1^s 13^d 49′ 42″ pour le lieu apparent du Soleil & de Mercure.

Ainsi l'on trouveroit pour le temps de la conjonction observée, 10′ 55″ de plus que par les Tables supposées exactes, mais dans lesquelles on emploîroit, comme on a coutume de faire, le lieu apparent du Soleil, & le lieu vrai de Mercure; c'est-à-dire, que les passages de Mercure sur le Soleil, retarderoient de 10′ 55″ sur les Tables, sans qu'il y eût aucun défaut dans celles-ci, par le seul effet des aberrations, & quoiqu'il n'y eût que 3″ de différence pour le lieu de la conjonction. Ce retard est de 8′ 4″ de temps, dans le passage de 1782, voilà pourquoi mes Tables qui auroient donné la conjonction 8′ 36″ trop tard, ne paroissoient retarder que de quelques secondes de temps; car la conjonction annoncée d'après mes Tables, dans mes Éphémérides, pour 4^h 4′ 3″, auroit dû s'annoncer pour 4^h 12′ 7″ à cause des aberrations; mais on l'a observée à 4^h 4′ 15″ ou 7′ 52″ plus tôt, & j'ai remarqué ci-dessus qu'elle devoit arriver 8′ 36″ plus tôt que par les Tables, à cause de l'erreur sur l'aphélie & les époques: c'est ainsi que les deux erreurs se compensèrent, & augmentèrent notre illusion. De-là il suit que, dans la Table des conjonctions de Mercure observées, si l'on conserve les temps qui ont été déterminés par observation, il faut ajouter 1′ 44″, aux longitudes héliocentriques, dans le mois de Novembre, & 54′, dans le mois de Mai. A l'égard de la latitude, il faut ôter 4″,6 dans les premiers, & ajouter 3″,3 dans les autres, en supposant la latitude boréale; c'est le contraire si elle est australe.

On trouve au sujet de cette aberration, une difficulté de M. le Monnier (*Mém. 1782, page 649, ligne 1.re*). *On doit négliger*, dit-il, *dans cette recherche, la différence des aberrations du Soleil & de Mercure, puisqu'on n'aperçoit en effet aucun rayon venant de cette planète.*

Cette difficulté que M. le Monnier a développée verbalement à l'Académie, le 12 de Juillet 1786, vient de ce qu'il considère le rayon qui rase le bord de Mercure, comme s'il ne nous faisoit apercevoir qu'une portion du Soleil; mais ce rayon solaire appartient aussi à Mercure, tout comme le rayon lumineux qui partiroit de Mercure même si cette planète étoit éclairée. En effet, on ne peut dire que Mercure éclairé & Mercure obscur, paroîtroient en deux endroits différens : or Mercure lumineux auroit une aberration de 7″, à raison de son mouvement, pendant le temps que la lumière met à venir de cette planète jusqu'à nous; donc Mercure obscur doit avoir la même aberration. Les rayons qui ont passé tout autour de son disque, sont ceux qui nous font voir la place où Mercure étoit quand ces rayons ont passé sur ses bords.

Le rayon qui touche Mercure, pour venir à notre œil, fait pour le point du Soleil d'où il est parti, une aberration de 20″, & il fait par conséquent, sur le bord de Mercure qu'il a touché, une aberration de 7″.

L'on ne peut pas dire que nous voyons le Soleil, & que nous n'apercevons point Mercure; car nous voyons tous les points du ciel qui environnent Mercure, & cela par des rayons qui ont touché Mercure, & qui, par cela même, sont des rayons de Mercure; nous voyons les points du ciel où Mercure n'est pas, mais qui environnent l'endroit où il étoit, quand ces rayons ont passé tout autour de lui; ces rayons nous font voir un vide, mais ce vide étant produit par Mercure, ne peut paroître qu'à l'endroit où paroîtroit cette planète, où elle étoit quand les rayons qui laissent ce vide ont passé à l'endroit où le vide s'est formé. Il est donc certain qu'il faut tenir compte de deux aberrations qui sont en sens contraire, & dont la somme fait que la conjonction apparente arrive 8′ plus tard que la conjonction vraie.

Des latitudes de Mercure.

Après avoir discuté de nouveau les latitudes de Mercure, je ne vois presque rien à changer dans mes Tables. M. de Lambre a calculé trente-sept observations faites par M. d'Agelet, avec le grand mural de l'École Militaire, entre 1778 & 1781 (*Éphém. tom. VIII, Mém. 1784, page 74*); l'erreur est insensible; & comme elles sont faites avec le plus grand & le meilleur instrument qu'on ait employé à ces sortes d'observations, elles décident la question. Voici les plus grandes latitudes observées, qu'il y ait parmi les trente-sept que M. de Lambre a calculées sur mes Tables, avec l'erreur de ces mêmes Tables, ou la correction qu'il faut y appliquer pour accorder les Tables avec les observations.

	LATITUDES.	CORRECTIONS des Tables.
	D. M. S.	S.
1779. 14 Avril.	2. 8. 56. *B*	− 5
15 Avril.	2. 17. 2. *B*	+ 3
3 Juin.	3. 49. 6. *A*	+ 8
1 Sept.	3. 58. 50. *A*	− 5
1780. 14 Janv.	2. 26. 37. *A*	+ 5
27 Mai.	2. 53. 48. *A*	+ 5
28.....	2. 47. 8. *A*	+ 11
29.....	2. 39. 56. *A*	+ 2
2 Juin.	2. 5. 59. *A*	+ 2
1781. 17 Mars.	2. 23. 53. *B*	+ 4

Ces erreurs étant insensibles, je ne changerai rien à l'inclinaison qui, dans mes Tables, est de $7^d\ 0'\ 0''$. Mayer la faisoit de 10″ plus forte. (*Comment. Gott. t. III*).

Pour le lieu du nœud, il a été vérifié cette année par la distance du bord boréal de Mercure à celui du Soleil, observée à Upsal par M. Prosperin, de 4′ 24″. Supposant le demi-diamètre du Soleil, 15′ 52″ ½, celui de Mercure 6″¼ & l'effet de la parallaxe 6″ ½, je trouve que la plus courte distance a été 11′ 29″, & la latitude vraie en conjonction vraie, 11′ 42″, ou 2″ de moins que par mes Tables.

M. Inochodzow, habile astronome de Péterſbourg, y a observé les deux contacts intérieurs; M. de Lambre en a conclu la plus courte distance 11′ 21″, ce qui donne pour l'erreur géocentrique des Tables 2′ 43″, comme par l'observation de M. Prosperin sur la plus courte distance comparée avec celle de la sortie, par M. de Lambre; il trouve 17″ pour l'erreur en latitude qui se réduit à 1″, quand on corrige la longitude, ce qui prouve qu'il n'y avoit presque rien à changer sur le lieu du nœud qui se trouvoit dans mes premières Tables.

En 1782, j'ai trouvé la latitude vraie par observation 15′ 52″, les Tables donnent 15′ 43″ pour le moment de la conjonction vraie, c'est 9″ de moins : ces erreurs sont peu sensibles, mais si l'on veut y avoir égard, on trouvera qu'elles donnent à peu-près 1′ 30″ à ôter du lieu du nœud vers 1784.

Pour déterminer le mouvement du nœud, je n'ai pas trouvé d'observation plus ancienne & plus exacte, que le passage de Mercure observé à l'île de Sainte-Hélène par Halley, le 7 Novembre 1677, imprimée en 1679, à la suite de son Catalogue des étoiles australes. Cette observation n'avoit jamais été bien calculée; Halley n'en avoit tiré lui-même qu'un très-mauvais parti; Cassini avoit mieux fait dans ses *Élémens d'astronomie*; mais il n'avoit pu employer les aberrations, les parallaxes, les mouvemens horaires, les diamètres & l'irradiation, tels que nous les connoissons aujourd'hui; c'est ce que j'ai fait de la manière suivante. Les contacts intérieurs furent observés par Halley, à 9^h 27′ 30″, & 2^h 40′ 8″; la différence des demi-diamètres, 16′ 3″,7, doit être diminuée de 2″,4 pour l'entrée

& de 2",1, pour la sortie, à raison de la parallaxe; le mouvement de Mercure sur son orbite relative, dans cet intervalle de temps, est 30′ 53″,8; d'où je conclus la conjonction vraie à 0^h 18′ 7″, temps moyen, à Paris; les longitudes vraies comptées de l'équinoxe moyen, 7^s 15^d 44′ 17″, & la latitude vraie, 4′ 23″, plus petite de 5″ que par mes Tables, ce qui donne 1′ 29″ à ajouter au nœud; & comme j'ai trouvé 1′ 30″ à ôter pour 1784, cela diminue de 1″,7, le mouvement annuel du nœud; ainsi je le supposerai de 43″,3, ou 1^d 12′ 10″ par siècle. M. de la Grange trouve 41″,3, & il trouveroit 43″ $\frac{1}{2}$ en diminuant la masse de Vénus d'un tiers; Halley nous dit que l'intervalle de temps lui paroît très-exact: or il faudroit 5″ d'erreur pour produire 1″ sur la latitude, ce qui en feroit 18″ sur le nœud, quantité dont il n'est pas possible de répondre.

Cette observation de 1677, m'a donné occasion de recalculer également celle de 1661, faite par Hévélius; elle est rapportée en détail dans son ouvrage, intitulé: *Mercurius in sole visus*, &c. *1662*, *p. 69*, il y donne sept fois la distance de Mercure à l'extrémité de la corde parcourue sur le Soleil, qu'il suppose divisée en cinq cents parties; je rapporte ici les temps & les distances, & je vais chercher par chacune le milieu du passage.

Si Hévélius nous eût indiqué la manière dont il marqua la position de Mercure sur son image solaire, nous pourrions y appliquer la réfraction & la parallaxe; mais il ne donne que les distances ci-jointes: au reste, chacune des parties faisant presque une minute de temps, il seroit inutile d'employer la parallaxe qui ne faisoit pas la moitié d'une partie.

Temps vrai.	Dist.	Milieu.
3^h 4′ 0″	55	6^h 1′ 51″
4. 26. 0	138	8. 9
5. 0. 35	179	5. 21
5. 6. 20	183	7. 27
5. 15. 15	195	5. 25
5. 29. 40	208	7. 59
7. 21. 53	331	8. 1

Dans la dernière observation, Hévélius devoit voir le diamètre du Soleil sensiblement

accourci par la réfraction; mais probablement, il en a tenu compte en observant la distance de Mercure au bord inférieur du Soleil. Cela paroît par le résultat de cette observation qui s'accorde assez bien avec les autres, & qui sans cela, en différeroit beaucoup.

La première des sept observations est la seule qui s'écarte beaucoup des autres, & je ne l'ai point fait entrer dans mon résultat.

J'ai trouvé, par un cacul rigoureux, que la demi-corde étoit 15′ 14″,1 & qu'elle étoit parcourue en 3^h 48′ 1″. Hévélius trouvoit 3^h 48′; j'en ai conclu pour chaque observation l'intervalle de temps compris jusqu'au milieu du passage, & j'ai sept fois le milieu comme dans la table ci-dessus. C'est-là le moyen de tirer parti de toutes les observations pour en conclure avec plus de certitude le moment important qui est ici la conjonction; le milieu se trouve par un terme moyen 6^h 7′ 3″, j'en ôte 11′ 59″ pour avoir la conjonction observée, 6′ 55″ pour avoir la conjonction vraie, à raison des deux aberrations du Soleil & de Mercure, 3′ 37″ pour l'équation du temps, & 1^h 5′ 15″ pour la différence des méridiens, il reste 4^h 39′ 7″ pour le temps moyen de la conjonction vraie réduit à Paris; la longitude vraie du Soleil, comptée de l'équinoxe moyen, étoit alors 1^s 13^d 33′ 28″. Suivant les Tables, celle de Mercure est plus petite de 36″, d'après mes nouveaux résultats.

Si l'on emploie les passages de 1661 & 1667 ainsi corrigés, pour les calculs qui sont au commencement de ce Mémoire, on trouve qu'il faut ôter 15″ de la longitude moyenne de Mercure, & ajouter 1′ 11″ à celle de l'aphélie pour 1669, qui est l'année intermédiaire entre 1661 & 1677; mais en recommençant les calculs, j'ai trouvé 14″ à ôter des époques en 1782, & 9″ à ajouter à l'aphélie; par-là, le mouvement séculaire de Mercure resteroit le même, & celui de l'aphélie seroit de 74″; ainsi on pourroit le réduire à 1^d 33′ 45″, ou 56 $\frac{1}{4}$ par année.

Le passage de 1661 n'est pas si propre à déterminer

le nœud; mais on voit qu'il s'accorde très-bien avec ma détermination, puisque je trouve exactement la durée qu'Hévélius avoit déduite de son observation.

Le lieu du nœud dans les Tables de Halley, est trop avancé de 5′; & cette erreur ira toujours en croissant, parce qu'il donne au nœud un mouvement trop fort de 11′ 40″ par siècle. Ainsi, à tous égards, il est bien prouvé que mes Tables de Mercure, sont préférables à celles de Halley, même sans les corrections des moyens mouvemens qui ont fait l'objet principal de ce Mémoire.

La révolution de Mercure, en supposant son mouvement séculaire $2^{s}\ 14^{d}\ 4'\ 20''$, se trouve de $87^{j}\ 23^{h}\ 14'\ 32'',67$, & par rapport aux étoiles $87^{j}\ 23^{h}\ 15'\ 43'',64$.

Il me reste à dire un mot du diamètre de Mercure : il n'y a pas de meilleur moyen de le trouver que la durée du temps qu'il emploie à sortir du Soleil; mais cette observation est délicate, & il y a eu cette année de grandes différences entre les observations; elles vont même depuis 3′ 0″, jusqu'à 4′ 41″. En prenant le milieu entre une douzaine d'observations, je trouve 4′ 25″ pour cette durée; il devoit y avoir 4′ 28″, en supposant 6″,9 pour le diamètre de Mercure vu à la distance moyenne du Soleil, comme je l'avois établi, *(Mém. 1756, page 264)*: ainsi je ne vois rien à changer pour cet article, à mes déterminations précédentes. Les élémens que je viens de trouver, ont formé mes nouvelles Tables qui sont dans la *Connoissance des temps de 1789*, & qui entreront dans la troisième édition de mon Astronomie. Je vais m'en servir pour annoncer le passage de 1799. Celui-ci sera vu complètement à Paris, & cela n'est jamais arrivé dans le nœud descendant; car, en 1661, on ne vit que l'entrée; en 1753 & 1786, on n'a vu que la sortie, & l'on ne verra pas ensuite de passage sur le Soleil dans le nœud descendant, avant 1832.

Le 7 Mai 1799, conjonction vraie à $1^{h}\ 10'\ 50''$ de temps vrai, dans $1^{s}\ 16^{d}\ 54'\ 11''$ de longitude vraie; conjonction apparente à $1^{h}\ 17'\ 38''$: la latitude apparente,

c'est-à-dire, diminuée de l'aberration, 3",3 sera 5' 37",3 *A*. La plus courte distance apparente 5' 31",7 en suivant pour le nœud mes premières Tables : mouvement horaire de Mercure vu du Soleil sur l'orbite 7' 17",7, sur l'écliptique 7' 14",4 ; mouvement du Soleil 2' 24",9 ; différence héliocentrique 4' 49",5 ; en latitude 53",3 ; inclinaison de l'orbite 10^d 26' ; mouvement relatif vu de la Terre sur l'écliptique 3' 55",9 ; en latitude 43",5 ; sur l'orbite relative 3' 59",9 ; distance de Mercure au Soleil 0,45351, à la Terre 0,55646 ; milieu du passage 1^h 2' 21" ; entrée du centre de Mercure 9^h 19' 59", sortie 4^h 44' 43" temps vrai vu du centre de la Terre. Je suppose le demi-diamètre du Soleil 15' 49", c'est-à-dire, diminué de 3" comme je l'ai expliqué (*Mém. 1770, page 403*). Le demi-diamètre de Mercure emploîra 1' 41" à entrer & à sortir, en le supposant de 6",3, comme dans mon *Astronomie*.

J'ai calculé de même sur mes élémens, tous les passages de Mercure jusqu'à la fin du siècle prochain, pour le nœud descendant ; ils seront dans la troisième édition de mon *Astronomie*, que je prépare actuellement.

Je terminerai ce Mémoire par un recueil d'observations faites à Paris, à Cadix & à Oxford, avec de très-bons instrumens & très-propres à vérifier mes nouvelles déterminations. On verra dans les premières la comparaison des Tables de Halley avec les miennes, & avec les Tables que j'avois publiées dans mon *Astronomie*, & l'on jugera mieux de l'avantage des nouvelles qui sont dans la *Connoissance des Temps de 1789*.

Je rapporterai de même des observations faites en Pologne, d'après l'invitation pressante que j'avois faite à tous les astronomes munis d'assez bons instrumens; enfin celles de M. de Beauchamp, Vicaire général de Babylone, qui vient de faire construire un Observatoire à Bagdad, & dont le zèle nous tient lieu aujourd'hui de celui des anciens Chaldéens & des Arabes du moyen âge, qui, dans le même pays, cultivèrent l'Astronomie avec tant de succès.

Observations

Observations de Mercure, faites par M. d'Agelet à l'École Militaire, & calculées par M. de Lambre.

Années, Mois & Jours.	Temps moy. de l'obs. royal.	Longitude apparente observée.	Correc. de Halley.	Tables de 1764.	Tables de 1786.	Latitude apparente observée.	Correc. de Halley.	Erreurs des Tables de 1786
	H. M. S.	S. D. M. S.	S.	S.	S.	D. M. S.	S.	S.
78. Août. 23	1. 30. 9	5. 24. 8. 44	+ 16	— 54	— 32	0. 31. 39. A	+ 65	+ 33
Sept. 1	1. 34. 30	6. 5. 35. 3	+ 3	— 52	— 22	1. 51. 43. A	+ 64	+ 23
Oct. 12	22. 44. 56	6. 2. 58. 13	+ 43	— 48	— 37	1. 17. 44. B	+ 18	+ 2
Déc. 26	1. 23. 26	9. 23. 44. 53	+ 97	+ 25	+ 6	1. 41. 44. A	— 5	— 6
79. Avril. 13	1. 6. 9	1. 11. 10. 52	+ 10	+ 13	— 13	2. 0. 22. B	+ 7	— 9
14	1. 8. 20	1. 12. 43. 41	+ 7	+ 10	— 10	2. 8. 56. B	+ 25	— 8
15	1. 10. 7	1. 14. 12. 9	+ 11	+ 18	— 3	2. 17. 2. B	+ 21	+ 6
Juin. 3	22. 26. 26	1. 20. 40. 9	— 43	+ 71	+ 11	3. 49. 6. A	+ 32	+ 8
Sept. 1	1. 14. 46	6. 0. 50. 53	— 64	+ 17	+ 19	3. 58. 50. A	+ 37	+ 1
29	22. 46. 22	5. 19. 13. 11	+ 44	+ 6	— 16	1. 13. 2. B	+ 18	+ 4
Oct. 1	22. 46. 43	5. 21. 19. 8	+ 10	— 1	— 5	1. 31. 40. B	+ 21	+ 5
13	23. 7. 20	6. 9. 41. 30	+ 48	— 16	0	1. 50. 38. B	— 18	+ 13
17	23. 16. 24	6. 16. 32. 35	+ 55	— 22	0	1. 34. 38. B	— 18	+ 20
18	23. 18. 41	6. 18. 15. 12	+ 60	— 29	+ 3	1. 29. 36. B	— 9	∓ 15
Déc. 6	1. 13. 47	9. 3. 13. 2	+ 96	— 38	— 9	2. 18. 40. A	— 12	— 27
80. Janv. 13	22. 31. 32	9. 1. 14. 59	+ 46	— 32	— 7	2. 26. 37. A	— 7	+ 1
21	22. 27. 10	9. 7. 31. 30	+ 69	+ 6	0	1. 7. 35. A	— 9	+ 11
Mai. 27	22. 26. 6	1. 14. 21. 59	+ 55	+ 49	+ 33	2. 53. 48. A	+ 13	+ 6
28	22. 26. 32	1. 15. 46. 11	+ 49	+ 40	+ 14	2. 47. 8. A	+ 15	+ 10
29	22. 28. 11	1. 17. 13. 15	+ 57	+ 44	+ 27	2. 39. 56. A	+ 17	+ 10
Juin. 2	22. 36. 45	1. 23. 27. 54	+ 58	+ 30	— 4	2. 5. 59. A	+ 4	+ 5
8	22. 56. 0	2. 4. 8. 36	+ 43	+ 20	— 1	1. 3. 49. A	— 21	— 12
9	23. 0. 6	2. 6. 4. 11	+ 40	+ 17	— 4	0. 52. 43. A	— 20	— 9
Juil. 29	1. 51. 20	5. 4. 5. 6	— 1	+ 9	+ 2	1. 1. 54. A	+ 44	0
30	1. 51. 0	5. 5. 6. 55	— 7	+ 10	+ 5	1. 13. 7. A	— 52	+ 36
Sept. 12	22. 49. 53	5. 3. 18. 5	+ 74	+ 26	+ 24	0. 33. 45. B	+ 10	— 7
Nov. 8	0. 49. 55	8. 3. 11. 42	+ 77	— 48	— 2	2. 0. 50. A	+ 29	— 2
81. Mars. 7	1. 3. 46	0. 1. 46. 14	+ 32	— 5	— 29	0. 17. 36. B	+ 21	+ 6
10	1. 9. 28	0. 6. 49. 9	+ 36	— 1	— 16	0. 55. 48. B	+ 13	— 6
13	1. 12. 49	0. 11. 13. 3	+ 18	— 3	— 15	1. 35. 12. B	+ 21	+ 6
14	1. 13. 19	0. 12. 30. 31	+ 38	+ 22	+ 10	1. 47. 49. B	+ 14	— 7
15	1. 13. 24	0. 13. 41. 11	+ 26	+ 15	— 5	2. 0. 31. B	+ 25	+ 6
16	1. 13. 9	0. 14. 45. 49	+ 36	+ 27	+ 3	2. 12. 24. B	+ 16	— 2

Suite des observations de Mercure, &c.

ANNÉES, Mois & Jours.	Temps moy. de l'Obs. royal.	Longitude apparente observée	Correc. de Halley.	Tables de 1764.	Tables de 1786.	Latitude apparente observée.	Correc. de Halley.	Erreurs des Tables de 1786.	
	H. M. S.	S. D. M. S.	S.	S.	S.	D. M. S.	S.	S.	
1781 Mars. 17	1. 12. 28	0. 15. 43. 9	+ 22	+ 21	+ 4	2. 23. 53. B	+ 17	— 1	
18	1. 11. 21	0. 16. 33. 19	+ 9	+ 13	— 3	2. 34. 20. B	+ 13	— 20	
Juil. 5	1. 50. 35	4. 8. 51. 13	— 15	— 10	— 17	0. 48. 4. B	— 19	+ 3	
Août. 25	22. 51. 0	4. 15. 28. 47	— 107	— 60	+ 2	0. 40. 50. A	— 16	+ 4	
1783. Sept. 26	1. 32. 44	6. 27. 34. 51			— 14	8. 3. 52. A		— 7	M. Hornsby
1786. Août. 10	1. 50. 28	5. 15. 19. 24			— 12	1. 37. 35. A		— 4	M. Darquier
1784. Sept. 20	22. 58. 19	5. 11. 2. 37			— 9	0. 32. 9. B		— 4	M. Maskel.
26	22. 59. 56	5. 17. 24. 9			— 7	1. 35. 19. B		— 5	M. Maskel.

Seize Observations de Mercure, faites à Cadix, par M.rs TOFINO & VARELA, & calculées par M. DE LAMBRE.

	Temps moyen à Paris.	Longitude observée.	Correc. des Tab. de 1764.	Correc. des Tab. de 1786.	Latitude observée	Correc. des Tab. de 1764.
	H. M. S.	S. D. M. S.	S.	S.	M. S. D.	S.
1773 12 Juillet.	8. 10. 40	4. 5. 9. 38	— 16	— 20	1. 46. 25. B	— 32
25 Juillet.	8. 21. 11	4. 26. 44. 25	— 13	+ 2	0. 32. 20. B	— 22
19 Sept.	18. 26. 12	5. 9. 43. 14	+ 3	+ 10	0. 47. 43. B	+ 25
1774 19 Nov.	5. 48. 38	8. 15. 13. 20	— 9	— 21	2. 21. 23. A	— 3
20 Nov.	5. 36. 12	8. 19. 54. 1	— 41	— 18	2. 15. 46. A	+ 14
1775 6 Mars.	7. 1. 43	0. 4. 14. 16	— 6	— 24	1. 45. 55. B	+ 10
1776 8 Juin.	8. 29. 35	3. 12. 17. 41	+ 9	— 3	1. 41. 23. B	+ 7
9 Juin.	8. 12. 25	3. 13. 30. 58	+ 17	— 20	1. 34. 41. B	+ 8
1 Sept.	6. 42. 12	5. 15. 54. 19	— 14	+ 10	1. 23. 37. B	+ 5
22 Sept.	6. 1. 21	6. 20. 5. 17	— 30	+ 1	0. 57. 4. A	+ 6
23 Sept.	6. 21. 9	6. 21. 32. 50	— 46	+ 4	1. 4. 25. A	— 9
2 Oct.	6. 25. 11	7. 3. 41. 31	— 27	+ 9	2. 8. 15,5. A	— 13
3 Oct.	5. 59. 15	7. 4. 54. 45	— 25	+ 6	2. 14. 50. A	+ 3
11 Oct.	5. 37. 27	7. 13. 44. 30	— 9	+ 19	2. 56. 13. A	— 15
12 Oct.	5. 35. 14	7. 14. 39. 34	— 30	+ 5	2. 59. 57. A	— 4
18 Nov.	18. 9. 39	7. 7. 54. 24	+ 16	+ 42	2. 23. 13. A	+ 8

OBSERVATIONS de Mercure, faites à Oxford, par M. HORNSBY, avec un mural de 8 pieds.

1786.	Temps moyen à Oxford.			Ascension droite apparente du centre de ☿.			Déclinaison du centre de ☿.		
	H.	M.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.
17 Janvier.	22.	49.	43,6	280.	25.	20,7	20.	2.	19,0. S
4 Mars.	23.	31.	35,2	336.	15.	30,2	12.	14.	53,9. S
8	23.	42.	34,6	342.	57.	15,2	19.	39.	10,0. S
1 Juin.	22.	21.	43,3	46.	28.	1,3	13.	56.	51,7. N
3	22.	22.	37,3	48.	39.	50,8	14.	44.	37,7. N
5	22.	24.	24,9	51.	5.	1,5	15.	36.	23,8. N
12 Juillet.	0.	55.	51,8	124.	32.	2,2	21.	33.	16,8. N
15	1.	7.	35,2	130.	25.	48,8	20.	5.	0,3. N
25	1.	35.	9,5	147.	11.	54,0	14.	20.	22,9. N
28	1.	40.	14,8	151.	25.	50,9	12.	14.	18,3. N
3 Août.	1.	46.	24,0	158.	53.	13,1	8.	25.	35,1 N
5	1.	47.	15,9	161.	4.	31,5	7.	11.	36,4. N
11	1.	46.	6,3	166.	41.	54,2	3.	44.	32,5. N
22	1.	25.	44,2	172.	26.	4,5	0.	43.	23,9 S
21 Sept.	22.	48.	15,2	163.	30.	38,8	7.	51.	11,2 N
22	22.	47.	57,1	164.	25.	16,0	7.	42.	14,8 N
30	22	57.	37,7	174.	43.	5,3	4.	20.	27,2 N
7 Octob.	23.	13.	35,8	185.	28.	4,9	0.	27.	35,7 S
12	23.	25.	28,1	193.	32.	20,9	4.	11.	37,6 S
11 Novem.	0.	30.	57,2	238.	32.	19,4	21.	53.	27,8 S

J'ai comparé ci-devant *(p. 292)* quatre de ces observations avec mes Tables, & l'on a vu qu'elles s'accordent très-bien.

Mon invitation aux astronomes a aussi occasionné des observations de M. Sméaton, qui sont dans les *Transactions philosophiques de 1787;* il trouve, en comparant Mercure avec α d'Orion, que le 23 Sept. 1786, à 5^h 22′ 35″.

temps moyen à Londres, l'ascension droite étoit $163^{d}\ 59'\ 21''$, & la déclinaison $7^{d}\ 44'\ 25''$.

Je joins encore ici des observations faites par M. de Beauchamp, à Bagdad, avec une lunette méridienne acromatique.

	PASSAGES au Méridien.				DISTANCE au Zénith.		
		H.	M.	S.	D.	M.	
1787. 14 Fév.	Mercure.	11.	31.	16	51.	55	
	Soleil.	0.	15.	43			
15	Mercure.	11.	34.	10	51.	30	
	Soleil.	0.	15.	45,3			
16	Mercure.	11.	36.	50	50.	58	dout.
	Soleil.	0.	15.	37,3			
19	Mercure.	11.	45.	20,6	49.	22	
	Soleil.	0.	15.	20,6			
23	Mercure.	11.	56.	57	46.	59	dout.
	Soleil.	0.	14.	48,7			
7 Mars.	Soleil.	0.	11.	18,2			
	Mercure.	0.	32.	9	47.	32	
9	Soleil.	0.	10.	38,8			
	Mercure.	0.	37.	26	35.	50	
14	Soleil.	0.	8.	57,2			
	Mercure.		52.	27.			

Les passages du Soleil & de Mercure suffiront pour trouver le temps vrai & l'ascension droite de Mercure. Ces observations sont remarquables par la proximité de Mercure au Soleil. Je ne puis m'empêcher, à cette occasion, de faire remarquer le zèle infatigable de M. de Beauchamp, qui, sans émulation & sans secours, dans un pays brûlant, ne cesse d'envoyer à l'Académie une multitude immense d'observations. Il est parti le 5 Avril 1787, pour la Perse,

d'où il a été obſerver les poſitions des lieux ſitués au midi de la mer Caſpienne. J'en rendrai compte dans un autre Mémoire.

Dans les Éphémérides de Milan, pour 1788, on trouve des obſervations de M. Fr. Reggio, ſur les digreſſions de Mercure aux mois de Juin & d'Août 1786, & de Janvier 1787. Je vais rapporter celles du mois d'Août plus en détail que je ne l'ai fait ci-deſſus.

MPS VRAI, Milan, 1786.	DIFFÉRENCES d'Aſcenſions dr.	DIFFÉRENCES de Déclinaiſons.	ASCENSIONS droites, apparentes.	DÉCLIN. Bor. appar.	LONG. VRAIE ☿ tirée de l'Obſer.	LATITUDE vraie.
H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	S. D. M. S.	D. M. S.
...ût. 1. 55. 35	138. 35. 34,8	+ 1. 22. 27,0	156. 30. 13,3	9. 41. 25,8	5. 4. 41. 37,2	0. 7. 19.0. B
1. 18. 48	136. 15. 49,3	0. 7. 26	158. 49. 58,9	8. 26. 24,8	5. 7. 17. 31,6	0. 26. 36,6.
1. 45. 4	135. 7. 54,0	— 0. 30. 18	159. 57. 54	7. 48. 40,8	5. 8. 33. 57,6	0. 36. 10,3.
1. 42. 27	134. 3. 39	1. 6. 37	161. 2. 9,2	7. 12. 21,8	4. 9. 46. 45	0. 46. 15,7.
2. 8. 19	133. 7. 0,3	+ 0. 6. 22	163. 6. 1,3	4. 59. 58,7	5. 12. 7. 55,3	1. 6. 16,4.
1. 40. 10	132. 10. 11,6	— 0. 27. 58,3	164. 2. 50	3. 25. 38,4	5. 13. 13 .16	1. 16. 24,7.
1. 52. 54	131. 15. 2,6	1. 2. 27,2	164. 57. 59	4. 51. 9,5	5. 14. 17. 13	1. 27 9,7.
1. 52. 36	130. 22. 18	1. 35. 59,7	165. 50. 53,5	4. 17. 37,0	5. 15. 18. 49,2	1. 38. 1
2. 4. 43	114. 43. 31,5	0. 11. 55,5	166. 41. 10,5	3. 44. 36,6	5. 16. 17. 51	1. 48 48,4.
2. 3. 20	113. 56. 18,6	0. 43. 22	167. 28. 23,5	3. 13. 10	5. 17. 13. 31,4	1. 59. 26,3.

Dans les quatre premières obſervations, M. Fr. Reggio a employé α de l'Aigle, dans les quatre ſuivantes β, & dans les deux dernières, θ du ſerpent. Voici les poſitions qu'il a ſuppoſées : aſcenſion droite apparente de α, $295^d\ 5'\ 48''$; déclin. $8^d\ 18'\ 58'',8$. β, aſcenſion droite apparente, $296^d\ 12'\ 1'',6$; déclinaiſon boréale apparente, $5^d\ 53'\ 36'',7$. 1 θ Serpent, aſcenſion droite, $281^d\ 24'\ 42''$; déclinaiſon boréale apparente, $3^d\ 56'\ 32''$.

Voici encore des obſervations de Mercure qui ſont remarquables, par la proximité de Mercure au Soleil, ſur-tout dans l'obſervation du 24 Août.

Obſervations de Mercure, faites dans l'Obſervatoire de M. de Bonrepos à 43^d 40' 35" de latitude, & à 2' 51" de temps à l'oueſt de Paris, avec un quart-de-cercle de trois pieds de rayon, & une lunette méridienne acromatique; par M. VIDAL.

			Pass. de Mercure par le Méridien, Temps vrai.			Hauteurs méridiennes de Mercure.		
			H.	M.	S.	D.	M.	S.
1778.	Juillet.	19	11.	34.	$32\frac{1}{2}$	69.	22.	5
		21	11.	44.	$52\frac{1}{4}$	68.	53.	4
		22	11.	49.	59	68.	34.	35
		23	11.	55.	2	68.	13.	39
		24	0.	0.	1	67.	50.	20
		25	0.	4.	$54\frac{1}{2}$	67.	24.	54
		30	0.	27.	18	64.	48.	47
	Août.	2	0.	38.	$59\frac{1}{2}$	62.	57.	43
		3	0.	42.	$35\frac{1}{4}$	62.	18.	33
		4	0.	46.	$2\frac{1}{2}$	61.	38.	33
		5	0.	49.	$19\frac{3}{4}$	60.	57.	58
		6	0.	52.	$29\frac{1}{4}$	60.	16.	35
		12	1.	8.	$34\frac{1}{2}$	56.	0.	48
		13	1.	10.	$50\frac{1}{2}$	55.	17.	23
		14	1.	13.	$1\frac{1}{2}$	54.	34.	5
		15	1.	15.	$3\frac{1}{4}$	53.	50.	51
		17	1.	18.	55	52.	24.	35

Enfin, lorſqu'on étoit ſur le point d'imprimer ce Mémoire, j'ai reçu des obſervations de Mercure faites à Vilna en 1786, d'après mon invitation; elles ſont de M. Poczobut, premier aſtronome du roi de Pologne, recteur de l'Univerſité de Vilna, membre de la Société royale de Londres, & correſpondant de l'Académie; & de M. l'abbé Strzecki, aſtronome du roi, & profeſſeur d'aſtronomie à l'Univerſité de Vilna.

Cette ville est située 1h 31′ 40″ à l'orient de Paris. Je vais rapporter les résultats de ces observations, trouvés par le Soleil & par des étoiles, comparés avec Mercure, soit au méridien, soit à la lunettte parallactique. M. Poczobut en publiera les détails avec les nombreuses observations faites à l'Observatoire royal de Vilna.

	Temps vrai à Vilna. H. M. S.	Asc. droite de Mercure, obs. D. M. S.	Déclinaison de Mercure. D. M. S.
1786. 30 Mars.	0. 43. 46 soir.	20. 2. 25	9. 4. 31 B.
		2. 9	
31	0. 47. 6	21. 47. 2	9. 58. 41
		46. 50	
1 Avril.	0. 50. 19	23. 29. 52	10. 51. 19
		29. 45	
2	0. 53. 24	25. 10. 52	11. 42. 7
		41	
		54	
3	0. 56. 19	26. 49. 20	12. 31. 16
		2	
4	0. 59. 4	28. 25. 9	13. 18. 20
		25. 0	
12	2. 5. 58	39. 0. 38	18. 6. 31
13	0. 41. 34	39. 56. 7	18. 28. 17
14	1. 25. 10	40. 51. 33	18. 49. 17
16	1. 17. 9	42. 23. 2	19. 21. 9
17	1. 19. 7	43. 0. 23	19. 33. 15
18	0. 20. 35	43. 30. 19	19. 42. 21
19	0. 17. 57	43. 57. 17	
20	0. 14. 55	44. 16. 4	19. 50. 57
21	7. 42. 44	44. 37. 36	19. 49. 58
	8. 24. 58	44. 38. 18	19. 50. 13
		37. 51	
22	7. 42. 47	44. 45. 45	19. 46. 18
		44. 46. 19	
	7. 58. 47	46. 0	19. 46. 15

	Temps vrai à Vilna.	Asc. droite de Mercure, obſ.	Déclinaison de Mercure.
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.
1786. 27 Mai.	10. 27. 44 mat.	41. 9. 18 26	... 12. 4. 27 B
31	10. 24. 21	44. 22. 53	
6 Juin.	10. 26. 9	50. 59. 24	15. 34. 28
12	10. 35. 38	59. 34. 13 3	... 18. 24. 29
19	3. 48. 24 ſoir.	72. 39. 3	21. 46. 20
20	11. 1. 15 mat.	74. 17. 56 18. 16	... 22. 6. 2
21	11. 41. 15	76. 27. 22	22. 30. 34
22	11. 9. 58	78. 33. 51	22. 51. 27
23	11. 14. 37	80. 46. 21 30	... 23. 11. 26
24	11. 19. 28	83. 1. 32 45	... 23. 29. 30
25	11. 24. 28	85. 19. 22 30	... 23. 45. 25
26	11. 29. 38	87. 39. 8	23. 58. 46
27	11. 33. 53	90. 0. 5 16	
28	11. 46. 15 0. 21. 35 ſoir.	90. 2. 2 92. 27. 26	24. 9. 50 ... 24. 18. 0
29	11. 46. 41 mat.	84. 47. 30 40 41	... 24. 23. 56 24. 7
30 Juin.	11. 40. 31 mat.	97. 10. 12	24. 26. 13
	11. 52. 5	97. 11. 5 12 27 10. 57	... 24. 26. 19
1 Juillet.	0. 21. 18 ſoir.	99. 37. 43	24. 26. 7
5	0. 16. 54	109. 3. 30 41 38	... 23. 57. 44

		Temps vrai à Vilna.			Asc. droite de Mercure, obſ.			Déclinaison de Mercure.		
		H.	M.	S.	D.	M.	S.	D.	H.	S.
1786. 7	Juillet.	1.	19.	4	113.	43.	8	23.	27.	20
12		0.	51.	25	124.	23.	20 / 30	21.	35.	8
		0.	56.	53	124.	23.	53	21.	35.	21 / 2
24		2.	21.	9	145.	39.	7	14.	48.	30
25		1.	28.	58	147.	5. 29 / 5.	17	14.	12.	20
		2.	16.	37	147.	8.	22	14.	11.	39
29		1.	35.	32	152.	39.	54 / 58	11.	38.	46
30		1.	36.	49	153.	57.	58 / 56	11.	0.	19
5	Août.	2.	22.	38	161.	1.	43	7.	12.	55
8		1.	45.	35	164.	0.	8 / 11	5.	27.	18
9		1.	42.	25	164.	55.	36	4.	52.	59
24	Sept.	11.	41.	39 mat.	165.	23.	43	7.	29.	5
9	Oct.	11.	16.	49	187.	5.	17	1.	9.	3
		11.	28.	32	187.	6.	8	1.	8.	56
10		11.	31.	12	188.	41.	10	1.	53.	53
		11.	41.	59	188.	42.	2	1.	53.	56
12		11.	36.	26	191.	50.	54 / 49	3.	23.	30
		11.	51.	1	191.	51.	56	3.	24.	13

Je ne pouvois mieux terminer mes recherches ſur l'orbite de Mercure, qu'en rapportant un grand nombre d'obſervations par leſquelles on pourra conſtater encore les élémens que j'ai donnés dans ce Mémoire.

EXTRAIT*

DES OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES ET PHYSIQUES,

Faites à l'Observatoire royal, en l'année 1786.

M.[r] le Comte DE CASSINI, Directeur.

M.[rs] NOUËT, DE VILLENEUVE & RUELLE, Élèves.

INTRODUCTION.

EN publiant cette seconde suite de nos observations, je crois devoir entrer dans quelques détails nécessaires à l'intelligence du plan que j'ai formé, du but que je me suis proposé & des moyens que j'ai employés.

J'aurois infiniment desiré pouvoir publier les observations mêmes avec leurs résultats. Cet ouvrage eût été plus complet, mais il fût devenu extrêmement volumineux, & il eût été impossible d'en faire jouir promptement les savans. Les longueurs de la rédaction & de l'impression, les retards qu'auroient exigé l'examen, la confirmation & la vérification de certaines opérations, auroient nécessité de mettre un intervalle au moins de deux années entre les observations & leur publication, c'est ce que je voulois éviter. J'ai donc préféré de ne donner pour le moment que les résultats des observations principales & les plus certaines, me réservant

* Voici le second Extrait publié depuis le nouvel établissement fait par le Roi, à l'Observatoire; le premier, pour l'année 1785, a été imprimé dans les volumes des Mémoires de l'année 1784. On a réservé celui-ci pour ce volume, afin qu'à l'avenir l'année de l'Extrait fût la même que celle des Mémoires.

d'offrir par la suite, au [illegible]lic, dans un ouvrage dont je m'occupe depuis long-[illegible], l'ensemble complet de toutes [illegible]s observations faites [illegible]is l'établissement de l'Observa-[illegible]e royal, accompag[illegible]s détails, du calcul, des résultats [illegible] recherches au[illegible]es elles peuvent donner lieu pour la [illegible]ction de l'a[illegible]omie : cet ouvrage dont j'ai déjà com[illegible]iqué à l'A[illegible]ie quelques parties, ne peut être term[illegible]e dans l'[illegible]e de plusieurs années. En attendant, j'espère [illegible] les sa[illegible]oudront bien avoir quelque confiance dans les [illegible]és [illegible] je leur présente.

Mon bu[illegible]com[illegible] je l'ai fait voir l'année dernière, est de suivre, san[illegible]uc[illegible] discontinuité, le cours des observations astronomiq[illegible] & [illegible]ysiques de tout genre, qui peuvent se présenter [illegible]e [illegible]s les différens temps de l'année. Pour remplir u[illegible]ch[illegible]ssi considérable, trois observateurs sont joints au [illegible]teu[illegible] & leur service est distribué de manière, qu'il s'en [illegible]ve[illegible]jours deux pour observer ensemble, & se prête[illegible]m[illegible] secours dans la manœuvre des grands instrumens.

Ces élève[illegible] intelligens, & déjà exercés *, ne pouvoient man[illegible]devenir en peu de temps d'excellens observateurs, [illegible] pratique continuelle que bien des astronomes ne [illegible] dans le cas ou dans la possibilité d'exercer. La prat[illegible] l'astronomie est comme celle des arts; l'œil se forme[illegible] que la main, par une habitude & un exercice assidus. M.rs les élèves ont d'ailleurs un grand avantage, celui d'être toujours deux observateurs ensemble à opérer, & de vérifier réciproquement leurs observations ; enfin, si l'on fait attention que chacune des observations se trouve ainsi répétée par les trois élèves, & qu'il n'en est

* M. Nouet est depuis long-temps avantageusement connu des savans.

aucune de quelqu'importance à laquelle le directeur ne préside, & qu'il ne fasse avec ces Messieurs : j'ose me flatter qu'on aura quelque confiance dans l'exactitude & la précision des observations faites à l'Observatoire royal.

Je dirai à peu-près la même chose des calculs. Cette partie, à la vérité, est celle dans laquelle de jeunes observateurs ont plus de peine à se former. La pratique des observations astronomiques amuse & intéresse, par la beauté du spectacle, par la variété des objets qu'elle présente, & par l'exercice du corps qu'elle procure. Le calcul astronomique, au contraire, par son aridité, par son uniformité, n'offre qu'ennui, difficultés & dégoût. La moindre distraction fait tomber le plus habile calculateur dans les erreurs les plus grossières, & quelquefois si difficiles à reconnoître que l'on n'est réellement sûr de l'exactitude d'un calcul astronomique que lorsqu'on l'a fait deux fois. L'on sent bien qu'il nous eût été impossible, dans le cours de la même année, de répéter ainsi tous nos calculs; mais la manière de les distribuer & de les faire nous a fourni une vérification presque équivalente, & procuré, à très-peu près, le même degré de certitude. Les calculs du même genre n'ont jamais été faits par le même calculateur, qui, s'étant une fois trompé, peut facilement suivre & répéter la même erreur. On les a donc toujours distribués entre les trois élèves, avec l'attention de ne pas donner au même à calculer deux observations semblables, faites deux jours de suite. Chacun de son côté, après avoir calculé telle ou telle observation, & l'avoir aussi-tôt comparée à la théorie, rapporte sur un tableau général le résultat, ainsi que tous les élémens de son calcul, de sorte qu'un simple coup-d'œil suffit pour vérifier & reconnoître la progression proportionnelle qui doit exister entre certains élémens, l'accord ou la différence entre d'autres, pour assurer ou vérifier le calcul. Ces tableaux de tous les

élémens des calculs & des résultats de nos observations, m'ont paru assez intéressans pour mériter d'être mis au net à la fin de chaque année, & déposés dans la bibliothèque de l'Observatoire, comme pièces justificatives du présent extrait que je publie, & comme pouvant un jour être de quelque utilité aux astronomes qui voudroient y avoir recours dans certaines recherches.

Tels sont les soins & les moyens que j'ai pris particulièrement cette année, pour remplir de mieux en mieux la tâche que je m'étois imposée, & rendre cet ouvrage plus digne de l'attention des savans.

J'avois annoncé, l'année dernière, la construction d'un cercle entier de trois pieds & celle d'un quart-de-cercle mural de sept pieds & demi de rayon. Le cercle entier est presque entièrement achevé, nous espérons avant peu en faire usage. L'instrument mural a été retardé par diverses circonstances, particulièrement par les essais & les constructions préparatoires qu'il a fallu faire : ayant formé le projet de fondre la carcasse en cuivre d'un seul morceau, j'ai dû essayer mes forces & mes moyens contre les difficultés d'une telle entreprise. Les succès que j'ai déjà obtenus me donnent lieu d'en espérer de plus grands par la suite, & dès-lors je m'empresserai de rendre compte aux savans de mes tentatives, de leurs résultats & des leçons précieuses que j'aurai reçu de l'expérience.

Je n'oublierai point de parler ici de la restauration entière & complète de l'édifice de l'Observatoire royal, ordonnée en 1785, par Sa Majesté, & commencée cette année.

On a lieu d'être étonné qu'un bâtiment construit en 1669, sous le règne de Louis XIV, qu'un bâtiment dont la masse, l'ensemble & les détails annonçoient le génie de l'architecte, l'habileté des constructeurs, & promettoient la plus grande solidité, se trouve dès aujourd'hui dans le cas d'une restau-

ration presque générale. Quelles causes ont pu occasionner des dégradations aussi considérables? les voici:

On saura d'abord que dans le temps même de la construction de l'Observatoire, on s'étoit aperçu d'un mouvement dans la partie orientale, que l'on avoit été obligé de reprendre sous œuvre. Voici ce qu'on lit à ce sujet, dans un manuscrit de Jean-Dominique Cassini, qui se conserve à l'Observatoire. *Comme l'on craignoit que le bâtiment nouveau ne fût sujet à quelque changement, ainsi qu'il y en avoit déjà eu dans la partie orientale, ce qui avoit obligé de reprendre les fondemens plus bas, on différa de paver la grande salle méridienne, jusqu'à ce que tout effet pût être passé.* Cette crainte ne fut que trop fondée; quelque temps après que l'Observatoire fut achevé, un nouveau mouvement eut également lieu, mais dans la partie de la face méridionale; son effet même se rendit sensible à la vue, & se voit encore aujourd'hui, par une lézarde qui règne de l'est à l'ouest, dans toute l'étendue de la grande voûte de la *salle méridienne*. La rupture causée par ce mouvement ayant donné jour à l'infiltration des eaux, on juge du ravage qu'elles ont pu faire pendant une longue suite d'années, qu'on a négligé d'y apporter remède, première cause de dégradation qui a été augmentée & accélérée par la suivante.

L'édifice de l'Observatoire est, comme l'on sait, couronné dans sa totalité, par une superbe plate-forme, dont l'étendue considérable procure, à 85 pieds d'élévation, une promenade d'autant plus agréable, qu'elle est vaste, & que l'on y jouit de la vue la plus belle & la plus variée. Paris, d'un côté, la campagne de l'autre, forment un des plus riches & des plus superbes horizons que l'on puisse voir en aucun lieu du monde. C'est, sans doute, ce qui a engagé l'architecte à rendre cette plate-forme presque d'un plein niveau, ou du moins à ne lui donner que la plus petite pente possible pour l'écoulement des eaux. Il faut croire aussi qu'il eût

en vue la commodité des astronomes, & qu'il crût cette disposition plus favorable aux observations astronomiques ; quoi qu'il en soit, les eaux ne trouvant pas la moitié de la pente nécessaire pour leur écoulement, ont séjourné sur cette plate-forme, & ont pénétré toutes les voûtes du bâtiment. Il n'en falloit pas davantage pour opérer au bout de cent quinze ans, la destruction du plus solide édifice.

Ces défauts une fois reconnus, ont dû naturellement être les premiers auxquels on a cherché à remédier dans la reconstruction actuelle. M.rs Brebion & Renard, chargés par M. le Comte d'Angivillers de la direction des nouveaux travaux, ont conçu & adopté un plan de restauration fait pour assurer à jamais la durée de l'Observatoire royal.

La superficie totale de la plate-forme subdivisée en plusieurs parties, sera recouverte de grandes dales à recouvrement, dont la pente considérable donnera un écoulement rapide aux eaux; & ces eaux versées dans un grand nombre de canivaux, iront se dégorger dans huit décharges extérieures aux bâtimens. Jusqu'à présent, toutes les eaux de la plate-forme n'avoient eu pour dégorgement que deux seuls puisards intérieurs.

Des petites voûtes jetées sur les reins des grandes, donneront lieu de supprimer une masse inutile, d'alléger par conséquent le bâtiment sans lui ôter de sa solidité; enfin, d'établir dans toutes les nouvelles parties de construction une circulation d'air, & la facilité précieuse de pouvoir visiter & réparer les moindres dégradations.

Enfin, on profitera de la nouvelle reconstruction pour procurer à l'Observatoire les principales commodités dont il manquoit pour les observations astronomiques. Quoi ! dira-t-on, l'Observatoire royal bâti à grands frais, & même avec luxe & magnificence, sous un monarque qui n'épargnoit rien pour les grandes choses, & avoit tout sous sa main pour

les produire; l'Obſervatoire uniquement deſtiné & conſacré à l'aſtronomie, pouvoit-il laiſſer à deſirer quelque choſe aux aſtronomes, qui dûrent ſans doute préſider à ſa conſtruction! Jean-Dominique Caſſini ne fût-il pas même conſulté ſur les diſtributions! Rien de plus vrai: mais combien de conſultations, combien d'avis demandés reſtent ſans effet, lorſque celui qui conſulte ne cherche que des approbateurs, & fuit les contradicteurs de ſon opinion. Les plans de l'Obſervatoire furent envoyés en Italie à M. Caſſini, au mois d'Octobre 1668. Six mois après, à ſon arrivée en France, M. Caſſini fit des objections, mais en vain: les architectes avoient conçu leur plan, ils n'y voulurent rien changer. En donnant à leur bâtiment une belle maſſe, un ſtyle ſage, ſévère & propre au genre de la ſcience, ils crurent que c'étoit avoir ſatisfait à tout ce que l'aſtronomie pouvoit deſirer: Colbert même ne put rien gagner *(1)*. Un eſprit bien différent anime aujourd'hui M. le Comte d'Angivillers, directeur général des bâtimens, & les perſonnes chargées par lui de la reſtauration de l'Obſervatoire. Je dois dire ici avec reconnoiſſance, que je les ai toujours trouvées diſpoſées à me procurer tous les moyens & toutes les facilités que j'ai paru deſirer pour la pratique de l'aſtronomie. En conſéquence, il m'a été très-facile d'obtenir qu'en reconſtruiſant les voûtes, il ſoit pratiqué dans la partie ſupérieure de l'édifice des cabinets

(1) Mon intention n'eſt point ici d'attaquer la mémoire de perſonne; mais il étoit intéreſſant pour moi de diſculper J. D. Caſſini, mon biſaïeul, du reproche qu'on eût pu lui faire, dans l'opinion aſſez générale où l'on étoit que c'étoit lui qui avoit préſidé à la diſtribution de l'obſervatoire. J'ai dû en conſéquence dire la vérité ſans ménagement; mais pour ne laiſſer aucun doute ſur mon aſſertion, je vais rapporter mot à mot ce que M. Caſſini lui-même expoſe dans le manuſcrit cité ci-deſſus.

« Au mois de mai 1668, *étant* retourné de Bologne à Rome, au « ſujet des négociations dont *j'étois* « chargé vis-à-vis les miniſtres du « grand

cabinets où l'on pourra placer à l'abri, avec sûreté & commodité, divers instrumens, pour suivre d'un même point, sans changer de place, le cours entier d'un même astre;

» grand-duc de Toscane, je reçus
» l'heureuse nouvelle de l'honneur
» que le roi de France m'avoit fait
» de me mettre au nombre de ceux
» qui devoient composer son Aca-
» démie royale des Sciences; je re-
» çus en même temps une instruction
» que le comte Gratiani m'envoya
» touchant la manière dont je devois
» correspondre avec les savans fran-
» çois qui commençoient à s'assem-
» bler à la bibliothèque du Roi...
» Le 15 d'octobre, je partis de Rome,
» & pris le chemin de Florence,
» où j'allois rendre mes respects au
» grand-duc qui fit aussitôt venir
» M. Viviani & M. Auzout, l'un
» de ceux qui avoient été choisis
» par l'Académie, & qui m'avoit
» apporté des lettres de France, avec
» le plan de l'observatoire royal que
» le roi de France faisoit construire
» pour les observations astronomi-
» ques, *dans lequel il me parut que*
» *l'on avoit eu pour le moins autant*
» *d'égard à la magnificence qu'à la*
» *commodité, pour les observations*....
» J'arrivai à Paris le 4 d'avril 1669...
» Le bâtiment de l'observatoire que
» le Roi faisoit bâtir, étoit élevé au
» premier étage. Les quatre murailles
» principales avoient été dressées
» exactement aux quatre principales
» régions du monde; mais les tours
» avancées que l'on ajoutoit à l'angle
» oriental & occidental du côté du
» midi, & au milieu de la face sep-
tentrionale, me parurent empêcher «
l'usage important qu'on auroit pu «
faire de ces murailles en y appli- «
quant quatre grands quarts-de-cer- «
cle, capables par leur grandeur «
de marquer distinctement, non- «
seulement les minutes, mais même «
les secondes. Car j'aurois voulu que «
le bâtiment même de l'observatoire «
eût été un grand instrument, ce «
que l'on ne peut pas faire à cause «
de ces tours, qui d'ailleurs étant «
octogones, n'ont que des petits «
flancs qui de plus sont coupés de «
portes & de fenêtres : c'est pour- «
quoi je proposai d'abord qu'on «
n'élevât ces tours que jusqu'au «
second étage, & qu'on y bâtît «
au-dessus une grande salle quarrée «
avec un corridor découvert tout à «
l'entour, pour l'usage dont je viens «
de parler. Car je trouvois aussi que «
c'est une grande incommodité que «
de n'avoir pas à l'observatoire une «
grande salle d'où l'on puisse voir «
le ciel de tous côtés, de sorte que «
l'on ne peut pas suivre d'un même «
lieu le cours entier du soleil & des «
autres astres d'orient en occident, «
ni les observer avec le même ins- «
trument sans le transporter d'une «
tour à l'autre. Une grande salle «
me paroissoit aussi nécessaire pour «
avoir la commodité d'y faire entrer «
le soleil par un trou, & pouvoir «
faire sur le plancher la description «
du chemin journalier de l'image «

avantage dont, jusqu'à présent, on n'avoit pu jouir à l'Observatoire, où l'on ne trouvoit précédemment aucun endroit propre ni à prendre des hauteurs correspondantes, ni à suspendre un mural, ni à placer une lunette méridienne (2).

» du soleil; ce qui devoit servir non-» seulement d'un cadran vaste & » exact, mais aussi pour observer les » variations que les réfractions peu-» vent causer en différentes heures » du jour, & celles qui ont lieu » dans le mouvement annuel. Mais » ceux qui avoient travaillé au dessin » de l'observatoire, opinoient de » l'exécuter conformément au pre-» mier plan qui en avoit été proposé, » & ce fut en vain que je fis mes » représentations à cet égard & à » bien d'autres encore. M. Colbert vint même inutilement à l'observa-« toire pour appuyer mon projet. « On suivit donc le premier plan, « les tours & la grande salle furent « élevées à la même hauteur....... &c. « &c. &c. »

(2) En 1780, j'ai fait construire extérieurement au bâtiment de l'observatoire un cabinet qui, dans un espace de 21 pieds sur 13 dans œuvre, me procure tous ces avantages, & rassemble lui seul plus de commodités & d'instrumens que l'immense édifice de l'observatoire.

HISTOIRE PHYSIQUE
DE L'ANNÉE 1786.

Le froid qui avoit régné dans les huit derniers jours de l'année précédente, & qui avoit fait descendre le thermomètre jusqu'à 7^d, 8 au-dessous du terme de la glace, le 31 décembre, se prolongea dans les premiers jours de janvier 1786. Le 4, à 8 heures du matin, le thermomètre descendit à 10^d,4, le baromètre se soutenant alors à 28 pouces 2 lignes 2 dixièmes; & le vent étant au nord-nord-est, la Seine même fut glacée; mais bientôt le vent passant à l'est sud-est, & le baromètre baissant peu-à-peu, la pluie & le dégel survinrent le 6, & l'on jouit, tout le reste du mois, d'une température assez douce, malgré des pluies fréquentes & des vents très-violens. Le mois suivant fut également très-pluvieux dans les onze premiers jours; les vents fréquens & très-forts. Il tomba très-peu de neige, si ce n'est le 27, où elle fut assez abondante; mais elle fondit presque aussitôt: en général, la température en *février*, fut très-douce. Le mois de *mars* fut plus froid que les précédens; la gelée se soutint du 2 au 14; le reste du mois fut tempéré: il tomba plus de neige qu'en février; les pluies & les coups de vent furent aussi fréquens. L'aurore boréale du 19 fut très-belle, & elle dura depuis 6 heures $\frac{1}{4}$ jusqu'à 8 heures $\frac{1}{4}$. Elle fut précédée, le 18, par un orage qui eut lieu vers 3 heures $\frac{1}{2}$ après midi, & elle fut suivie, le 20 au matin, par un brouillard assez épais. Le mois d'*avril* a été plus beau, quoiqu'il ait régné encore de grands vents qui, joints à des petites gelées & à une température assez froide pour cette saison, ont produit une sécheresse dont on pouvoit craindre les suites pour les biens de la terre. Les pluies qui sont survenues dans les quinze premiers jours du mois de *mai*, auroient dissipé toute inquiétude, si les vents qui les ont accompagnées n'avoient presque anéanti leur effet; elles furent d'ailleurs suivies d'une température assez chaude, qui eut lieu

dans les douze derniers jours de mai. Des trois aurores boréales qu'on a observées pendant ce mois, celle du 1.er fut peu considérable; il régna le lendemain un brouillard épais dans la partie de l'est, & les trois jours suivans, c'est-à-dire, le 2, le 3 & le 4, il souffla un très-grand vent. Celle du 14 a été plus considérable; il n'y a rien eu de remarquable dans les jours qui l'ont suivie ou précédée: nous dirons la même chose de celle du 31, qui a été très-belle. La sécheresse des mois d'avril & de mai se prolongea dans les dix premiers jours de *juin;* mais les pluies abondantes & fréquentes qui régnèrent dans tout le reste de ce mois, ranimèrent la végétation. Il y eut peu de chaleurs dans le mois de *juillet,* & encore moins dans le mois d'*août,* qui, contre l'ordinaire, fut très-pluvieux, froid & humide: on peut dire la même chose du mois de *septembre,* où il régna de plus de très-grands vents. L'aurore boréale du 5 juillet fut assez belle vers minuit, & a duré jusqu'au crépuscule; dans la journée il avoit régné un vent assez fort: celle du 19 septembre, peu considérable, fut précédée & suivie, le 18 & le 20, d'un assez grand vent. Il a plu continuellement du 4 au 12 *octobre,* le reste du mois a été très-sec, & très-froid pour la saison; & ce qui est rare, il est tombé de la neige dans les derniers jours de ce mois. L'aurore boréale du 13 a été fort belle, & a duré depuis 9 heures du soir jusqu'à 1 heure après minuit. Cette aurore boréale avoit été précédée le 12, d'une pluie & d'un vent violent qui avoient régné toute la journée. Le 14, on a remarqué de la brume à l'horizon. Les pluies ont été très-fréquentes depuis le 14 jusqu'à la fin de *novembre;* & du 4 au 25, il a régné de grands brouillards. Enfin, dans le mois de *décembre,* il y a eu presque continuellement ou de la pluie ou des vents épouventables.

Il résulte de ce tableau, que l'année 1786 a été remarquable par les vents violens qui ont régné pendant près d'un tiers de l'année.

On a ressenti en divers endroits de l'Europe, des secousses de tremblemens de terre, particulièrement le 27 février, à Cracovie & dans la haute Hongrie; le 13 avril à Milan, & le

22 à Bonn; le 8 mai à Komorre; le 10 juillet, dans le comté de Catzenenlahogen; le 24 à Bonn, & le 30 à Flekkefiord en Norwège; & en Italie, à Aquila; le 11 août à Withéhavers en Angleterre; le 19 à Carthagène; le 19 septembre à Manheim.

Des observations météorologiques faites à Cadiz, par D. Ant. Ulloa, pendant les années 1783, 1784, 1785 & 1786, nous apprennent les particularités suivantes : 1.° que le thermomètre qui, dans ce climat, descend ordinairement en hiver jusqu'à 2 degrés au-dessous de la congélation, n'a jamais, pendant ces quatre années, descendu plus bas que 6 degrés au-dessus de ce terme; 2.° qu'en 1784, 1785 & 1786, il y a eu une abondance de pluies dont on avoit vu précédemment peu d'exemples; 3.° que ces pluies qui ordinairement n'avoient lieu que lorsque le vent venoit de la partie du sud au sud-ouest, ont régné avec toute espèce de vent; 4.° que le baromètre a eu, contre l'ordinaire, des variations promptes & subites; 5.° que l'atmosphère a presque toujours été chargée de brume ou de vapeurs épaisses, ce qui n'est point ordinaire au climat de Cadiz; 6.° enfin, qu'on évalue à 75 millions l'argent sorti d'Espagne dans ces trois dernières années, pour l'achat des grains, dont la disette a été occasionnée par ces pluies surabondantes.

TABLEAU MÉTÉOROLOGIQUE.

1786.	BAROMÈTRE.	THERMOMÈTRE.	VENTS dominans.	*CIRCONSTANCES & Remarques.*
JANVIER.	Plus grande hauteur 28$^{pouc.}$ 5$^{lign.}$,9 le 27, à 9^{h} $\frac{1}{2}$ du matin. Plus petite hauteur 27$^{pouc.}$ 1$^{lign.}$,4, le 11 à midi. — Treize jours de pluie 1$^{pouc.}$ 7$^{lig.}$ $\frac{9}{10}$ d'eau.	Plus grande hauteur + 0^{d} $\frac{6}{10}$, le 29 à midi. Plus petite hauteur — 10^{d} $\frac{4}{10}$ le 4 à 8^{h} du matin. — Dix jours de gelée.	E.S.E. & S.S.O. S, S. O. N. N. E. & S. S. O.	Il y a eu pendant ce mois, cinq jours de brouillards; celui du 20 a été très-considérable. Dix jours de grands vents, particulièrement les 9, 10 & 11.

TABLEAU MÉTÉOROLOGIQUE.

1786.	BAROMÈTRE.	THERMOMÈTRE.	VENTS dominans.	*CIRCONSTANCES & Remarques.*
FÉVRIER.	Plus grande hauteur 28pouc. 7lign. $\frac{4}{10}$ le 14, à 10h $\frac{1}{4}$ matin. Plus petite hauteur 27pouc. 7lign. $\frac{2}{10}$ le 26, à 10h $\frac{1}{2}$ soir. ——— Huit jours de pluie, 0pouc. 7lign. d'eau. Quatre jours de neige.	Plus grande hauteur + 9d, le 20 à mid. Plus petite hauteur — 5d, le 24 à 8h du matin. ——— Dix jours de gelée.	O. S. O. & O. N. O. E. N. E.	Quatorze jours de brume & de brouillards; celui du 19 très-épais. Dix jours de grand vent, particulièrement le 23.
MARS.	Plus grande hauteur 28pouc. 2lign. $\frac{9}{10}$, le 10 à 9h $\frac{1}{2}$ du soir. Plus petite hauteur 27pouc. 2lign. $\frac{2}{10}$, le 6 à 6h du soir. ——— Onze jours de pluie, 2pouc. 10lign. d'eau. Dix jours de neige.	Plus grande hauteur + 13d $\frac{6}{10}$, le 23 à 1h $\frac{1}{4}$ du soir. Plus petite hauteur — 7d $\frac{4}{10}$, le 7 à 8h du matin. ——— Treize jours de gelée.	N. N. O. S. S. O. N. N. O. & N. O.	Sept jours de brume & de brouillards; celui du 15 & du 20 très-épais. Treize jours de grand vent, particulièrement le 17. Beaucoup de neige les 8, 13 & 27. Aurore boréale le 19.
AVRIL.	Plus grande hauteur 28pouc. 4lign. $\frac{6}{10}$, le 13 à 1h $\frac{1}{4}$ matin. Plus petite hauteur 27pouc. 3lign. $\frac{1}{10}$, le 9 à 9h $\frac{1}{2}$ du matin. ——— Neuf jours de pluie, 1pouc. 3lign.,2 d'eau.	Plus grande hauteur + 16d $\frac{8}{10}$, le 16 à 3h du soir. Plus petite hauteur + 0d $\frac{8}{10}$, le 10 à 14h. ———	E. S. E. N. N. E. O. S. O. & N. N. E.	Huit jours de brume & brouillards. Neuf jours de grand vent, particulièrement le 17. Tonnerre le 5 & le 6.

TABLEAU MÉTÉOROLOGIQUE.

1786.	BAROMÈTRE.	THERMOMÈTRE.	VENTS dominans.	*CIRCONSTANCES & Remarques.*
MAI.	Plus grande hauteur $28^{p} 4^{l} \frac{8}{10}$ { le 14 à mid. / le 29, *id.* Plus petite hauteur $27^{pouc.} 5^{lign.} \frac{5}{10}$, le 9 à 8^{h} du soir. Douze jours de pluie, $1^{pouc.} 3^{lign.}$,1 d'eau.	Plus grande hauteur + $21^{d} \frac{9}{10}$, le 27 à 2^{h} du soir. Plus petite hauteur + 3^{d}, { le 1 à $7^{h} \frac{1}{4}$ m. / le 2 à 13^{h}	S. S. O. Beaucoup variés. E. N. E.	Trois jours de brume. Dix jours de grand vent, particulièrement les 10 & 28. Aurore boréale les 1, 14 & 31.
JUIN.	Plus grande hauteur $28^{pouc.} 4^{lign.} \frac{1}{10}$, le 5 à 9^{h} du soir. Plus petite hauteur $27^{pouc.} 8^{lign.} \frac{6}{10}$, le 10 à 8^{h} du matin. Treize jours de pluie, $4^{pouc.} 7^{lign.}$,7 d'eau.	Plus grande hauteur + $23^{d} \frac{3}{10}$, le 12 à midi. Plus petite hauteur + 10^{d}, le 29 à $2^{h} \frac{3}{4}$ du matin.	N. N. E. & N. S. S. O. Beaucoup variés.	Un jour de brume. Trois jours de grand vent. 8 jours de tonnerre.
JUILLET.	Plus grande hauteur $28^{pouc.} 5^{lign.} \frac{6}{10}$, le 14 à midi. Plus petite hauteur $27^{pouc.} 8^{lign.} \frac{8}{10}$, le 9 à 7^{h} du soir. Six jours de pluie, $1^{pouces} 6^{lignes}$,8 d'eau.	Plus grande hauteur + $21^{d} \frac{8}{10}$, le 24 à 2^{h} du soir. Plus petite hauteur + $7^{d} \frac{3}{10}$, le 6 à 3^{h} du matin.	O. N. O. & N. N. O. N. N. N. O.	Quatre jours de grand vent. Aurore boréale le 5.

TABLEAU MÉTÉOROLOGIQUE.

1786.	BAROMÈTRE.	THERMOMÈTRE.	VENTS dominans.	*CIRCONSTANCES & Remarques.*
AOÛT.	Plus grande hauteur 28 pouc. 3 lign. $\frac{8}{10}$, le 25 à 10h du matin Plus petite hauteur 27 pouc. 7 lign. $\frac{6}{10}$, le 14 à 6h du soir. Douze jours de pluie, 2 pouc. 8 lign.,7 d'eau.	Plus grande hauteur + 22d $\frac{2}{10}$, le 12 à { midi. { 3h $\frac{1}{2}$ du soir. Plus petite hauteur + 7d $\frac{8}{10}$ { le 4 à 4h m. { le 29 à 4h $\frac{1}{2}$ du m.	O. N. O. Beaucoup variés. O. S. O. & N. N. O.	Deux jours de brume & brouillards. Quatre jours de grand vent. Tonnerre le 16.
SEPT.	Plus grande hauteur 28 pouc. 5 lign. $\frac{9}{10}$, le 20 à 10h du matin. Plus petite hauteur 27 pouc. 4 lign. $\frac{7}{10}$, le 29 à 10h du mat. Quatorze jours de pluie, 2 pouc. 4 lign.,6 d'eau.	Plus grande hauteur + 18d $\frac{3}{10}$, le 18 à 2h $\frac{1}{2}$ du soir. Plus petite hauteur + 4d $\frac{8}{10}$, le 7 à 3h $\frac{3}{4}$ du matin.	S. S. O. & S. O. S. S. O. & S. O. N. N. O. & O. N. O.	Douze jours de grand vent, particulièrement les 3, 14 & 29. Aurore boréale le 19.
OCTOBRE.	Plus grande hauteur 28 pouc. 5 lign. $\frac{4}{10}$, le 26 à 10h du matin. Plus petite hauteur 27 pouc. 5 lign. $\frac{2}{10}$, le 4 à 9h du soir. Neuf jours de pluie 1 pouc. 8 lign.,4 d'eau. Deux jours de neige.	Plus grande hauteur + 13d $\frac{5}{10}$, le 3 à 2h $\frac{1}{4}$ du matin. Plus petite hauteur — 1d $\frac{8}{10}$, le 30 à 5h $\frac{3}{4}$ du matin. Trois jours de gelée.	S. S. O. & O. S. S. O. & N. N. E. N. N. E. & N. E.	Sept jours de brume & brouillards ; celui du 30 très-épais. Six jours de grand vent ; particulièrement le 4 & le 6. Aurore boréale le 13.

TABLEAU MÉTÉOROLOGIQUE.

1786.	BAROMÈTRE.	THERMOMÈTRE.	VENTS.	*CIRCONSTANCES & Remarques.*
NOVEMB.	Plus grande hauteur $28^{pouc.}\ 2^{lign.}\ \frac{3}{10}$, le 12 à 10h du mat. Plus petite hauteur $27^{pouc.}\ 0^{lign.}\ \frac{8}{10}$, le 17 à midi. Douze jours de pluie, $1^{pouc.}\ 3^{lign.},9$ d'eau. 4 jours de neige.	Plus grande hauteur $+ 9^{d}\ \frac{7}{10}$, le 28 à midi. Plus petite hauteur $- 4^{d}\ \frac{3}{10}$, le 14 à $7^{h}\ \frac{1}{4}$ du matin. Dix jours de gelée.	N. N. N. E. & S. S. E. N. E. & E. S. E.	Douze jours de brume & brouillards; celui des 14, 15 & 18 très-épais. Neuf jours de grand vent, particulièrement les 5, 6 & 28. Aurore boréale le 8.
DÉCEMB.	Plus grande hauteur $28^{pouc.}\ 7^{lign.}\ \frac{8}{10}$, le 31 à 1h du mat. Plus petite hauteur $27^{pouc.}\ 2^{lign.}\ \frac{3}{10}$, le 5 à $3^{h}\ \frac{1}{2}$ du mat. Quinze jours de pluie, $1^{pouc.}\ 4^{lign.},5$ d'eau. Deux jours de neige.	Plus grande hauteur $+ 5^{d}\ \frac{7}{10}$, le 13 à 10h du matin. Plus petite hauteur $- 7^{d}\ \frac{8}{10}$, le 25 à 14h. Dix jours de gelée.	S. & S. S. O. S. & O. N. E. & S.	Sept jours de brume & brouillards; celui des 28, 30 & 31 très-épais. Treize jours de grand vent, particulièrement les 3, 5, 12 & 13.

Dans le tableau précédent, j'ai tâché de présenter de la manière la plus concise, les principales circonstances météorologiques qui ont eu lieu dans chaque mois de l'année. Un plus grand détail nous auroit jetés trop loin; ceux qui en auront besoin pourront avoir recours à nos registres originaux, où ils trouveront un historique très-circonstancié de l'état & des variations de l'atmosphère, fait cinq ou six fois par jour, à différentes heures, tant pour le moment que dans l'intervalle des observations.

J'ai cru, cette année, devoir ajouter l'heure où le *maximum* & le *minimum* de la hauteur du baromètre & du thermomètre ont eu lieu. Cet instant de l'observation est très-important à connoître, dans la comparaison que l'on voudroit faire de nos observations avec celles d'autres météorologistes. Pour être bien sûr de l'instant où le baromètre & le thermomètre arrivent dans les points extrêmes de leurs variations, il faudroit un œil fixé sans cesse, jour & nuit sur leur mouvement; occupés d'autres objets, cela nous est impossible & n'auroit peut-être pas d'ailleurs une utilité équivalente à la peine. Il faudroit peut-être aussi varier fréquemment la position du thermomètre, non-seulement selon les saisons, mais encore selon la direction journalière des vents; c'est à ceux qui font leur unique étude de la météorologie, & qui s'adonnent entièrement à ce genre d'observations, à examiner & à rechercher toutes les attentions, toutes les circonstances & tous les procédés les plus propres à nous procurer la plus grande délicatesse & la plus grande justesse dans les observations.

Nous devons prévenir que, ne commençant guère les observations qu'entre sept & huit heures du matin, il est possible qu'en hiver nous n'ayons pas toujours la plus petite élévation du mercure dans le thermomètre; & en été, cela a encore d'autant plus lieu, que le Soleil, à son lever, donne sur notre instrument, dont la position en plein nord se trouve aussi défavorable dans ce moment pour l'observation du *minimum*, qu'elle est favorable dans tout le reste de la journée pour l'observation du *maximum*. D'un autre côté, l'exposition élevée & l'isolement de notre thermomètre le garantissent de tout reflet, soit du pavé, soit d'aucun mur, mais il reçoit l'impression directe de tout vent de la partie du nord, depuis le nord-ouest jusqu'à l'est, & par conséquent se trouve abrité de tous ceux de la partie du sud, depuis l'est jusqu'au nord-ouest. Or, les vents apportent une grande modification dans la hauteur du thermomètre, & c'est-là ce qui forme d'abord un grand obstacle à la comparaison rigoureuse de ces instrumens, lorsqu'ils n'ont pas absolument la même exposition, c'est ce qui rend de plus extrêmement difficile la détermination absolue du degré de la température générale

de l'atmoſphère, qui n'eſt pas la même dans les différentes couches où ſe trouveront plongés les inſtrumens qu'on emploîra pour la déterminer. Il y auroit, ſur cet objet, bien des réflexions intéreſſantes à faire, mais nous les réſervons pour un autre moment.

J'ai compté le jour météorologique depuis huit heures du matin juſqu'à pareille heure du jour ſuivant; ainſi, s'il a tombé de la neige le 12 à 5 heures du matin, je dis qu'il a neigé le 11.

	La plus grande.	*La plus petite.*	*Variation annuelle.*
Hauteur du Baromètre.	*pouc. lign.* 28.7,8.31 Déc.	*pouc. lig.* 27,0,21,7 N.	*pouc. lign.* 1. 7,6.
Hauteur du Thermomètre.			
Expoſé à l'air libre.........	23^d, 3. 12 Juin.	— 10^d,4. 4 Jan	33^d,7.
Placé au fond des caves.......	9^d $\frac{40}{100}$ Oct. & N.	9^d $\frac{31}{100}$ 17 Fév.	$\frac{9}{100}$
Variation diurne de l'aiguille aimantée...	16' 26 Av. M. J.	9' 35 J. F. & N.	

Jours de pluie..... 134.
Jours de neige.... 22.
Jours de gelée.... 56.

Quantité d'eau tombée pendant l'année. 23^{pouces} 3^{lignes},6.

Déclinaiſon de l'aiguille aimantée, le 1.er Juin 21^d 27'.
Inclinaiſon le 1.er Juin 71^d 5'.



HISTOIRE CÉLESTE

DE L'ANNÉE 1786.

Un passage de Mercure sur le Soleil, & l'apparition de deux comètes ont fixé particulièrement cette année l'attention des Astronomes.

La première comète sembla n'être venue que pour éprouver la vigilance des observateurs, car elle ne fut visible que deux fois seulement. Découverte par M. Méchain, le 17 janvier, elle fut presque aussitôt dérobée à ses regards par le mauvais temps qui régna jusqu'au commencement de février; & lorsque le ciel devint plus favorable, le mouvement de la comète l'ayant rapprochée du Soleil & fait descendre vers l'hémisphère austral, il ne fut plus possible de l'apercevoir. Combien de ces astres dont l'apparition est ainsi soustraite à notre connoissance par de semblables circonstances! & lorsque l'on fait attention que soixante-quatorze comètes ont déjà été aperçues à leur passage au travers de notre système, que doit-on penser de la multiplicité des planètes que régit le Soleil, & du temps qui nous sera nécessaire pour les passer toutes en revue & en avoir le dénombrement complet?

La seconde comète parut dans des circonstances plus favorables que la première, & sous les plus heureux auspices; son apparition fut reconnue & annoncée au monde savant, par une femme dont le nom étoit déjà célèbre en astronomie, par de belles & étonnantes découvertes dans le ciel. M. Herschel, obligé de s'absenter pour quelque temps de Windsor, avoit chargé M.lle sa sœur du soin de son observatoire & de l'inspection du ciel; & Miss Herschel, digne d'une telle confiance, ajouta bientôt une comète, à cette planète lointaine, à ces étoiles innombrables, à ces nébuleuses singulières, à tous ces astres enfin découverts nouvellement par son illustre frère. La comète annoncée par Miss Caroline Herschel fut observée pendant trois mois, depuis le commencement d'août jusqu'à la fin d'octobre, & les élémens de son orbite ont été

suffisamment déterminés, pour qu'on puisse la reconnoître dans les apparitions futures.

Le passage de Mercure étoit annoncé pour le 4 mai de cette année; l'entrée devançant le lever du Soleil de $1^h\,39'$, ne devoit point être visible à Paris, mais la sortie du centre de Mercure, selon les Éphémérides, devoit avoir lieu à $7^h\,45'$ du matin, par conséquent on devoit espérer de voir la planète sur le disque du Soleil pendant un espace de plus de trois heures & demie; mais le ciel fut constamment couvert depuis le lever du Soleil jusqu'à 8 heures un quart, & ce ne fut qu'environ une demi-heure après la fin annoncée du phénomène, que le ciel commençant à se nettoyer permit d'apercevoir le Soleil au travers des nuages. Le plus grand nombre des astronomes crut alors n'avoir autre chose à faire qu'à regretter, ainsi qu'il arrive si souvent, une occasion perdue; mais quelques autres moins confians dans la précision des calculs, ayant regardé le Soleil, y aperçurent Mercure qui étoit encore sur le disque, quoique selon les Éphémérides il dût en être sorti depuis près de trois quarts d'heure. M.rs Messier & de Lambre observèrent la fin du passage, ou les contacts intérieur & extérieur de la sortie, à $8^h\,36'\,28'',3$, & $8^h\,39'\,57'',7$. Nous l'avouerons, nous ne fumes point aussi heureux, ou pour mieux dire, aussi prévoyans. Nous ne pumes soupçonner une aussi grande erreur dans l'annonce; tout le monde eut même lieu d'en être étonné; on n'avoit point fait attention que dans la position où se trouvoit alors Mercure, la plus petite erreur sur sa longitude devoit en produire une très-forte sur le temps du phénomène. En effet, l'erreur de 40 minutes dont les tables de M. de la Lande avoient annoncé trop tôt la fin du passage, ne venoit que de 2 minutes trois quarts d'erreur sur la longitude géocentrique de Mercure, produites par un mouvement de l'aphélie que M. de la Lande avoit supposé trop fort; & 4 minutes d'erreur dans les tables de Halley, avoient produit 56 minutes d'erreur sur le temps, mais en sens contraire. De sorte qu'en prenant le milieu entre l'annonce des deux tables, on eût prévu assez exactement le vrai moment du phénomène; mais on avoit tout lieu de croire que les tables de M. de la Lande, plus nouvelles, & qui avoient si bien représenté le dernier passage

de 1782, méritoient une plus grande confiance. Au reste, les observations de ce passage, qui ont été faites en divers autres pays, ont bien dédommagé du contre-temps qu'ont éprouvé les astronomes de Paris, tant par le mauvais temps que par l'erreur de l'annonce.

Au nombre des objets qui ont particulièrement intéressé l'astronomie dans le cours de cette année, nous n'oublierons point de citer le savant travail d'un de nos plus habiles géomètres sur la théorie de Saturne, & les heureux essais faits au Cabinet du Roi, pour la perfection des télescopes : la géométrie & l'optique sont à l'astronomie, ce que la raison & le sens de la vue sont à l'homme; l'une explique, juge & approfondit ce que l'autre découvre & fait apercevoir.

Depuis la solution du problème des trois corps, les inégalités du mouvement moyen des planètes, produites par leur attraction mutuelle, avoient été soumises au calcul. Leur loi bien reconnue se trouvoit, pour ainsi dire, écrite dans des formules générales & précises, dont l'exactitude étoit chaque jour d'autant plus justifiée, que l'on étoit plus exact & plus scrupuleux dans l'application de ces formules, & dans l'évaluation de tous les termes & des plus petites quantités qu'elles renferment. C'est ainsi que les mouvemens de la Lune, dont les irrégularités devoient être d'autant plus grandes & plus sensibles, que cet astre est plus proche de nous, se trouvent enfin aujourd'hui représentés par la théorie avec une précision qu'on avoit long-temps désespéré d'atteindre. Mais tandis que les efforts réunis des géomètres & des astronomes soumettoient à leur loi cette Lune si long-temps rebelle, Saturne s'y déroboit entièrement, & par des irrégularités, en apparence inexplicables, donnoit lieu de soupçonner un dérangement accidentel & particulier à cette planète; telle fut du moins l'opinion d'un de nos plus célèbres astronomes, dans l'annonce qu'il fit en 1764, d'un *dérangement singulier observé dans le mouvement de Saturne (a)*. Mais M. de la Place, dans de nouvelles recherches sur la théorie de cette planète, par une application & une exposition plus approfondie du principe & des loix de l'attraction, vient de prouver

(a) *Voyez* les Mémoires de l'Académie, *année 1765, page 361.*

que ce dérangement apparent de Saturne n'a aucune réalité. Il a découvert dans les élémens des orbites de Saturne & de Jupiter, des inégalités considérables, dont les périodes embrassent plus de neuf siècles, & qui sont la source des grands dérangemens observés par les astronomes dans les mouvemens de ces deux planètes, & principalement dans celui de Saturne. Son analyse l'a conduit à des formules, au moyen desquelles il est parvenu à représenter les observations anciennes & modernes de Jupiter & de Saturne, avec une précision qui prouve à la fois la justesse & la nécessité des grandes équations qu'il a introduites dans leurs théories, & que les siècles suivans rendront plus sensibles; ainsi les dérangemens de Saturne, dont on n'avoit pu jusqu'ici rendre raison par le principe de la pesanteur universelle, présentent une confirmation nouvelle de ce principe admirable. Ce travail de M. de la Place, fait d'autant plus d'honneur à son auteur, que M. Euler même, dans la pièce qui remporta le prix proposé par l'Académie, en 1748, ne parvint à représenter les observations de Saturne, qu'à 9 minutes près; la théorie de M. de la Place ne s'en écarte pas de 2 minutes.

L'ingénieuse idée qu'a eue M. l'abbé de Rochon, d'employer la platine à la construction des miroirs de télescope, & l'heureux essai qu'il vient d'en faire dans l'exécution d'un télescope de 5 pieds & demi, nous promettent pour ces instrumens un nouveau genre de perfection que sembloient avoir porté au dernier degré, les succès de M. Herschel dans le travail des miroirs. L'inaltérabilité du nouveau métal assure aux télescopes de platine une durée infinie; cet avantage est d'autant plus précieux, que jusqu'à présent la matière dont les miroirs étoient composés ne résistoit pas long-temps à l'acide & aux impressions de l'air. Celui qui possédoit un excellent télescope ne pouvoit le conserver tel, qu'en en faisant très-peu d'usage, & renfermant ainsi, comme l'avare, toutes ses jouissances dans la privation. La platine, comme l'on sait, n'est pas même attaquable par l'eau-forte; susceptible du poli le plus parfait, elle ne le perdra jamais, & l'opticien qui sera parvenu au plus grand degré de perfection du travail, sera assuré que rien n'altérera la forme & la beauté de son miroir. Ce métal d'ailleurs paroît donner une lumière très-favorable à la distinction des

images. Enfin nous devons ajouter que dans la comparaison que nous avons faite du nouveau télescope de platine de M. l'abbé de Rochon, avec un très-bon télescope de métal ordinaire, de même grandeur, de même force, & construit par le sieur Dollond, le premier a eu l'avantage le plus décidé. M. l'abbé de Rochon doit rendre compte incessamment au public des moyens qu'il a employés, tant pour parvenir à la fusion de la platine, que pour rendre ce métal susceptible du travail des miroirs; c'étoit-là le grand point de difficulté dans l'application de la platine aux télescopes. On ne peut qu'attendre avec impatience cet ouvrage intéressant, ainsi que l'exécution d'un miroir de platine de 20 pieds de foyer, que cet Académicien se propose de faire incessamment construire sous ses yeux, par le sieur Carrochez, le plus habile artiste que nous ayons dans ce genre.

LE SOLEIL.

De trois éclipses de Soleil qui ont eu lieu le 29 janvier, le 24 juillet & le 20 décembre, aucune ne devoit être visible à Paris; la première a dû être centrale & annulaire dans la Tartarie chinoise; la seconde a dû être centrale & totale près le cap de Bonne-espérance dans la mer occidentale.

Au mois de juin, on a observé

La hauteur solsticiale du bord supérieur du Soleil..... 64^d $53'$ $57'',6$.

D'où l'on conclud

L'obliquité de l'écliptique.	apparente.....	23.	27.	59.
	vraie.....	23.	27.	55,2.

Au mois de septembre, on a observé

La hauteur méridienne du bord supérieur du Soleil, le 22. 41. 36. 47,2.

D'où l'on conclud

La déclinaison vraie du centre.....	10.	19.	1,5.
L'heure de l'équinoxe.....	19^h	$15'$	$51''$.

Les

Les observations faites à une lunette méridienne de 3 pieds, & à un quart-de-cercle mobile de 6 pieds, des passages & des hauteurs du Soleil & des principales Étoiles qui se sont trouvées dans son parallèle, ont donné les résultats suivans :

ÉPOQUES 1786.	ÉTOILES.	DIFFÉR. d'ascens. droite du centre du SOLEIL & de l'ÉTOILE.	DIFFÉRENCE de déclinaison du bord supérieur du SOLEIL & de l'ÉTOILE.	ÉPOQUES 1786.	ÉTOILES.	DIFFÉR. d'ascens. droite du centre du SOLEIL & de l'ÉTOILE.	DIFFÉRENCE de déclinaison du bord supérieur du SOLEIL & de l'ÉTOILE.
		D. M. S.	D. M. S.			D. M. S.	D. M. S.
Févr. 16	la Chèvre*	104. 52. 44	″ ″ ″	Mai.. 29	β Hercule	178. 52. 49	+ 0. 0. 30
Mars. 31	η Bouv. *	196. 6. 13	″ ″ ″	30	*Idem*....	177. 51. 46	— 0. 8. 23
	Regulus. *	139. 12. 21	″ ″ ″	31	*Idem*....	176. 50. 34	— 0. 17. 5
Avril. 2	Procion..	100. 10. 17	+ 0. 23. 49	Juin.. 1	*Idem*....	175. 49. 7	— 0. 25. 7
	κ gr. Où.*	161. 49. 39	″ ″ ″	2	*Idem*....	174. 47. 31	″ ″ ″
3	β Corb. *	173. 2. 33	″ ″ ″	3	*Idem*....	173. 45. 53	″ ″ ″
10	α Vierge*	179. 20. 12	″ ″ ″	4	*Idem*....	172. 44. 24	″ ″ ″
12	*Idem** ...	177. 30. 30	″ ″ ″	5	*Idem*....	171. 42. 42	″ ″ ″
	↓ Lion..	149. 26. 38	+ 1. 17. 43	6	*Idem*....	170. 40. 55	″ ″ ″
13	*Idem*....	133. 28. 49	+ 0. 55. 56	8	*Idem*....	168. 37. 17	″ ″ ″
14	*Idem*....	132. 33. 37	+ 0. 34. 21	9	*Idem*....	167. 35. 2	″ ″ ″
15	*Idem*....	131. 38. 22	+ 0. 13. 5	26	*Idem*....	149. 56. 9	— 1. 40. 20
	β Lion*.	150. 420	″ ″ ″	29	*Idem*....	146. 49. 13	— 1. 32. 4
16	↓ Lion..	130. 42. 57	— 0. 8. 18	Juillet 5	*Idem*....	140. 37. 30,5	— 1. 4. 23
17	ο Lion....	116. 50. 3	— 0. 2. 4	12	*Idem*....	133. 27. 57	— 0. 14. 49
25	ζ Bouvier.	184. 40. 25	+ 1. 3. 29	14	*Idem*....	131. 25. 33	+ 0. 2. 47
Mai... 1	θ Lion....	135. 47. 6	+ 0. 17. 41	15	*Idem*....	130. 25. 15	+ 0. 12. 12
	β Lion...	126. 59. 55	+ 1. 7. 22	18	*Arcturus*..	93. 37. 10	— 0. 57. 24
2	*Idem*....	134. 49. 46	— 0. 0. 18	19	*Idem*....	92. 36. 42	— 0. 36. 30
	β Serpent.	194. 22. 40	+ 0. 19. 47	23	*Idem*....	88. 37. 20	+ 0. 0. 20
14	*Arcturus*..	160. 7. 43	+ 1. 18. 31		γ d'Herc.	120. 16. 5	— 0. 37. 45
15	*Idem*....	159. 8. 33	+ 1. 3. 54	24	*Idem*....	119. 16. 30	— 0. 25. 8
17	η Bouvier	151. 48. 8	— 0. 12. 28		*Arcturus*..	87. 37. 46	+ 0. 12. 53
19	*Arcturus*.	155. 10. 47	+ 0. 10. 38	28	γ d'Herc.	115. 20. 13	+ 0. 28. 16
21	*Idem*....	″ ″ ″	— 0. 26. 4	Août. 3	α Flèche.	159. 0. 26	— 0. 9. 59
25	*Idem*....	149. 9. 52	″ ″ ″	5	*Idem*....	157. 5. 2	+ 0. 22. 18
27	β Hercule	180. 55. 11	+ 0. 19. 36	8	γ Dauphin	170. 45. 24	— 0. 57. 43
28	*Idem*....	179. 53. 45	+ 0. 9. 51	9	*Idem*....	169. 48. 44	— 0. 41. 12

ÉPOQUES 1786.	ÉTOILES.	DIFFÉR. d'ascens. droite du centre du SOLEIL & de l'ÉTOILE. D. M. S.	DIFFÉRENCE de déclinaison du bord supérieur du SOLEIL & de l'ÉTOILE. D. M. S.	ÉPOQUES 1786.	ÉTOILES.	DIFFÉR. d'ascens. droite du centre du SOLEIL & de l'ÉTOILE. D. M. S.	DIFFÉRENCE de déclinaison du bord supérieur du SOLEIL & de l'ÉTOILE. D. M. S.
Août 9	α Dauphin	168. 3. 6	— 0. 52. 9	Sept. 10	ν de Pégase	159. 54. 20	— 1. 2. 35
10	*Idem*....	167. 6. 20	— 0. 34. 36	16	δ l'Aigle.	114. 27. 57	— 0. 3. 48
	γ Dauphin	168. 51. 48	— 0. 22. 48	20	η Antinoüs	117. 35. 23	″ ″ ″
	α d'Herc.	115. 53. 55	— 1. 6. 1	21	*Idem*....	116. 41. 28	— 0. 21. 0
11	α Dauphin	166. 9. 36	— 0. 16. 49	22	*Idem*....	115. 47. 31	+ 0. 2. 29
	α d'Herc.	114. 57. 25	— 0. 48. 17	Octob. 16	λ Verseau.	138. 51. 27	+ 0. 4. 48
13	α Dauphin	164. 16. 20	+ 0. 19. 21	17	*Idem*....	137. 55. 8	+ 0. 26. 47
14	*Idem*....	163. 19. 53	+ 0. 37. 51	18	γ Éridan.	209. 52. 3	— 0. 58. 20
18	α *Ophiucus*	113. 24. 55	— 0. 32. 29		λ Verseau.	136. 58. 42	+ 0. 48. 34
25	ε Dauphin	″ ″ ″	+ 0. 13. 25	28	γ Éridan *	204. 5. 28	″ ″ ″
Sept.. 6	β l'Aigle.	130. 59. 4	— 0. 41. 18,6	Nov. 13	β Baleine.	139. 21. 14	— 1. 18. 41
7	*Idem*....	130. 5. 1	— 0. 18. 53		δ Capric.	94. 56. 27	+ 0. 45. 16
	13.ᵉ Daup.	143. 11. 4	— 0. 57. 54	25	γ du Lièvre	169. 48. 40	+ 0. 36. 27
10	*Idem*....	140. 28. 59	+ 0. 10. 7	30	*Idem*....	164. 3. 51,4	+ 0. 21. 35

Nota. L'astérique que l'on trouve dans la seconde colonne, indique que le passage des Étoiles & du Soleil a été déterminé le même jour par des hauteurs correspondantes; le signe + dans la quatrième colonne, indique que l'Étoile étoit plus haute dans le Méridien que le bord supérieur du Soleil; le signe —, indique qu'elle étoit plus basse; cette quatrième colonne renferme la différence de hauteur observée sans aucune correction.

Ces comparaisons du Soleil aux différentes Étoiles, donnent encore les résultats suivans :

PASSAGES DU CENTRE DU SOLEIL DANS LE PARALLÈLE DES ÉTOILES

			Differ. d'as. dr.				*Differ. d'as. dr.*
ψ du Lion.	le 16 Avril	à 9^h 12′ 16″	130^d 21′ 38″	γ du Dauph.	le 10 Août	à 9^h 21′ 46″	168^d 29′ 38″
β du Lion.	2 Mai.	21. 19. 5	133. 58. 43	α du Dauph.	11 Août	3. 11. 36	″ ″ ″
η du Bouvier	17 Mai.	5. 13. 45	151. 35. 9	ε du Dauph.	25 Août	4. 0. 0	″ ″ ″
Arcturus...	20 Mai.	3. 58. 47	″ ″ ″	ζ de l'Aigle.	7 Sept.	3. 15. 21	129. 57. 41
	21 Juill.	16. 9. 25	89. 51. 34	δ de l'Aigle.	16 Sept.	11. 20. 41	114. 56. 12
β d'Hercule	30 Mai.	20. 9. 55	177. 0. 20,7	η d'Antin..	21 Sept.	5. 15. 30	146. 29. 39
	11 Juill.	21. 8. 47	133. 35. 17	λ du Verseau	15 Oct.	1. 28. 47	139. 49. 1
α de la Flèche	2 Août	14. 16. 1	159. 34. 56				

Des obſervations du Soleil & de β d'Hercule, faites en Mai & en Juillet, on conclud ce qui ſuit :

Le 30 Mai.........	20^h 9′ 55″ *T. vr.*	Le 11 Juillet......	21^h 34′ 13″ *T. vr.*
Aſc. dr. du Soleil app.	68^d 16′ 55″,5.		111^d 43′ 4″,5.
Longitude du Soleil...	69. 55. 46.		110. 4. 14.
Aſc. dr. de β d'Herc.	245. 17. 16.		245. 17. 15,3.

MERCURE.

CETTE Planète a achevé, dans le courant de cette année, quatre révolutions, plus deux ſignes dix-ſept degrés cinquante minutes autour du Soleil, & s'eſt trouvée

EN CONJONCTION		PLUS G.^{DE} DIGRESSION		STATIONNAIRE.		PASSAGE ſur LE SOLEIL.
Supérieure.	Inférieure.	Orientale.	Occidentale.			
18 Mars. 2 Juillet. 22 Octobre	4 Mai. 6 Sept. 23 Déc.	13 Avril. 10 Août. 5 Déc.	26 Janvier. 31 Mai. 22 Sept.	20 Janvier. 23 Avril. 16 Mai.	25 Août. 17 Sept. 14 Déc.	Le 4 Mai.

On n'a pu déterminer, par obſervation, que quatre lieux de cette Planète, qui comparés aux Tables, ont donné les réſultats ſuivans :

1786.	TEMPS VRAI.	ÉTOILE comparée.	POSITION SUPPOSÉE DE L'ÉTOILE.		LIEU OBSERVÉ DE MERCURE.		ERREUR des TABLES.	
			Aſcenſion dr.	Déclinaiſon.	Longitude.	Latitude.	En long.	En latit.
	H. M. S.		*D. M. S.*	*D. M. S.*	*D. M. S.*	*D. M. S.*	*M. S.*	*M. S.*
				Boréale.		Boréale.		
Avril 13	1. 12. 13,3	*Arcturus*	211. 29. 6	20. 17. 51	43. 21. 7	2. 46. 9	+ 0. 39	+ 0. 0
14	1. 12. 6,2	*Idem*...	*Idem*.......	*Idem*.......	44. 15. 30	2. 50. 10	+ 0. 33	+ 0. 0
Juill. 23	1. 24. 57,7	*α Ophiuc.*	261. 15. 54	12. 43. 57	141. 24. 31	1. 6. 23	— 0. 35	— 0. 34
28	1. 34. 13,6	*Idem*....	*Idem*.......	*Idem*.......	149. 6. 44	0. 29. 2	— 0. 18	— 0. 26

ÉPOQUES *1786.*	ÉTOILES.	DIFFÉR. d'ascens. droite du centre du SOLEIL & de l'ÉTOILE.	DIFFÉRENCE de déclinaison du bord supérieur du SOLEIL & de l'ÉTOILE.	ÉPOQUES *1786.*	ÉTOILES.	DIFFÉR. d'ascens. droite du centre du SOLEIL & de l'ÉTOILE.	DIFFÉRENCE de déclinaison du bord supérieur du SOLEIL & de l'ÉTOILE.
		D. M. S.	*D. M. S.*			*D. M. S.*	*D. M. S.*
Août 9	α Dauphin	168. 3. 6	— 0. 52. 9	Sept. 10	υ de Pégase	159. 54. 20	— 1. 2. 35
10	*Idem*....	167. 6. 20	— 0. 34. 36	16	δ l'Aigle.	114. 27. 57	— 0. 3. 48
	γ Dauphin	168. 51. 48	— 0. 22. 48	20	η Antinoüs	117. 35. 23	″ ″ ″
	α d'Herc.	115. 53. 55	— 1. 6. 1	21	*Idem*....	116. 41. 28	— 0. 21. 0
11	α Dauphin	166. 9. 36	— 0. 16. 49	22	*Idem*....	115. 47. 31	+ 0. 2. 29
	α d'Herc.	114. 57. 25	— 0. 48. 17	Octob. 16	λ Verseau.	138. 51. 27	+ 0. 4. 48
13	α Dauphin	164. 16. 20	+ 0. 19. 21	17	*Idem*....	137. 55. 8	+ 0. 26. 47
14	*Idem*....	163. 19. 53	+ 0. 37. 51	18	γ Éridan.	209. 52. 3	— 0. 58. 20
18	α *Ophiucus*	113. 24. 55	— 0. 32. 29		λ Verseau.	136. 58. 42	+ 0. 48. 34
25	ε Dauphin	″ ″ ″	+ 0. 13. 25	28	γ Éridan *	204. 5. 28	″ ″ ″
Sept.. 6	β l'Aigle.	130. 59. 4	— 0. 41. 18,6	Nov. 13	β Baleine.	139. 21. 14	— 1. 18. 41
7	*Idem*....	130. 5. 1	— 0. 18. 53		δ Capric.	94. 56. 27	+ 0. 45. 16
	13.ᵉ Daup.	143. 11. 4	— 0. 57. 54	25	γ du Lièvre	169. 48. 40	+ 0. 36. 27
10	*Idem*....	140. 28. 59	+ 0. 10. 7	30	*Idem*....	164. 3. 51,4	+ 0. 21. 35

Nota. L'astérique que l'on trouve dans la seconde colonne, indique que le passage des Étoiles & du Soleil a été déterminé le même jour par des hauteurs correspondantes ; le signe + dans la quatrième colonne, indique que l'Étoile étoit plus haute dans le Méridien que le bord supérieur du Soleil ; le signe —, indique qu'elle étoit plus basse ; cette quatrième colonne renferme la différence de hauteur observée sans aucune correction.

Ces comparaisons du Soleil aux différentes Étoiles, donnent encore les résultats suivans :

PASSAGES DU CENTRE DU SOLEIL DANS LE PARALLÈLE DES ÉTOILES

			Differ. d'as. dr.				*Differ. d'as. dr.*
ψ du Lion.	le 16 Avril	à 9^h 12′ 16″	130^d 21′ 38″	γ du Dauph.	le 10 Août	à 9^h 21′ 46″	168^d 29′ 38″
β du Lion.	2 Mai.	21. 19. 5	133. 58. 43	α du Dauph.	11 Août	3. 11. 36	″ ″ ″
η du Bouvier	17 Mai.	5. 13. 45	151. 35. 9	ε du Dauph.	25 Août	4. 0. 0	″ ″ ″
Arcturus...	20 Mai.	3. 58. 47	″ ″ ″	β de l'Aigle.	7 Sept.	3. 15. 21	129. 57. 41
	21 Juill.	16. 9. 25	89. 51. 34	δ de l'Aigle.	16 Sept.	11. 20. 41	114. 56. 12
β d'Hercule	30 Mai.	20. 9. 55	177. 0. 20,7	η d'Antin..	21 Sept.	5. 15. 30	116. 29. 39
	11 Juill.	21. 8. 47	133. 35. 17	λ du Verseau	15 Oct.	1. 28. 47	139. 49. 1
α de la Flèche	2 Août	14. 16. 1	159. 34. 56				

Des observations du Soleil & de β d'Hercule, faites en Mai & en Juillet, on conclud ce qui suit :

Le 30 Mai........	20h 9' 55" T. vr.	Le 11 Juillet.....	21h 34' 13" T. vr.
Asc. dr. du Soleil app.	68d 16' 55",5.		111d 43' 4",5.
Longitude du Soleil...	69. 55. 46.		110. 4. 14.
Asc. dr. de β d'Herc.	245. 17. 16.		245. 17. 15,3.

MERCURE.

CETTE Planète a achevé, dans le courant de cette année, quatre révolutions, plus deux signes dix-sept degrés cinquante minutes autour du Soleil, & s'est trouvée

EN CONJONCTION		PLUS G.DE DIGRESSION		STATIONNAIRE.		PASSAGE sur LE SOLEIL.
Supérieure.	Inférieure.	Orientale.	Occidentale.			
18 Mars.	4 Mai.	13 Avril.	26 Janvier.	20 Janvier.	25 Août.	Le 4 Mai.
2 Juillet.	6 Sept.	10 Août.	31 Mai.	23 Avril.	17 Sept.	
22 Octobre	23 Déc.	5 Déc.	22 Sept.	16 Mai.	14 Déc.	

On n'a pu déterminer, par observation, que quatre lieux de cette Planète, qui comparés aux Tables, ont donné les résultats suivans :

1786.	TEMPS VRAI.	ÉTOILE comparée.	POSITION SUPPOSÉE DE L'ÉTOILE.		LIEU OBSERVÉ DE MERCURE.		ERREUR des TABLES.	
			Ascension dr.	Déclinaison.	Longitude.	Latitude.	En long.	En latit.
	H. M. S.		D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	M. S.	M. S.
				Boréale.		Boréale.		
Avril 13	1. 12. 13,3	*Arcturus*	211. 29. 6	20. 17. 51	43. 21. 7	2. 46. 9	+ 0. 39	+ 0. 0
14	1. 12. 6,2	*Idem*..	*Idem*.......	*Idem*.......	44. 15. 30	2. 50. 10	+ 0. 33	+ 0. 0
Juill. 23	1. 24. 57,7	*α Ophiuc.*	261. 15. 54	12. 43. 57	141. 24. 31	1. 6. 23	— 0. 35	— 0. 34
28	1. 34. 13,6	*Idem*....	*Idem*.......	*Idem*.......	149. 6. 44	0. 29. 2	— 0. 18	— 0. 26

VÉNUS.

CETTE Planète a achevé, dans le courant de cette année, deux révolutions moins quatre signes seize degrés vingt-sept minutes autour du Soleil, & s'est trouvée

DANS SON NŒUD		EN CONJONCT. supérieure.	PLUS G.de ÉLONGAT.	STATIONAIRE.
Descendant.	Ascendant.			
13 Janvier.	6 Mai.	21 Mars.	24 Octobre.	14 Décembre.
25 Août.	17 Décemb.			

On a déterminé, par observation, cinquante-cinq lieux de cette Planète, qui, comparés aux Tables, ont donné les résultats suivans :

1786.	TEMPS VRAI.	ÉTOILE comparée	POSITION SUPPOSÉE DE L'ÉTOILE.		LIEU OBSERVÉ DE VÉNUS.		ERREUR des TABLES.	
			Ascension dr.	Déclinaison.	Longitude.	Latitude.	En long.	En latit.
	H. M. S.		D. M. S.	D. M. S. Boréale.	D. M. S.	D. M. S. Australe.	M. S.	M. S.
Avril 13	0. 23. 12,7	ρ Lion...	155. 23. 33	10. 24. 5	29. 29. 30	0. 51. 47	+1. 7	—0. 9
14	0. 24. 12	*Idem*....	*Idem*......	*Idem*.......	30. 43. 39	0. 50. 3	+1. 4	+0. 2
15	0. 25. 11,4	*Idem*. ...	*Idem*.......	*Idem*.......	31. 57. 38	0. 48. 12	+0. 53	+0. 6
16	0. 26. 11,2	ε Vierge..	192. 53. 42	12. 6. 33	33. 12. 10	0. 46. 3	+1. 16	—0. 12
17	0. 27. 11,2	ο Lion....	142. 26. 27	10. 51. 22	34. 26. 3	0. 44. 19	+1. 2	+0. 16
		ρ Lion...	155. 23. 33	10. 24. 5				
25	0. 35. 32,7	ζ Bouvier.	217. 44. 42	14. 39. 6	44. 18. 58	0. 26. 46	+1. 20	+0. 5
		β Lion...	174. 33. 0	15. 45. 57				
29	0. 39. 56,8	θ Lion....	165. 45. 29	16. 35. 45	49. 14. 41	0. 17. 27	+1. 7	+0. 6
Mai 1	0. 42. 12,6	*Idem*....	*Idem*........	*Idem*.......	51. 42. 34	0. 12. 38	+1. 8	+0. 8
2	0. 43. 22,8	β Lion...	174. 32. 59	15. 45. 58	52. 56. 51	0. 10. 7	+1. 31	—0. 3
		β Serpent.	234. 5. 29	16. 5. 57				

1786.	TEMPS VRAI.	ÉTOILE comparée	POSITION SUPPOSÉE DE L'ÉTOILE.		LIEU OBSERVÉ DE VÉNUS.		ERREUR des TABLES.	
			Ascension dr.	Déclinaison.	Longitude.	Latitude.	En long.	En latit.
	H. M. S.		D. M. S.	D. M. S. Boréale.	D. M. S.	D. M. S. Boréale.	M. S.	M. S.
Mai 14	0. 57. 48,5	*Arcturus*..	211. 29. 7	20. 17. 55	67. 42. 20	0. 19. 14	+1. 33	—0. 7
15	1. 0. 12,6	*Idem*....	*Idem*.......	*Idem*.......	68. 55. 9	0. 21. 54	+0. 43	+0. 5
17	1. 1. 35,3	*Idem*....	*Idem*.......	*Idem*.......	71. 22. 22	0. 26. 55	+0. 52	+0. 13
19	1. 4. 8,5	*Idem*....	*Idem*.......	*Idem*.......	73. 49. 36	0. 31. 35	+0. 51	+0. 7
26	1. 13. 8,5	β Hercule	245. 16. 29	21. 57. 44	82. 24. 32	0. 47. 56	+1. 15	+0. 3
27	1. 14. 26,9	*Idem*....	*Idem*.......	*Idem*.......	83. 37. 57	0. 50. 10	+1. 8	+0. 3
28	1. 15. 43,1	*Idem*....	*Idem*.......	*Idem*.......	84. 51. 35	0. 52. 22	+1. 3	+0. 3
29	1. 17. 0,6	δ Hercule	256. 34. 31	25. 6. 7	86. 4. 54	0. 54. 34	+1. 18	+0. 3
		β Hercule	245. 16. 30	21. 57. 44				
30	1. 18. 17,7	δ Hercule	256. 34. 31	25. 6. 7	87. 18. 9	0. 56. 48	+1. 8	+0. 7
		β Hercule	245. 16. 30	21. 57. 44				
31	1. 19. 36	δ Hercule	256. 34. 31	25. 6. 7	88. 31. 31	0. 58. 58	+1. 9	+0. 9
		β Hercule	245. 16. 30	21. 57. 44				
Juin 1	1. 20. 51,5	δ Hercule	256. 34. 31	25. 6. 7	89. 45. 1	1. 1. 3	+1. 17	+0. 10
2	1. 22. 6,8	*Idem*....	256. 34. 31	25. 6. 7	90. 58. 18	1. 3. 11	+1. 15	+0. 16
		β Hercule	245. 16. 31	21. 57. 54				
4	1. 24. 38,4	*Idem*....	*Idem*.......	*Idem*.......	93. 24. 44	1. 7. 4	+1. 2	+0. 10
5	1. 25. 53,2	δ Hercule	256. 34. 31	25. 6. 7	94. 38. 6	1. 9. 2	+1. 7	+0. 13
		β Hercule	245. 16. 31	21. 57. 54				
6	1. 27. 8,6	*Idem*....	245. 16. 29	21. 57. 54	95. 51. 26	1. 10. 54	+1. 14	+0. 13
		δ Hercule	256. 34. 31	25. 6. 7				
8	1. 29. 35,8	*Idem*....	*Idem*.......	*Idem*.......	98. 17. 44	1. 14. 40	+1. 5	+0. 20
		β Hercule	245. 16. 29	21. 57. 54				
9	1. 30. 49,0	δ Hercule	256. 34. 31	25. 6. 7	99. 31. 2	1. 16. 17	+1. 15	+0. 13
		β Hercule	245. 16. 29	21. 57. 54				
26	1. 49. 22,3	*Idem*....	245. 16. 31	21. 57. 52	120. 11. 39	1. 37. 14	+1. 1	+0. 11
Juill. 15	2. 4. 23,4	γ Serpent.	236. 39. 23	16. 22. 10	143. 8. 13	1. 36. 59	+0. 25	+0. 8
17	2. 5. 40,7	β Dauph.	306. 53. 43	13. 51. 54	145. 32. 47	1. 35. 33	+0. 40	+0. 25
		γ Dauph.	309. 12. 1	15. 29. 9				
18	2. 6. 17,6	*Idem*....	*Idem*.......	*Idem*.......	146. 44. 57	1. 34. 36	+0. 46	+0. 26
		β Dauph.	306. 53. 43	13. 51. 54				
19	2. 6. 52,5	*Idem*....	*Idem*.......	*Idem*.......	147. 56. 52	1. 33. 33	+0. 38	+0. 25
		γ Dauph.	309. 12. 1	15. 29. 9				
22	2. 8. 36,9	β Dauph.	306. 53. 43	13. 51. 54	151. 32. 56	1. 29. 53	+0. 43	+0. 2[illegible]

1786.	TEMPS VRAI.	ÉTOILE comparée.	POSITION SUPPOSÉE DE L'ÉTOILE.		LIEU OBSERVÉ DE VÉNUS.		ERREUR des TABLES.	
			Ascension dr.	Déclinaison.	Longitude.	Latitude.	En long.	En latit.
	H. M. S.		D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	M. S.	M. S.
				Boréale.		Boréale.		
Juill. 23	2. 9. 10,3	*α Ophiucus*	261. 15. 54	12. 43. 57	152. 44. 30	1. 28. 34	+0. 16	+0. 22
25	2. 10. 15,4	*Idem*....	*Idem*.......	*Idem*.......	155. 8. 6	1. 25. 27	+0. 14	+0. 23
Août 3	2. 14. 50,5	β l'Aigle.	296. 13. 2	5. 53. 36	165. 52. 31	1. 8. 38	+0. 3	+0. 35
7	2. 16. 46,7	θ Serpent.	281. 24. 44	3. 56. 31	179. 22. 13	0. 58. 48	—0. 6	+0. 19
9	2. 17. 47,7	*Idem*....	*Idem*.......	*Idem*.......	173. 0. 13	0. 53. 27	+0. 3	+0. 13
10	2. 18. 17,4	*Idem*....	*Idem*.......	*Idem*.......	174. 10. 53	0. 50. 35		
24	2. 25. 21,4	η Serpent.	272. 35. 1	〃 〃 〃	190. 40. 0	0. 6. 6	+0. 20	+0. 15
				Australe.		Australe.		
Sept. 5	2. 32. 31,7	λ Verseau	340. 22. 52	8. 42. 23	204. 36. 23	0. 40. 10	+0. 7	—0. 3
6	2. 33. 6,2	*Idem*....	*Idem*.......	*Idem*.......	205. 45. 34	0. 43. 47	+0. 7	—0. 38
		α Capric.	301. 33. 34	13. 11. 20				
7	2. 33. 44,2	λ Verseau.	340. 22. 52	8. 42. 23	206. 54. 30	0. 48. 17	—0. 7	—0. 2
20	2. 43. 17,1	θ Capric.	313. 29. 27	18. 3. 52	221. 43. 44	1. 42. 3	+0. 17	—0. 29
21	2. 44. 5,4	δ Capric.	323. 49. 7	17. 4. 54	222. 51. 22	1. 46. 21	+0. 19	—0. 10
22	2. 44. 50,2	δ Verseau	340. 50. 18	16. 56. 49	223. 58. 12	1. 51 1	—0. 17	+0. 9
23	2. 45. 42,5	*Idem*....	*Idem*.......	*Idem*.......	225. 6. 31	1. 55. 28	+0. 38	—0. 28
Oct. 16	3. 5. 10,2	ι Éridan..	56. 10. 13	〃 〃 〃	250. 6. 29	3. 19. 25	—0. 19	+0. 28
18	3. 6. 41,8	*Idem*....	*Idem*.......	〃 〃 〃	252. 11. 13	3. 24. 46	—0. 51	+0. 9
23	3. 10. 13,4	*Idem*....	*Idem*.......	〃 〃 〃	257. 18. 15	3. 36. 57	—1. 0	+0. 9
24	3. 10. 50,9	*Idem*....	*Idem*.......	〃 〃 〃	258. 18. 31	3. 39. 24	—1. 11	+0. 30
25	3. 10. 27,2	*Idem*....	*Idem*.......	〃 〃 〃	259. 18. 39	3. 41. 19	—0. 44	+0. 28
26	3. 12. 2	*Idem*....	*Idem*.......	〃 〃 〃	260. 18. 26	3. 43. 14	—1. 29	+0. 19
27	3. 12. 34,7	*Idem*....	*Idem*.......	〃 〃 〃	261. 19. 35	3. 44. 33	—0. 42	+0. 8
28	3. 13. 4,5	*Idem*....	*Idem*.......	〃 〃 〃	262. 16. 23	3. 46. 34	—0. 59	+0. 34
						Boréale.		
Déc. 24	1. 13. 10,8	β Lièvre.	79. 47. 29	20. 56. 24	290. 11. 40	1. 44. 55	—6. 46	+0. 38
30	0. 33. 41,9	α Lièvre.	80. 50. 53	17. 59. 16	287. 18. 44	3. 17. 55	—7. 49	+0. 36

Nota. Lorsque nous ne mettons point la déclinaison de l'Étoile, cela indique que la déclinaison de la Planète a été déduite directement de la hauteur méridienne observée, & non de sa différence avec l'Étoile.

MARS.

CETTE Planète a parcouru, cette année, un arc de 176^d 47′ autour du Soleil, & s'est trouvée

EN QUADRATURE.	EN CONJONCTION.	Dans son NŒUD ascendant.
Le 6 Mars.	Le 7 Novembre.	Le 12 Novembre.

On a déterminé, par observation, six lieux de cette Planète, qui, comparés aux Tables, ont donné les résultats suivans :

1786.	TEMPS VRAI.	ÉTOILE comparée.	POSITION SUPPOSÉE DE L'ÉTOILE.		LIEU OBSERVÉ DE MARS.		ERREUR des TABLES.	
			Ascension dr.	Déclinaison.	Longitude.	Latitude.	En long.	En latit.
	H. M. S.		D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	M. S.	M. S.
				Boréale.		Boréale.		
Fév. 24	6. 8. 35	γ Écrevisse	127. 43. 30	22. 13. 33	72. 5. 35	2. 13. 33	—1. 50	+0. 23
Mars 10	5. 44. 22,4	ε Gemeau.	97. 41. 26	25. 19. 33	78. 26. 49	2. 6. 47	—1. 22	+0. 18
Avril 1	5. 13. 8,2	ε du Lion.	143. 25. 43	24. 44. 56	89. 28. 48	1. 55. 42	—1. 18	—0. 2
2	5. 11. 47,4	*Idem*....	*Idem*.......	*Idem*.......	90. 0. 4	1. 55. 18	—1. 27	+0. 7
14	4. 56. 18,2	*Idem*....	*Idem*.......	*Idem*.......	96. 25. 40	1. 49. 15	—1. 11	—0. 3
15	4. 55. 0,7	*Idem*....	*Idem*.......	*Idem*.......	96. 58. 8	1. 48. 59	—1. 19	+0. 12

JUPITER.

CETTE Planète a parcouru, dans le courant de cette année, un arc de 27^d 45′ autour du Soleil, & s'est trouvée

EN CONJONCTION.	EN QUADRATURE.	EN OPPOSITION.
Le 17 Avril.	Le 12 Août.	Le 8 Novembre.

On a déterminé, par observation, soixante-quatre lieux de cette Planète, qui, comparés aux Tables, ont donné les résultats suivans :

1786.	TEMPS VRAI.	ÉTOILE comparée	POSITION SUPPOSÉE DE L'ÉTOILE. Ascension dr.	Déclinaison.	LIEU OBSERVÉ DE JUPITER. Longitude.	Latitude.	ERREUR des TABLES. En long.	En latit.
	H. M. S.		D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	M. S.	M. S.
				Boréale.		Australe.		
Mai. 28	21.56.22	γ Serpent.	236.39.26	″ ″ ″	37.24.18	1. 1.51	—5.24	—0.34
29	21.53. 9	*α Ophiucus*	261.15.52	12.43.32	37.37.22	1. 1.57	—5.11	—0.29
		ζ Bouvier.	217.44.42,5	14.39. 6				
Juin. 1	21.43.27,3	*α Ophiucus*	261.15.52	12.43.48	38.16.47	1. 1.54	—5.17	—0.42
3	21.36.57,4	ζ Bouvier.	217.44.44	14.39.10	38.42.53	1. 2. 7	—5. 4	—0.35
4	21.33.41,2	*Idem*....	217.44.44	14.39.10	38.55.31	1. 2. 7	—5.32	—0.38
5	21.30.25,3	*α Ophiucus*	261.15.52	12.43.48	39. 8.33	1. 2.17	—5.24	—0.31
8	21.20.33,5	ζ Bouvier.	217.44.44	14.39.10	39.46.38	1. 2.22	—5.33	—0.38
28	20.13.19,5	β Serpent	234. 5.32	16. 6. 7	43.45. 5	1. 3.50	—5.25	—0.46
Juill. 1	20. 3. 8,4	*Idem*....	*Idem*......	*Idem*......	44.17.55	1. 4. 9	—5.23	—0.42
		γ Serpent.	236.39.23	″ ″ ″				
5	19.49.28,5	β Serpent	234. 5.31	16. 6. 7	45. 0. 2	1. 4.40	—5.32	—0.30
		γ Serpent.	236.39.23	″ ″ ″				
7	19.42.38,8	β Serpent	234. 5.31	16. 6. 7	45.20.40	1. 4.58	—5.29	—0.31
12	19.25.34,3	*Idem*....	*Idem*......	*Idem*......	46. 9.56	1. 5.22	—5.38	—0.42
		γ Serpent.	236.39.23	16.22.10				
15	19.15.21,2	*Idem*....	*Idem*......	*Idem*......	46.38.47	1. 5.43	—5. 7	—0.43
16	19.11.56,7	α l'Aigle.	295. 5.50	″ ″ ″	46.47.20	1. 5.46	—5.48	—0.47
18	19. 5. 1	γ Dauphin	309.12. 1	15.22. 9,2	47. 4.57	1. 5.52	—5.17	—0.55
		α la Flèche	292.39. 2	17.32.12				
19	19. 1.41,9	*Idem*....	*Idem*......	*Idem*......	47.14.22	1. 6.15	—5.38	—0.41
		γ Dauphin	309.12. 1	15.22. 9				
21	18.54.52,8	*Idem*....	*Idem*......	″ ″ ″	47.31.42	1. 6.36	—5.36	—0.36
		α la Flèche	292.39. 2	17.32.13				
24	18.44.39,5	*Idem*....	*Idem*......	*Idem*......	47.56.34	1. 7. 8	—5.41	—0.28
Août 2	18.14. 1,8	*Idem*....	292.39. 2	17.32.16	49. 3.28	1. 8.14	—6. 8	—0.40
3	18.10.39,1	*Idem*....	*Idem*......	*Idem*......	49.10. 9	1. 8.25	—6. 9	—0.37
5	18. 3.39	*Idem*....	*Idem*......	*Idem*......	49.23. 7	1. 8.42	—5.57	—0.39
6	18. 0.28,8	α Dauphin	307.26.23	15.10.23	49.29.26	1. 8.46	—5.59	—0.45
		γ Dauphin	309.12. 3	15.22.12				

1786.	TEMPS VRAI.	ÉTOILE comparée	POSITION SUPPOSÉE DE L'ÉTOILE. Ascension dr.	Déclinaison.	LIEU OBSERVÉ DE JUPITER. Longitude.	Latitude.	ERREUR des TABLES. En longi	En latit
	H. M. S.		D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	M. S.	M. S.
				Boréale.		Australe.		
Août 8	17. 53. 23,3	γ Dauph.	309. 12. 3	15. 22. 12	49. 41. 28	1. 9. 3	—6. 10	—0. 45
9	17. 50. 14,5	Idem....	Idem.......	Idem.......	49. 47. 4	1. 9. 10	—6. 10	—0. 49
		α Dauph.	307. 26. 23	15. 10. 11				
10	17. 46. 51,0	α Hercule	256. 14. 10	14. 38. 54	49. 52. 47	1. 9. 26	—6. 7	—0. 42
		γ Dauph.	309. 12. 3	15. 22. 12				
11	17. 43. 10,4	α Dauph.	307. 26. 23	15. 10. 11	49. 58. 3	1. 9. 35	—6. 19	—0. 43
		α Hercule	256. 14. 10	14. 38. 54				
23	17. 2. 19,7	γ Dauph.	309. 12. 3	15. 22. 12	50. 49. 55	1. 11. 29	—6. 27	—0. 47
25	16. 55. 26,5	Idem....	Idem.......	Idem.......	50. 56. 19	1. 11. 47	—6. 31	—0. 48
28	16. 45. 3	Idem....	Idem.......	Idem.......	51. 3. 55	1. 12. 15	—6. 20	—0. 48
30	16. 38. 5	α Flèche.	292. 39. 1	17. 32. 21	51. 8. 11	1. 12. 43	—6. 32	—0. 41
Sept. 6	16. 13. 20,7	α Pégase.	343. 32. 38	14. 3. 56	51. 16. 21	1. 13. 44	—6. 42	—0. 49
7	16. 9. 46,4	α Flèche.	292. 38. 58	17. 32. 23	51. 17. 2	1. 13. 54	—6. 30	—0. 48
9	16. 2. 36,8	Idem....	Idem.......	Idem.......	51. 17. 11	1. 14. 22	—6. 42	—0. 41
15	15. 40. 51,7	ε Pégase..	318. 3. 19	8. 54. 14	51. 12. 41	1. 14. 59	—7. 11	—0. 57
19	15. 26. 3,6	Idem....	Idem.......	Idem.......	51. 5. 37	1. 15. 32	—7. 47	—0. 45
20	15. 22. 21	Idem....	Idem.......	Idem.......	51. 3. 38	1. 15. 42	—7. 39	—1. 1
21	15. 18. 37	β Flèche.	292. 52. 38	16. 59. 52	51. 2. 0	1. 16. 4	—6. 40	—0. 44
22	15. 14. 50,7	α Flèche.	292. 38. 58	17. 32. 23	50. 59. 33	1. 16. 6	—6. 43	—0. 48
23	15. 11. 5,2	Idem....	Idem.......	Idem.......	50. 56. 39	1. 16. 22	—6. 54	—0. 42
26	14. 59. 39,8	Idem....	Idem.......	Idem.......	50. 47. 2	1. 16. 43	—6. 58	—0. 44
Oct. 13	13. 52. 8,5	γ Dauph.	309. 11. 58	〃 〃 〃	49. 23. 35	1. 18. 10	—7. 2	—0. 49
14	13. 47. 58,6	Idem....	Idem.......	〃 〃 〃	49. 16. 55	1. 18. 7	—7. 23	—0. 54
16	13. 39. 40,5	Idem....	Idem.......	〃 〃 〃	49. 4. 17	1. 18. 26	—6. 52	—0. 39
17	13. 35. 28,4	Aldébaran	65. 56. 4	16. 4. 9	48. 57. 8	1. 18. 14	—7. 18	—0. 54
		δ Taureau	62. 40. 23,4	17. 1. 56				
18	13. 31. 16,5	γ Dauph.	309. 11. 58	〃 〃 〃	48. 50. 36	1. 18. 23	—6. 57	—0. 47
20	13. 14. 16.	Aldébaran	65. 56. 4	16. 4. 9	48. 21. 42	1. 18. 16	—7. 12	—0. 59
		δ Taureau	62. 40. 23	17. 1. 56				
23	13. 9. 57	Idem....	Idem.......	Idem.......	48. 14. 18	1. 18. 14	—7. 15	—1. 0
		Aldébaran	65. 56. 4	16. 4. 9				
24	13. 5. 37,7	Idem....	Idem.......	Idem.......	48. 6. 45	1. 18. 17	—7. 10	—0. 56
		δ Taureau	62. 40. 23	17. 1. 56				
25	13. 1. 19,5	Idem....	Idem.......	Idem.......	47. 59. 16	1. 18. 18	—7. 7	—1. 11

1786.	TEMPS VRAI.	ÉTOILE comparée	POSITION SUPPOSÉE DE L'ÉTOILE.		LIEU OBSERVÉ DE JUPITER.		ERREUR des TABLES.	
			Ascension dr.	Déclinaison.	Longitude.	Latitude.	En long.	En latit.
	H. M. S.		*D. M. S.*	*D. M. S.*	*D. M. S.*	*D. M. S.*	*M. S.*	*M. S.*
				Boréale.		Australe.		
Oct. 25	13. 1.19,3	Aldébaran	65.56. 4	16. 4. 9	47.59.16	1.18. 8	—7. 7	—1.11
26	12.56.57,1	*Idem*....	*Idem*.......	*Idem*.......	47.51.36	1.18. 9	—7.15	—1. 8
27	12.52.36,2	*Idem*....	*Idem*.......	*Idem*.......	47.44. 1	1.18.10	—6.57	—0.56
28	12.48.12,7	*Idem*....	*Idem*.......	*Idem*.......	47.36.10	1.18. 6	—6.59	—1. 2
29	12.43.48,0	*Idem*....	*Idem*.......	*Idem*.......	47.27.58	1.17.56	—7.23	—1. 6
Nov. 8	11.58.57,3	α Taureau	65.56. 7,1	16. 4.16	46. 7.32	1.17.16	—6.54	—1. 5
12	11.40.35,4	*Idem*....	*Idem*.......	*Idem*.......	45.35. 1	1.16.53	—6.54	—1. 2
13	11.35.58	*Idem*....	*Idem*.......	*Idem*.......	45.27.13	1.16.27	—6.35	—1.21
		γ Pégase..	0.34.40	14. 0.12				
23	10.49.13	α Taureau	65.56.10	16. 4.17	44. 9.20	1.15. 3	—6.28	—1. 7
24	10.44.39,4	*Idem*....	*Idem*.......	*Idem*.......	44. 1.58	1.14.46	—6.50	—1.13
Déc. 2	10. 3.58,7	γ Taureau	61.55.48	15. 6. 8	43. 7.36	1.13.17	—6.17	—0.59
6	9.47.35,9	*Idem*....	*Idem*.......	*Idem*.......	42.43.31	1.12.23	—6. 8	—1. 1
24	8.23.14,4	*Idem*....	61.55.49	15. 6. 7	41.29.36	1. 7.25	—5.41	—0.57
25	8.18,41	*Idem*....	*Idem*.......	*Idem*.......	41.27.15	1. 7. 0	—5.25	—1. 4
30	7.56. 4,8	*Idem*....	*Idem*.......	*Idem*.......	41.18.54	1. 5.39	—5.38	—0.53

Les circonstances favorables, dans lesquelles ont été faites les observations précédentes, procurent les résultats suivans :

Quadrature de Jupiter, le 12 Août, à........	4h 31' 10" *t. moy.*
Longitude géocentrique de Jupiter en quadrature.	49. 59. 32.
Opposition de Jupiter, le 7 Novembre, à.....	22. 13. 50 *t. vrai.*
	21. 57. 50 *t. moy.*
Longitude en opposition....................	46d 12' 7".
Latitude en opposition.....................	1. 17. 26 Aust.

On a supposé l'erreur moyenne des Tables, de 7' 0" soustractive en longitude, & de 1' 3" soustractive en latitude.

SATURNE.

CETTE Planète a parcouru, dans le courant de cette année, un arc de 9^d 28$'$ autour du Soleil, & s'est trouvée

EN CONJONCTION.	EN QUADRATURE.	EN OPPOSITION.	STATIONNAIRE.
Le 27 Janvier.	Le 6 Mai. Le 2 Novembre.	Le 5 Août.	Le 16 Octobre.

On a déterminé soixante-huit lieux de cette Planète, qui, comparés aux Tables, ont donné les résultats suivans :

1786.	TEMPS VRAI.	ÉTOILE comparée	POSITION SUPPOSÉE DE L'ÉTOILE.		LIEU OBSERVÉ DE SATURNE.		ERREUR des TABLES.	
			Ascension dr.	Déclinaison.	Longitude.	Latitude.	En long.	En latit.
	H. M. S.		D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	M. S.	M. S.
				Australe.		Australe.		
Juin. 5	16. 21. 42,3	η Ophiucus	254. 32. 46	15. 26. 51	316. 56. 49	0. 54. 2	—7. 48	—0. 29
8	16. 9. 9,5	Idem....	254. 32. 46	15. 26. 51	316. 53. 30	0. 54. 36	—7. 44	—0. 24
14	15. 43. 46,3	μ Sagitt..	270. 15. 37	21. 5. 58	316. 44. 22	0. 55. 33	—7. 47	—0. 25
28	14. 43. 37	η Ophiucus	254. 32. 48	15. 26. 51	316. 10. 55	0. 57. 35	—7. 31	—0. 33
29	14. 39. 15,8	Idem....	254. 32. 48	15. 26. 51	316. 7. 49	0. 57. 51	—8. 0	—0. 26
Juill. 1	14. 30. 36,4	δ Capric.	323. 48. 55	17. 4. 57	316. 1. 44	0. 58. 7	—7. 53	—0. 27
5	14. 13. 19,4	ο Sagitt..	282. 58. 53	″ ″ ″				
		μ Sagitt..	270. 15. 36	21. 5. 57	315. 48. 26	0. 58. 33	—8. 14	—0. 31
		δ Capric.	323. 48. 56	17. 4. 57				
6	14. 8. 58,8	Idem....	Idem.......	Idem.......	315. 45. 4	0. 58. 44	—8. 11	—0. 34
13	13. 38. 48,1	γ Capric.	322. 4. 0	″ ″ ″	315. 19. 12	0. 59. 30	—8. 1	—0. 43
		δ Caprie.	323. 48. 59	17. 4. 56				
14	13. 34. 29,7	Idem....	Idem.......	Idem.......	315. 15. 19	0. 59. 36	—8. 12	—0. 44
		γ Capric.	322. 4. 0	″ ″ ″				
16	13. 25. 57,0	Idem....	Idem.......	Idem.......	315. 7. 35	0. 59. 49	—7. 54	—0. 45
		δ Capric.	323. 48. 59	17. 4. 56				
17	13. 21. 40	Idem....	Idem.......	Idem.......	315. 3. 18	0. 59. 56	—8. 12	—0. 46
		γ Caprip.	322. 4. 0	″ ″ ″				

1786.	TEMPS VRAI.	ÉTOILE comparée	POSITION SUPPOSÉE DE L'ÉTOILE.		LIEU OBSERVÉ DE SATURNE.		ERREUR des TABLES.	
			Ascension dr.	Déclinaison.	Longitude.	Latitude.	En long.	En latit.
	H. M. S.		D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	M. S.	M. S.
				Australe.		Australe.		
Juill. 18	13.16.22,9	γ Capric.	322. 4. 0	″ ″ ″	314. 59. 16	1. 0. 9	—8. 2	—0. 41
		δ Capric.	323. 48. 59	17. 4. 56				
19	13. 13. 6,5	*Idem*....	*Idem*.......	*Idem*.......	314. 55. 15	1. 0. 16	—8. 1	—0. 40
		γ Capric.	322. 4. 0	″ ″ ″				
21	13. 4.37,2	δ Capric.	323. 48. 59	17. 4. 56	314. 47. 18	1. 0. 30	—8. 37	—0. 38
22	13. 0.20,0	*Idem*....	*Idem*.......	*Idem*.......	314. 42. 32	1. 0. 32	—8. 24	—0. 42
		γ Capric.	322. 4. 0	″ ″ ″				
27	12.39.12,8	δ Capric.	323. 48. 59	17. 4. 56	314. 21. 19	1. 1. 12	—7. 55	—0. 37
31	12.22.27	*Idem*....	*Idem*.......	*Idem*.......	314. 3. 12	1. 1. 29	—7. 16	—0. 44
Août 2	12.14. 5,4	θ Capric..	313. 29. 26	18. 3. 51	313. 54. 42	1. 1. 42	—7. 47	—0. 40
		γ Capric.	322. 4. 7	17. 36. 43				
3	12. 9.57,6	*Idem*....	*Idem*.......	*Idem*.......	313. 49. 54	1. 1. 47	—7. 40	—0. 41
5	12. 1.34	δ Capric.	323. 49. 5	17. 4. 54	313. 41. 48	1. 2. 10	—7. 15	—0. 32
6	11.57.34,5	θ Capric..	313. 29. 26	18. 3. 51	313. 36. 33	1. 2. 8	—7. 55	—0. 35
		γ Capric.	322. 4. 6	″ ″ ″				
7	11.53.27,8	*Idem*....	*Idem*.......	*Idem*.......	313. 32. 13	1. 2. 6	—7. 28	—0. 42
		δ Capric.	323. 49. 5	17. 4. 54				
8	11.49. 9,1	θ Capric..	313. 29. 26	18. 3. 52	313. 27. 37	1. 2. 4	—8. 0	—0. 49
9	11.45.16,9	*Idem*....	*Idem*.......	*Idem*.......	313. 23. 13	1. 2. 17	—7. 55	—0. 41
10	11.41.12,6	*Idem*....	*Idem*.......	*Idem*.......	313. 18. 43	1. 2. 18	—7. 36	—0. 44
11	11.36.57,2	δ Capric.	323. 49. 5	17. 4. 54	313. 14. 22	1. 2. 25	—7. 54	—0. 41
12	11.33. 4,0	θ Capric..	313. 29. 27	18. 3. 52	313. 9. 48	1. 2. 26	—7. 50	—0. 42
13	11.29. 2,1	*Idem*....	*Idem*.......	*Idem*.......	313. 5. 3	1. 2. 20	—7. 59	—0. 54
14	11.23.45,9	δ Capric.	323. 49. 5	17. 4. 54	313. 1. 4	1. 2. 30	—7. 57	—0. 48
16	11.16.56,2	*Idem*....	*Idem*.......	*Idem*.......	312. 52. 18	1. 2. 42	—8. 1	—0. 44
18	11. 8.55,3	θ Capric..	313. 29. 27	18. 3. 52	312. 43. 36	1. 2. 46	—7. 40	—0. 46
23	10.48.45	*Idem*....	*Idem*.......	*Idem*.......	312. 22. 41	1. 3. 5	—7. 41	—0. 42
24	10.45. 7,7	*Idem*....	*Idem*.......	*Idem*.......	312. 18. 36	1. 3. 3	—7. 46	—0. 37
25	10.41.12,1	*Idem*....	*Idem*.......	*Idem*.......	312. 14. 43	1. 3. 9	—7. 21	—0. 42
29	10.25.35,2	*Idem*....	*Idem*.......	*Idem*.......	311. 58. 55	1. 3. 16	—7. 25	—0. 45
30	10.21.41,6	*Idem*....	*Idem*.......	*Idem*.......	311. 54. 57	1. 3. 14	—7. 34	—0. 49
31	10.17.49,6	ι Capric..	317. 35. 40	17. 43. 48	311. 51. 22	1. 3. 15	—7. 35	—0. 50
Sept. 1	10.13.55,4	θ Capric..	313. 29. 27	18. 3. 52	311. 47. 26	1. 3. 21	—7. 58	—0. 46
4	10. 2.21,7	*Idem*....	*Idem*.......	*Idem*.......	311. 36. 52	1. 3. 34	—7. 49	—0. 34

1786.	TEMPS VRAI.	ÉTOILE comparée	POSITION SUPPOSÉE DE L'ÉTOILE.		LIEU OBSERVÉ DE SATURNE.		ERREUR des TABLES.	
			Ascension dr.	Déclinaison.	Longitude.	Latitude.	En long.	En latit.
	H. M. S.		D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	M. S.	M. S.
				Australe.		Australe.		
Sept. 4	10. 2.21,7	δ Capric.	323. 49. 8	17. 4. 54,3	311. 36. 52	1. 3. 34	−7. 49	−0. 34
5	9.58.31,3	δ Verseau	340. 50. 18	16. 56. 49	311. 33. 32	1. 3. 31	−7. 40	−0. 41
6	9.54.41,4	β Capric.	302. 15. 39	15. 26. 26	311. 30. 0	1. 3. 35	−7. 49	−0. 38
7	9.50.52,5	θ Capric..	313. 29. 27	18. 3. 52	311. 26. 45	1. 3. 31	−7. 42	−0. 44
10	9.39.27,2	Idem....	Idem.......	Idem.......	311. 17. 14	1. 3. 25	−7. 38	−0. 52
15	9.20.32,8	δ Capric.	340. 50. 18	16. 56. 49	311. 2. 34	1. 3. 39	−7. 44	−0. 40
16	9.16.47,3	θ Capric..	313. 29. 27	18. 3. 52	310. 59. 51	1. 3. 31	−7. 49	−0. 48
19	9. 5.31,4	Idem....	Idem.......	Idem.......	310. 52. 25	1. 3. 28	−7. 39	−0. 50
		δ Verseau	340. 50. 18	16. 56. 49				
21	8.58. 3,1	δ Capric.	323. 49. 7	17. 4. 54	310. 47. 41	1. 3. 31	−7. 48	−0. 46
22	8.54.19,4	δ Verseau	340. 50. 18	16. 56. 49	310. 45. 47	1. 3. 41	−7. 33	−0. 38
23	8.50.35,9	Idem....	Idem.......	Idem.......	310. 43. 46	1. 3. 36	−7. 30	−0. 40
		θ Capric..	313. 29. 27	18. 3. 52				
30	8.24.34	δ Capric.	340. 50. 18	16. 56. 49	310. 31. 26	1. 3. 24	−7. 48	−0. 47
Oct. 4	8. 9.45	θ Capric..	313. 29. 25	18. 3. 52	310. 27. 8	1. 3. 28	−7. 18	−0. 38
5	8. 6. 2,3	Idem....	Idem.......	Idem.......	310. 26. 12	1. 3. 21	−7. 17	−0. 43
13	7.36.23	δ Capric.	323. 49. 4	17. 4. 55	310. 21. 50	1. 3. 6	−7. 35	−0. 46
14	7.32.40	Idem....	Idem.......	Idem.......	310. 21. 41	1. 3. 5	−7. 41	−0. 45
16	7.25.16	β Baleine.	8. 13. 44	" " "	310. 21. 30	1. 3. 7	−8. 4	−0. 40
18	7.17.48,3	Idem....	Idem.......	Idem.......	310. 22. 51	1. 3. 9	−7. 13	−0. 34
23	6.59. 7,4	θ Capric..	313. 29. 25	18. 3. 52	310. 26. 17	1. 2. 54	−7. 1	−0. 38
24	6.55.22,1	δ Capric	323. 49. 4	17. 4. 55	310. 27. 5	1. 2. 55	−7. 13	−0. 37
25	6.51.36,6	Idem....	Idem.......	Idem.......	310. 28. 6	1. 2. 48	−7. 17	−0. 41
26	6.47.51,3	Idem....	Idem.......	Idem.......	310. 29. 25	1. 2. 50	−7. 5	−0. 37
27	6.44. 4,8	β Baleine.	8. 13. 44	" " "	310. 30. 39	1. 2. 55	−7. 1	−0. 30
28	6.39.18,9	δ Capric.	323. 49. 4	17. 4. 55	310. 32. 0	1. 2. 37	−7. 10	−0. 46
30	6.32.44,9	Idem....	Idem.......	Idem.......	310. 34. 55	1. 2. 35	−7. 19	−0. 44
Nov. 8	5.58.25	ε Capric..	313. 29. 21	18. 3. 52	310. 53. 44	1. 2. 20	−6. 55	−0. 42
12	5.42.57,4	δ Capric.	323. 49. 1	17. 4. 57	311. 4. 26	1. 2. 8	−6. 54	−0. 48
13	5.39. 3	β Baleine.	8. 14. 3	19. 9. 8	311. 7. 24	1. 2. 24	−6. 39	−0. 30
Déc. 2	4.24.49,2	δ Capric.	323. 48. 56	17. 4. 57	312. 19. 36	1. 2. 0	−6. 34	−0. 41

Les obſervations du mois d'Août, donnent encore les réſultats ſuivans :

Oppoſition de Saturne, le 5 Août, à......	14ʰ 38′ 42″ temps moy. / 14. 33. 12 temps vrai.
Longitude en oppoſition.............	313ᵈ 40′ 48″.
Latitude en oppoſition................	1. 2. 2 auſtrale.

On a ſuppoſé l'erreur moyenne des Tables, de 7′ 41″,7 ſouſtractives en longitude, & de 40″ ſouſtractives en latitude.

Le 23 Septembre, Saturne & l'Étoile θ du Capricorne ſont paſſés au Méridien dans la même ſeconde, avec une différence en déclinaiſon de 0ᵈ 31′, dont l'Étoile étoit plus boréale.

Donc conjonction de Saturne & de θ du Capricorne, le 23 Septembre, à........	8ʰ 50′ 35″,9 temps v.

Lieu de la conjonction déterminé par la comparaiſon de la Planète aux Étoiles δ du Verſeau & θ du Capricorne,

Longitude.......................	310ᵈ 43′ 46″.
Latitude........................	1. 3. 36 auſtrale.

HERSCHEL.

CETTE Planète a parcouru, dans le courant de cette année, un arc de $4^d\ 30'$ autour du Soleil, & s'est trouvée en opposition le 8 Janvier; on a déterminé dix lieux de cette Planète, qui, comparés aux Tables, ont donné les résultats suivans :

1786.	TEMPS VRAI.	ÉTOILE comparée	POSITION SUPPOSÉE DE L'ÉTOILE.		LIEU OBSERVÉ DE HERSCHEL.		ERREUR des TABLES.	
			Ascension dr.	Déclinaison.	Longitude.	Latitude.	En long.	En latit.
	H. M. S.		D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	M. S.	M. S.
				Boréale.		Boréale.		
Janv. 2	12.27.29,9	δ Gém..	106. 50. 25	" " "	109. 12. 28	0. 28. 57	—0. 17	+0. 18
12	11.41.45	*Idem*....	*Idem*.......	" " "	108. 46. 32	0. 29. 1	—0. 15	+0. 15
17	11.19.42,2	*Idem*....	*Idem*.......	" " "	108. 33. 26	0. 28. 54	—0. 22	+0. 6
19	11.10.55,2	*Idem*....	*Idem*.......	" " "	108. 28. 11	0. 28. 58	—0. 31	+0. 10
Févr. 16	9.13.28,5	*Idem*....	*Idem*.......	" " "	107. 26. 20	0. 28. 58	—0. 13	+0. 16
Mars 10	7.49. 0,5	γ Écrev..	127. 43. 27	22. 13. 34	106. 55. 44	0. 28. 23	—0. 27	—0. 3
Oct. 29	17.32.12,1	Alcyone.	53. 43. 12	23. 26. 4	115. 35. 54	0. 29. 56	—0. 15	+0. 2
Nov. 13	16.32. 2	*Idem*....	53. 43. 15	23. 26. 10	115. 31. 2	0. 30. 35	—0. 13	+0. 11
Déc. 25	13.25.43	μ Gém...	92. 31. 35	22. 36. 31	114. 20. 26	0. 31. 50	—0. 34	+0. 18
29	13. 6.57,7	γ Écrev..	127. 44. 37	" " "	114. 10. 53	0. 31. 30	—0. 19	—0. 5

Les observations du mois de Janvier, donnent encore le résultat suivant :

Opposition d'Herschel, le 8 Janvier, à... { $10^h\ 56'\ 19''$ *temps moy.*
10. 48. 46 *temps vrai.*

Longitude en opposition............. $108^d\ 56'\ 55''$.

Latitude en opposition................ 0. 29. 4 *boréale.*

On a supposé l'erreur moyenne des Tables, de 21 secondes soustractives en longitude, & de 12 secondes additives en latitude.

LA LUNE.

On a déterminé, par obſervation, cinquante-deux lieux de la Lune, qui, comparés aux Tables de Mayer, ont donné les réſultats ſuivans :

1786.	TEMPS VRAI.	ÉTOILE comparée	POSITION SUPPOSÉE DE L'ÉTOILE.		LIEU OBSERVÉ DE LA LUNE.		ERREUR des TABLES.	
			Aſcenſion dr.	Déclinaiſon.	Longitude.	Latitude.	En long.	En latit.
	H. M. S.		*D. M. S.*	*D. M. S.*	*D. M. S.*	*D. M. S.*	*M. S.*	*M. S.*
Mars 10	9. 2. 1,4	δ Écrev.	128. 8. 15	18. 55. 54 B.	124. 45. 29	0. 15. 3 A.	—0. 48	—0. 8
Avril 2	3. 15. 41,4	ε Lion...	143. 25. 43	24. 44. 56 B.	64. 3. 16	4. 9. 36 B.	—1. 4	—0. 14
3	4. 17. 54,2	*Idem*....	*Idem*.......	*Idem*.......	78. 58. 57	3. 16. 48 B.	—0. 15	—0. 40
10	10. 3. 2,8	γ Vierge.	187. 43. 31	0. 16. 37 B	171. 26. 58	3. 57. 18 A.	—0. 1	—0. 21
12	11. 24. 31	λ Vierge.	211. 54. 10	12. 22. 56 A.	195. 58. 33	4. 51. 45 A.	—0. 57	—0. 22
14	12. 53. 26,5	ε Corbeau	179. 48. 11	21. 26. 9 A.	220. 28. 46	4. 53. 1 A.	—0. 25	+0. 6
15	13. 40. 21,1	α Corbeau	179. 21. 52	23. 32. 26 A.	232. 46. 10	4. 32. 36 A.	—0. 8	+0. 7
16	14. 29. 42	*Idem*....	*Idem*.......	*Idem*.......	245. 7. 20	3. 59. 45 A.	—0. 43	+0. 7
Mai 2	4. 10. 32,9	ζ Lion...	151. 11. 54	24. 28. 30 B.	101. 40. 4	1. 18. 4 B.	+0. 7	—0. 14
10	10. 9. 36	α Balance	219. 46. 57,1	15. 8. 43 B.	204. 12. 46	5. 1. 59 A.	—0. 47	—0. 7
		δ Corbeau	184. 43. 9	15. 19. 36 B.				
14	13. 20. 44,7	α Corbeau	179. 21. 50	23. 32. 29 A.	253. 40. 42	3. 22. 27 A.	+1. 2	+0. 25
15	14. 12. 54,8	φ Sagitt..	278. 5. 15	27. 11. 32 A.	266. 17. 45	2. 27. 30 A.	+0. 17	—0. 18
Juin 1	4. 35. 33,1	α *Ophiucus*	261. 15. 52	12. 43. 48 B.	136. 57. 36	1. 58. 45 A.	—1. 21	—0. 25
3	6. 2. 57,8	γ *Ophiucus*	264. 18. 35	2. 48. 8 B.	162. 54. 2	3. 51. 56 A.	—1. 1	—0. 36
		β *Ophiucus*	263. 14. 27	4. 40. 7 B.				
4	6. 43. 42	δ *Ophiucus*	240. 48. 8	3. 7. 53 A.	175. 24. 28	4. 31. 7 A.	—0. 45	—0. 21
5	7. 24. 0	β Balance	226. 23. 42	8. 35. 6 A.	187. 43. 51	4. 56. 43 A.	—0. 53	—0. 32
6	8. 4 54,8	γ Balance	230. 54. 38	14. 4. 1 A.	199. 57. 42	5. 8. 44 A.	—0. 54	—0. 31
		α Balance	219. 46. 59	15. 8. 43 A.				
8	9. 32. 31,9	μ Sagitt..	270. 15. 37	21. 5. 58 A.	224. 27. 27	4. 50. 54 A.	—0. 38	—0. 8
9	10. 20. 8,2	*Antarès*..	244. 5. 52	25. 56. 31 A.	236. 50. 13	4. 20. 59 A.	—0. 45	—0. 10
		σ Scorp..	242. 4. 16	25. 3. 52 A.				
10	11. 10. 19,7	*Antarès*..	244. 5. 52	25. 56. 31 A.	249. 21. 22	3. 38. 12 A.	—0. 49	—0. 10
		σ Scorp..	242. 4. 16	25. 3. 52 A.				
14	14. 40. 25,3	μ Sagitt..	270. 15. 37	21. 5. 58 A.	301. 15. 13	0. 40. 40 B.	—0. 47	—0. 14
Juill. 1	4. 33. 37,4	α Verſeau	328. 42. 40	1. 20. 54 A.	170. 18. 58	4. 23. 57 A.	—1. 41	—0. 34

1786.	TEMPS VRAI.	ÉTOILE comparée	POSITION SUPPOSÉE DE L'ÉTOILE.		LIEU OBSERVÉ DE LA LUNE.		ERREUR des TABLES.	
			Ascension dr.	Déclinaison.	Longitude.	Latitude.	En long.	En latit.
	H. M. S.		D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	M. S.	M. S.
Juillet 3	5.55.37,2	*ζ Ophiucus*	246. 21. 53	10. 7. 17 A.	195. 15. 17	5. 12. 48 A.	—1. 7	—0. 9
5	7.21.46,3	π Sagitt..	284. 16. 34	21. 20. 48	219. 46. 20	5. 4. 42	—1. 1	—0. 48
		ο Sagitt...	282. 58. 53	22. 2. 17				
6	8. 8.18,3	*Idem....*	*Idem.......*	24. 2. 17	232. 4. 39	4. 37. 49	—1. 5	—0. 29
		θ Ophiucus	257. 14. 22	24. 46. 9				
7	8.57.36	Antarès..	244. 5. 59	25. 56. 32	244. 31. 54	3. 59. 4 A.	+0. 36	—0. 36
		π Scorp..	236. 30. 9	25. 29. 12,3				
		θ Ophiucus	257. 14. 22	24. 46. 10				
14	14.56.44,0	β Verseau	220. 5. 21	6. 29. 54	338. 7. 8	3. 42. 9 B.	+0. 41	—0. 12
		λ Verseau.	340. 22. 40	8. 42. 28 A				
18	18.15. 9,6	α Flèche.	292. 38. 47	17. 32. 11 B.	36. 15. 18	5. 9. 38	+0. 12	+0. 12
19	19.11.49,8	*Arcturus.*	211. 28. 58	20. 18. 5 B.	51. 6. 26	4. 41. 32 B.	—0. 9	—0. 16
Août 2	5.59.43,6	π Sagitt..	284. 16. 37	21. 20. 47 A.	227. 3. 49	4. 49. 29 A.	—1. 9	—0. 2
3	6.47.56,0	*θ Ophiucus*	257. 14. 21	24. 46. 9	239. 23. 16	4. 15. 39	—0. 55	—0. 17
7	10.17.34,3	ο Sagitt..	282. 58. 55	22. 2. 16	290. 51. 25	0. 14. 42	—0. 24	—0. 17
		π Sagitt..	284. 16. 37	21. 20. 47				
8	11. 9.46,6	θ Capric..	313. 29. 26	18. 3. 45	304. 30. 49	1. 0. 26 A.	—0. 8	+0. 8
		i Capric..	317. 35. 39	17. 43. 35				
9	12. 0.13	α Capric.	301. 33. 35	13. 11. 33	318. 31. 28	2. 12. 54 B.	—1. 17	+0. 5
10	12.52. 0,4	λ Verseau.	340. 22. 49	8. 42. 24	322. 49. 7	3. 19. 0	—0. 7	—0. 2
		β Verseau	320. 5. 26	6. 29. 51				
11	13.40.45,8	α Verseau.	328. 42. 53	1. 20. 46 A.	347. 22. 28	4. 13. 36	—0. 20	+0. 25
14	16.12.54,5	α Dauph.	307. 26. 23	15. 10. 23 B.	31. 48. 5	5. 9. 32	+0. 37	—0. 2
Sept. 4	9. 4.12,4	π Sagitt..	284. 16. 33	21. 20. 48 A.	298. 5. 44	0. 29. 42	—1. 33	—0. 12
5	9.55.31,8	β Capric.	302. 15. 39	15. 26. 26	311. 52. 44	1. 41. 58	—0. 40	—0. 9
		δ Verseau	340. 50. 18	16. 56. 49				
6	10.45.57	λ Verseau	340. 22. 52	8. 42. 23 A.	326. 7. 35	2. 50. 29	+0. 11	+0. 22
9	13.20. 0	β Aigle..	296. 12. 58	″ ″ ″	11. 1. 38	4. 59. 35	—0. 21	+0. 1
11	15.10.27,7	α Bélier..	28. 48. 12	″ ″ ″	41. 38. 12	4. 47. 24	+0. 19	+0. 2
15	19.10.39	β Pégase.	343. 22. 8,5	26. 55. 53 B.	100. 24. 54	1. 0. 14 B.	—0. 4	—0. 10
Oct. 14	19. 2.59	γ Dauph.	309. 11. 58	″ ″ ″	123. 52. 30	1. 18. 44 A.	+0. 7	+0. 22
27	4.10.15,4	*l* Éridan..	56. 10. 13	″ ″ ″	274. 31. 58	1. 5. 58 A.	—0. 19	—0. 12
28	5. 0.21	*Idem....*	*Idem.......*	″ ″ ″	287. 3. 42	0. 0. 1 B.	—1. 16	—0. 1
30	6.37.33,6	δ Capric.	323. 49. 3	17. 4. 56	312. 59. 35	2. 13. 16 B.	—1. 21	—0. 8

1786.	TEMPS VRAI.	ÉTOILE comparée	POSITION SUPPOSÉE DE L'ÉTOILE. Ascension dr.	Déclinaison.	LIEU OBSERVÉ DE LA LUNE. Longitude.	Latitude.	ERREUR des TABLES. En long.	En latit.
	H. M. S.		D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	M. S.	M. S.
Nov. 8	15. 0.58	Alcyone.	53. 43. 15	23. 26. 10 B.	89. 25. 45	1. 28. 22 B.	+ 0. 2	+ 0. 40
12	18.35.43	β P. Chien	108. 54. 20	8. 42. 29	146. 12. 36	3. 17. 59 A.	— 0. 7	— 0. 13
Déc. 2	9.20.55,7	α Taureau	65. 56. 16	16. 4. 17	33. 32. 20	4. 55. 19	— 0. 42	+ 0. 13
		γ Taureau	61. 55. 48	15. 6. 8				
24	3. 1.41,7	γ Éridan.	57. 2. 10	" " "	317. 29. 53	2. 54. 6	+ 0. 10	+ 0. 33
		ε Baleine.	37. 19. 34	12. 46. 55 A				
30	7.49.59,8	β Bélier..	25. 43. 45	19. 45. 56 B.	41. 57. 49	4. 41. 7	— 0. 37	— 0. 30

On a calculé les mêmes lieux de la Lune avec les nouvelles Tables d'Euler, publiées par M. Jeaurat, & l'on a trouvé

MOIS & JOURS.		TABLES D'EULER. ERREURS En longitude.	En latitude.	MOIS & JOURS.		TABLES D'EULER. ERREURS En longitude.	En latitude.
		M. S.	M. S.			M. S.	M. S.
Mars..	10	+ 1. 15	+ 0. 18	Mai..	15	— 0. 24	— 0. 5
Avril..	2	— 0. 10	— 0. 11	Juin..	1	— 0. 52	— 0. 42
	3	+ 0. 6	— 0. 4		3	— 0. 35	— 0. 17
	10	+ 0. 38	+ 0. 18		4	— 0. 49	— 0. 31
	12	— 0. 35	— 0. 10		5	+ 0. 15	— 0. 38
	14	— 0. 48	+ 0. 6		6	— 1. 10	— 0. 25
	15	— 0. 22	— 0. 2		8	— 0. 48	— 0. 22
	16	— 1. 1	+ 0. 6		9	— 0. 7	+ 0. 15
Mai..	2	+ 0. 47	+ 0. 3		10	— 1. 27	— 0. 36
	10	— 0. 47	+ 0. 2		14	— 0. 25	— 0. 26
	14	+ 0. 21	+ 0. 13	Juillet.	1	— 1. 15	— 0. 33

MOIS & JOURS.	TABLES D'EULER. ERREURS		MOIS & JOURS.	TABLES D'EULER. ERREURS	
	En longitude.	En latitude.		En longitude.	En latitude.
	M. S.	M. S.		M. S.	M. S.
Juillet.. 3	− 0. 33	− 0. 7	Septemb. 4	− 1. 12	+ 0. 33
5	− 0. 55	+ 0. 6	5	− 1. 14	− 0. 5
6	− 1. 32	− 0. 33	6	− 0. 17	− 0. 4
7	− 1. 30	− 0. 48	9	+ 0. 2	
14	− 0. 24	− 0. 49	11	− 0. 7	− 0. 3
18	− 0. 15	− 0. 12	15	− 0. 56	+ 0. 7
19	− 0. 43	− 0. 21	Octob. 14	+ 0. 12	+ 0. 28
Août.. 2	− 0. 48		27	+ 0. 26	+ 0. 32
3	+ 1. 9	− 0. 12	28	− 0. 56	+ 0. 22
7	− 1. 17	+ 0. 4	30	− 0. 41	− 0. 21
8	− 1. 11	+ 0. 15	Novemb. 8	+ 0. 20	− 0. 5
9	− 0. 52	− 0. 11	12	+ 0. 20	− 0. 5
10	− 0. 54	− 0. 14	Décemb. 2	− 0. 39	− 0. 14
11	− 0. 19	+ 0. 17	24	− 0. 15	+ 0. 7
14	− 0. 41	− 0. 15	30	− 0. 40	− 0. 31

Occultations d'Étoiles par la Lune.

ÉTOILES ÉCLIPSÉES.	JOURS.	TEMPS VRAI.	
θ du Bélier........	4 Février...	$9^h\ 11'\ 47''.9$	Immerſion.
* du Taureau......	2 Avril.....	9. 30. 2	Immerſion.
118.e du Taureau...	3 Avril.....	8. 11. 1,9	Immerſion.
* du Taureau......	*Idem*......	9. 0. 2,6	Immerſion.
125.e du Taureau...	*Idem*......	11. 2. 50,1	Immerſion.
43.e du Lion......	2 Juin......	10. 4. 25,7	Immerſion.
* du Capricorne....	30 Octobre..	6. 50. 29,2	Immerſion.
Idem............	*Idem*.........	6. 56. 54,2	Immerſion.
π du Lion........	12 Novembre.	17. 20. 12,7	Immerſion.
λ du Capricorne....	24 Décembre.	5. 33. 12,9	Immerſion.

Éclipses des Satellites de Jupiter.

PREMIER SATELLITE.

MOIS & JOURS.		TEMPS VRAI.		CIRCONSTANCES.
Janvier	3	8h 25′ 1″,7	Émersion.....	beaucoup de vapeurs.
	19	6. 40. 8,3	Émersion.....	assez beau temps.
Septemb.	4	12. 24. 40,8	Immersion....	ciel assez favorable.
	11	14. 20. 26,8	Immersion....	observation douteuse.
	20	10. 45. 58,5	Immersion....	beau temps.
Octob.	11	16. 33. 43	Immersion....	beau temps
	13	11. 3. 2	Immersion....	quelques vapeurs.
	22	7. 27. 3	Immersion....	beaucoup de vapeurs.
	27	14. 53. 10	Immersion....	beau temps.
	29	9. 20. 10	Immersiou....	vapeurs.
Nov..	12	15. 18. 33	Émersion.....	quelques vapeurs.
	28	13. 31. 42	Émersion.....	assez beau temps
Déc..	14	11. 43. 14	Émersion.....	quelques vapeurs.
	23	8. 5. 31	Émersion.....	beaucoup de vapeurs.
	30	9. 54. 57,4	Émersion.....	quelques vapeurs.

DEUXIÈME SATELLITE.

Janvier.	2	6h 6′ 15″,0	Emersion.....	beaucoup de vapeurs.
Août..	10	12. 13. 0	Immersion...	temps peu favorable.
		14. 41. 7	Émersion.....	temps assez favorable.
Septemb.	4	9. 28. 11,6	Immersion...	beaucoup de vapeurs.
	11	12. 8. 25,7	Immersion...	temps peu favorable.
Octob.	13	12. 6. 53	Immersion...	quelques vapeurs.
Nov...	25	6. 21. 11	Émersion....	beaucoup de vapeurs.
Décemb.	2	8. 54. 25	Émersion....	beau temps.

TROISIÈME SATELLITE.

Octob.	22	13h 56′ 20″	Immersion...	légères vapeurs.
	29	17. 55. 42	Immersion...	assez beau temps.
Décemb.	4	13. 54. 19	Immersion...	quelques vapeurs.
		15. 31. 51	Émersion....	assez beau temps.

COMÈTES.

Le 17 Janvier, M. Méchain a découvert à l'Obſervatoire royal, une Comète dans la conſtellation du Verſeau; comme elle étoit prête de ſe coucher, il ne put en faire ce jour-là qu'une ſeule obſervation; on l'obſerva encore le 19, mais les jours ſuivans le mauvais temps ayant interrompu les obſervations, & la Comète s'étant de plus en plus rapprochée du Soleil, on ne la revit plus.

Cette Comète étoit aſſez brillante, ſans cependant être apparente à la vûe ſimple, on lui ſoupçonnoit une légère apparence de queue.

Le 1.er Août, une ſeconde Comète a été découverte en Angleterre, par Miſſ. Herſchel; elle étoit alors proche des étoiles ξ & ν de la patte de la grande Ourſe. Sur l'avis qui nous en fut donné le 12, par M. Meſſier qui l'avoit trouvée dans la chevelure de Bérénice, nous commençames à l'obſerver le 13 & jours ſuivans, juſque vers la fin de Septembre. Cette Comète n'avoit point de queue, mais une chevelure qui la rendoit parfaitement ſemblable à une nébuleuſe, tellement que le 19 Août, à $8^h\ 19'$ du ſoir, s'étant trouvée en conjonction avec la nébuleuſe placée entre la queue & les pattes des Chiens de chaſſe, & n'étant diſtantes entr'elles que de 6 minutes & demi, on les prenoit facilement l'une pour l'autre.

Voici les élémens de cette Comète, tels que M. Méchain les a établis d'après ſes obſervations, faites depuis le 13 Août juſqu'au 23 Octobre.

Lieu du nœud aſcendant..................	$6^s\ 14^d\ 22'\ 40''$.
Inclinaiſon de l'orbite.................	50. 54. 28.
Lieu du périhélie...................	5. 9. 25. 36.
Paſſage au périhélie, le 7 Juillet, à........	$22^h\ 0'\ 12''$ *temps moy.*
Logarithme de la diſtance périhélie........	9,612889.
Sens du mouvement..............	Direct.

Nous attendrons, pour donner les réſultats de nos obſervations de cette Comète, que nous ayons pu vérifier la poſition mal déterminée d'un grand nombre d'Étoiles auxquelles nous l'avons comparée.

TABLE de la Déclinaiſon de pluſieurs Étoiles, déduite de leur hauteur méridienne, obſervée au quart-de-cercle mobile de 6 pieds, en 1786.

MOIS & JOURS.	ÉTOILES.	NOMBRE des OBSERVATIONS.	HAUTEUR OBSERVÉE.			DÉCLINAISON MOYENNE au 1.er Janvier 1786.		
			D.	M.	S.	D.	M.	S.
Avril. . . 19	*Arcturus* *.	5	61.	28.	8,3			
Mai. . . . 16	*Idem*.	4	"	"	12,6	20.	18.	13 A.
Juillet. . 20	*Idem*.	6	"	"	23,6			
Mai. . . . 29	Antarès *.	3	15.	16.	33,4	25.	56.	32 A.
Juillet. . 10	*Idem*.	3	"	"	34,7			
Octobre. 26	Aldebaran. . . .	8	57.	14.	28,0	16.	3.	47 B.
Juillet. . . 3	α Verſeau.	2	39.	49.	59,3	1.	21.	9 A.
Août. . . 12	*Idem*.	2	"	50.	7,4			
Juin. . . 16	α d'Hercule. . . .	4	55.	49.	3,8	14.	38.	47 B.
Août. . . . 10	*Idem*.	2	"	"	14,8			
Juillet. . 24	α Flèche *.	7	58.	42.	36			
Août. . . 3	*Idem*.	3	"	"	36,7	17.	32.	4 B.
Septemb. 12	*Idem*.	4	"	"	39,6			
Avril. . . 20	α Corbeau.	4	17.	40.	22,7	23.	32.	2 A.
Mai. . . . 13	*Idem*.	2	"	"	22,7			
Mai. . . . 13	α Balance *. . . .	3	26.	2.	54,5	15.	8.	33 A.
Août. . . 9	α Dauphin. . . .	9	56.	20.	43,2	15.	10.	14 B.
Mai. . . . 15	α Couronne *. .	4	68.	36.	38	27.	26.	43 B.
Juin. . . 3	α *Ophiucus*. . . .	9	53.	54.	1,9	12.	43.	41 B.
Avril. . . 23	α Vierge *. . . .	4	31.	8.	43,8	10.	2.	19 A.
Mai. . . . 13	β Vierge.	2	44.	8.	42,6	2.	58.	13 B.
Août. . . 4	β l'Aigle.	2	47.	3.	54,7	5.	53.	2 B.
Septemb. 8	*Idem*.	3	"	"	55,4			
Mai. . . . 16	β Corbeau. . . .	3	18.	59.	29,3	22.	12.	38 A.
Juillet. . 19	β Dauphin. . . .	4	55.	2.	18,7	13.	51.	42 B.

Suite de la *Table de la Déclinaison*, &c.

MOIS & JOURS.	ÉTOILES.	NOMBRE des OBSERVATIONS	HAUTEUR OBSERVÉE.	DÉCLINAISON MOYENNE au 1.er Janvier 1786.
			D. M. S.	D. M. S.
Octobre. 20	β Baleine.....	4	22. 2. 52,7	19. 9. 49 A.
Avril... 21	β Lion *.....	3	56. 56. 13,3	15. 46. 5 B.
Mai.... 2	*Idem*.........	2	" " 16,1	
Mai.... 31	β Hercule *...	7	63. 8. 4,9	
Juin.... 29	*Idem*.........	6	" " 10,4	21. 58. 0 B.
Juillet.. 17	*Idem*.........	3	" " 14,9	
Août... 10	β Capricorne...	3	25. 45. 22,6	15. 26. 34 A.
Juillet.. 5	β Serpent *....	10	57. 16. 23,1	16. 6. 5 B.
Juin.... 6	β *Ophiucus* *...	4	45. 50. 53,8	4. 40. 18 B.
Août.... 12	*Idem*.........	2	" 51. 52,2	
Juillet.. 15	β Verseau.....	2	34. 41. 10,7	6. 30. 11,0 A.
Août... 12	*Idem*.........	4	" " 16,0	
Juillet.. 12	γ Capricorne...	8	23. 35. 10,9	17. 37. 2,5 A.
Août.... 5	*Idem*.........	5	" " 11,6	
Mai.... 2	γ Lion.......	3	62. 5. 12,2	20. 55. 2 B.
Juillet... 22	γ Dauphin....	5	56. 22. 23,1	
Août.... 16	*Idem*.........	8	" " 24,9	15. 21. 44 B.
Octobre. 10	*Idem*.........	4	" " 31,2	
Avril.... 11	γ Vierge.....	2	40. 54. 19,3	0. 16. 22 A.
Mai..... 1	*Idem*.........	2	" " 9,0	
Juin... 4	γ Balance.....	5	27. 7. 35,0	14. 3. 47 A.
Juin... 6	γ *Ophiucus* *...	4	43. 58. 50,6	2. 48. 11 B.
Octobre. 25	γ Éridan.....	4	27. 4. 27,2	14. 7. 40 A.
Mai.... 30	γ Serpent.....	5	57. 32. 27,2	16. 22. 15 B.
Juillet.. 8	*Idem*.........	8	" " 32,0	
Juin.... 23	γ d'Hercule *..	2	60. 50. 10,8	19. 40. 0 B.
Juillet.. 25	*Idem*.........	3	" " 17,8	

Suite de la *Table de la Déclinaison, &c.*

MOIS & JOURS.		ÉTOILES.	NOMBRE des OBSERVATIONS	HAUTEUR OBSERVÉE.	DÉCLINAISON MOYENNE au 1.er Janvier 1786.	
				D. M. S.	D. M. S.	
Janvier. .	9	δ Gemeaux *. .	4	63. 31. 53,6	22. 21. 37	B.
Février. .	11	*Idem*.	2	" " 51,3		
Octobre.	26	δ¹ Taureau.	6	58. 12. 10,7	17. 1. 29	B.
Juillet. . .	28	δ Aigle.	2	43. 53. 3,6	2. 42. 9	B.
Septemb.	18	*Idem*.	2	" " 6,1		
Septemb.	19	δ Verseau.	4	24. 15. 4,3	16. 57. 18	A.
Avril. . .	27	δ Corbeau. . . .	3	25. 51. 59,2	15. 19. 31	A.
Juin. . .	3	δ Hercule.	10	66. 16. 11,4	25. 6. 9	B.
Juill. . .	21	δ Capricorne. . .	8	24. 6. 54,4		
Août. . .	9	*Idem*.	9	" " 54,1	17. 5. 22	A.
Octobre.	21	*Idem*.	8	" " 54,1		
Mai. . . .	1	δ Vierge.	2	45. 44. 13,6	4. 33. 48	B.
Octobre.	22	δ Éridan.	6	30. 41. 57,3	10. 29. 54	A.
Juin. . . .	5	δ *Ophiucus*.	3	38. 2. 55,3	3. 7. 52	B.
Avril. . . .	15	ε Lion.	6	65. 55. 9,3	24. 45. 4	B.
Avril. . .	22	ε Vierge *.	4	57. 16. 52,9	12. 6. 41	B.
Août. . .	25	ε Dauphin.	2	51. 45. 55,3	10. 35. 4	B.
Septemb.	22	*Idem*.	2	" " ,8		
Avril. . .	22	ε Corbeau.	4	19. 46. 16,6	21. 25. 51	A.
Juin. . . .	8	ζ Hercule.	2	73. 9. 55,1	32. 0. 2	B.
Juillet. .	5	ζ *Ophiucus*.	3	31. 4. 4,8	10. 7. 9	A.
Avril. . . .	30	ζ Bouvier.	3	55. 49. 25,9	14. 39. 17	B.
Juin. . . .	3	*Idem*.	"	" " 29,5		
Avril. . . .	29	η Lion.	2	58. 58. 10,2	17. 47. 58	B.
Septemb.	21	η Antinoüs. . . .	2	41. 39. 17,2	9. 28. 14	B.

Suite de la *Table de la Déclinaison, &c.*

MOIS & JOURS.	ÉTOILES.	NOMBRE des OBSERVATIONS	HAUTEUR OBSERVÉE.	DÉCLINAISON MOYENNE au 1.er Janvier 1786.
			D. M. S.	D. M. S.
Juin.... 15	η *Ophiucus*....	10	25. 44. 57,9	15. 26. 39 A.
Juin.... 5	η grande Ourse.	3	91. 32. 56,0	50. 23. 16 B.
Mars... 25	ι grande Ourse..	2	90. 2. 4,3	48. 52. 16 B.
Août.... 7	ι Capricorne....	9	23. 28. 12,1	17. 43. 27 A.
Août.... 11	λ Verseau.....	2	32. 28. 54	8. 42. 48
Septemb. 5	*Idem*.........	2	" " 55,3	
Octobre. 17	*Idem*.........	2	" " 54,8	
Mars... 26	μ Lion.......	3	68. 10. 32,1	27. 0. 29 B.
Juin.... 11	μ Sagittaire *...	2	20. 6. 31,7	21. 5. 42 A.
Juillet.. 8	*Idem*.........	2	" " 34,9	
Juillet.. 7	ο Sagittaire.....	5	19. 10. 13	22. 2. 24 A.
Août.... 4	*Idem*.........	3	" " 17,2	
Juin.... 5	π Scorpion....	4	15. 43. 52,1	25. 29. 1 A.
Juillet.. 8	π Sagittaire....	4	19. 51. 34,2	21. 20. 51 A.
Août.... 5	*Idem*.........	3	" " 38,3	
Mai.... 29	σ Scorpion....	2	16. 9. 2,5	25. 3. 54 A.
Juin.... 6	*Idem*.........	3	" 8. 56,6	
Juin.... 1	θ Vierge......	6	36. 47. 14,1	4. 23. 32 A.
Juillet.. 21	θ Antinoüs....	2	39. 44. 32	1. 26. 31 A.
Avril... 29	θ Lion........	3	57. 45. 53,5	16. 35. 43 B.
Août.... 8	θ Capricorne...	8	23. 8. 1,6	18. 4. 17 A.
Août... 23	*Idem*.........	6	" " 1,5	

Suite de la *Table de la Déclinaison, &c.*

MOIS & JOURS.		ÉTOILES.	NOMBRE des OBSERVATIONS	HAUTEUR OBSERVÉE.	DÉCLINAISON MOYENNE au 1.er Janvier 1786.
				D. M. S.	D. M. S.
Septemb.	5	θ Capricorne....	4	23. 7. 59,2	18. 4. 17 A.
Juillet...	6	θ *Ophiucus*....	2	16. 26. 44,2	24. 46. 6 A.
Août...	5	*Idem*.........	2	" " 46,4	
Août....	9	θ Serpent......	3	45. 7. 12,2	3. 56. 22 B.

Parmi les Étoiles que renferme cette Table, on en trouvera seize qui avoient été également déterminées en 1785; on les a marquées d'un astérique. Dix de ces Étoiles offrent dans les résultats des deux années, l'accord le plus parfait; les autres ne différeroient entr'elles que de 6 à 8 secondes si l'on eût employé à leur réduction, en 1785, les mêmes élémens & les mêmes Tables que cette année, où nous avons répété deux fois le calcul avec le plus grand soin.

Nous avons employé cette année, à la réduction de la position moyenne des Étoiles, les Tables d'aberration & de nutation de Mezger, qui sont infiniment plus exactes que celles de la *Connoissance des Temps de 1781*, dont nous avions fait usage en 1785.



SUPPLÉMENT.

EXTRAIT

DES

PRINCIPALES OBSERVATIONS,

FAITES DEPUIS 1777 JUSQU'EN 1785.

J'AI pensé qu'il pourroit être intéressant de rapporter ici un extrait succinct des observations faites depuis l'année 1777, époque où, me trouvant chargé seul à l'Observatoire, des opérations astronomiques, je m'occupai, plus particulièrement que je ne l'avois encore fait, de réparer & d'augmenter les instrumens, de multiplier les observations, & en établissant un nouvel ordre, d'adopter & de suivre un plan général que les secours reçus successivement depuis, m'ont mis en état d'étendre & de perfectionner. Cet extrait joint à ce que j'ai publié précédemment, complètera un intervalle de dix années; il ne contiendra, à la vérité, que les derniers résultats des principales observations; je n'aurois pu l'étendre davantage, sans passer les bornes qui m'ont été prescrites, j'espère qu'il n'en sera pas moins agréable aux Astronomes; je me propose d'ajouter ainsi de temps en temps à l'extrait de chaque année, un précis des observations les plus importantes qui ont été faites à l'Observatoire dans les années antérieures, depuis son établissement, une partie de ces observations n'a été ni publiée, ni calculée, l'autre se trouve éparse dans un petit nombre d'ouvrages.

§. I.er *Éclipses de Soleil.*

De six Éclipses de Soleil qui ont eu lieu pour Paris, dans l'intervalle de dix années, compris depuis 1777 jusqu'en 1787, on n'a observé que les suivantes;

Le 24 Juin 1778, Temps peu favorable, on ne put obtenir que les résultats suivans :			*Le 3 Juin 1779,* Le temps n'a été favorable que vers la fin de l'Éclipse.		
TEMPS VRAI.	DISTANCE DES CORNES.	GRAND.R DE L'ÉCLIPSE	TEMPS VRAI.	DISTANCE DES CORNES.	GRAND.R DE L'ÉCLIPSE
3h 55′ 19″,7	0d 7′ 40″.	0d 0′ 54″.	20h 9′ 1″,5	0d 19′ 44″	0d 7′ 12″
4. 8. 35,5	18. 27.	5. 44.	20. 36. 41,3	11. 30.	2. 6.
4. 22. 59,8	25. 5.	11. 53.	20. 38. 48	9. 42.	1. 29.
			Fin de l'Éclipse, à.... 20h 44′ 10″,2.		
Vers le commencement de l'Éclipse, la corne occidentale paroissoit arrondie.			Vers la fin de l'Éclipse, le bord de la Lune, proche la corne orientale, étoit très-raboteux.		

Le 16 Octobre 1781, Le mauvais temps empêche d'observer le commencement de l'Éclipse.					
TEMPS VRAI.	DISTANCE DES CORN.	GRAND.R DE L'ÉCLIPSE	TEMPS VRAI.	DISTANCE DES CORN.	GRAND.R DE L'ÉCLIPSE
19h 20′ 50″	21′ 42″,1	8′ 10″	20h 0′ 29″	24′ 21″	10′ 45″
19. 23. 53	22. 41,7	9. 5	20. 2. 8	23. 49	10. 11
19. 25. 19	23. 9,2	9. 33	20. 5. 49	22. 26	8. 50
19. 27. 23	23. 24,7	9. 47	20. 9. 59	21. 55	8. 21
19. 31. 20	24. 30	10. 57	20. 14. 48	20. 6,2	6. 51
19. 35. 33	24. 51	11. 19	20. 20. 27	17. 16,1	4. 53,5
19. 38. 34	25. 5,5	11. 38	20. 22. 26	16. 10,7	4. 14
19. 43. 42	25. 36,5	12. 14	20. 24. 58	14. 9,2	3. 12
19. 44. 34,8	25. 40	12. 19,5	20. 25. 51	13. 30	2. 54
19. 45. 1	25. 34	12. 11	20. 27. 23	12. 6	2. 18
19 54. 52	25. 7	11. 37	20. 29. 18	9. 52,2	1. 30
19. 56. 13	24. 54	11. 24	20. 31. 8	6. 59,2	0. 45
Fin de l'Éclipse, à............................ 8h 33′ 2″,5.					

§. II. *Éclipses de Lune.*

De sept Éclipses de Lune qui ont eu lieu pour Paris, depuis 1777 jusqu'en 1787, on n'a pu observer que les suivantes :

Le 3 Décembre 1778,

Vers le milieu de l'Éclipse, le mauvais temps a interrompu les observations.

TEMPS VRAI.			
16h	34′	36″	L'Éclipse paroît commencée.
16.	45.	52.	L'ombre à *Héraclidès.*
16.	47.	16.	*Héraclidès* tout-à-fait dans l'omb.
17.	6.	3.	*Galilée* tout-à-fait dans l'ombre.
17.	9.	8.	L'ombre touche *Copernic.*
17.	13.	13.	*Copernic* tout-à-fait dans l'omb.
17.	14.	39.	L'ombre à *Manilius.*
17.	33.	32.	*Mare crisium* t.-à-f. dans l'omb.
17.	38.	49.	*Galilée* hors de l'ombre.
17.	50.	59.	*Képler* hors de l'ombre.

Le 29 Mai 1779,

La Lune s'étant plongée dans les vapeurs de l'horizon vers le milieu de l'Éclipse, on n'a pu voir que le commencement.

TEMPS VRAI.			
15h	12′	31″	Commencement de l'Éclipse.
15.	15.	51.	*Grimaldi* tout-à-fait dans l'omb.
15.	20.	1.	*Galilée* tout-à-fait dans l'ombre.
15.	28.	11.	L'ombre au centre de *Képler.*
15.	32.	26.	*Aristarque* tout-à-fait dans l'omb
15.	35.	30.	L'ombre au centre de *Copernic.*
15.	35.	51.	Partie éclairée.. 0d 18′ 0″.
15.	46.	31.	Partie éclairée.. 0. 11. 34

Le 18 Mars 1783,

Le temps a été très-favorable pour l'observation de cette Éclipse totale.

TEMPS VRAI.							
7h	42′	29″	Comm.t	8h	41′	32″	Im. tot.
11.	23.	29.	Fin.	10.	21.	15.	Émers.

		IMMERSION.	ÉMERSION.
Centre	*Grimaldi*...	7h 44′ 47″	10h 26′ 25″
	Copernic...	8. 3. 32	10. 47. 43
	Tycho....	8. 9. 24	10. 45. 25
	Plato....	8. 14. 49	10. 52. 27
	Manilius..	8. 18. 51	11. 2. 2
	Menelaüs..	8. 22. 11	11. 4. 49

Le 10 Septembre 1783,

Temps très-fav. l'Éclipse a été totale.

TEMPS VRAI.							
9h	57′	9″	Comm.t	10h	54′	57″	Im. tot.
13.	33.	11.	Fin.	12.	33.	18.	Émers.

		IMMERSION.	ÉMERSION.
Centre	*Tycho*...	10h 26′ 19″	12h 58′ 16″
	Copernic..	10. 11. 39	" " "
Bord..	*Manilius*.	10. 32. 43	13. 8. 11
	Grimaldus	" " "	12. 36. 56
	Aristarchus	" " "	12. 42. 51
	Menelaüs	" " "	13. 10. 46

Le 6 Mars 1784,

Au commencement de l'Éclipse, la Lune étoit dans un bandeau de nuages blanchâtres; & vers le milieu, ils ont entièrement interrompu l'observation.

14h	24′	49″	L'Éclipse est commencée.
14.	43.	44.	*Aristarchus* tout-à-fait dans l'ombre.
14.	48.	4.	*Plato* tout-à-fait dans l'ombre.
15.	23.	9.	L'ombre touche *Copernic.*
16.	46.	0.	Fin de l'Éclipse.

Le bord éclipsé ayant toujours été visible, on a pris les mesures suivantes :

TEMPS VRAI	Grandeur de la partie éclipsée
14h 41′ 34″	0d 6′ 13″.
14. 49. 54	0. 7. 28.
14. 56. 49	0. 9. 58.
15. 8. 29	0. 12. 27.
15. 18. 47	0. 13. 5.
15. 32. 9	0. 14. 20.

§. III. *Équinoxes.*

ANNÉES.	HAUT. OBSERVÉE du bord supérieur du SOLEIL.	DÉCLINAIS. du centre du SOLEIL.	HEURE de L'ÉQUINOXE.	INTERVALLE d'un ÉQUINOXE à l'autre.	ANNÉE.
	D. M. S.	D. M. S.	H. M. S.	J. H. M. S.	J. H. M. S.
1777.	21 Sept. 41. 55. 45,4	0. 29. 0,3 B.	22 Sept. 5. 42. 23		
1778.	19 Mars 40. 30. 37,5	0. 24. 6,0 A.	20 Mars 0. 25. 20	178. 18. 42. 57	365. 6. 5. 38
1778.	23 Sept. 41. 14. 52,0	0. 11. 54,7 A.	22 Sept. 11. 48. 1	186. 11. 22. 41	365. 6. 7. 20
1779.	21 Mars 41. 44. 4,0	0. 17. 13,5 B.	20 Mars 6. 32. 40	178. 18. 44. 39	
1783.	20 Mars 41. 21. 50,1	0. 5. 1,4 A.	20 Mars 5. 5. 26	″ ″ ″ ″	365. 5. 38. 11
1783.	23 Sept. 41. 19. 37,1	0. 7. 9,4 A.	22 Sept. 16. 40. 13	186. 11. 34. 47	365. 7. 59. 26
1784.	20 Mars 41. 37. 37,3	0. 10. 46,5 B.	19 Mars 13. 4. 52	178. 20. 24. 39	365. 5. 52. 56
1784.	21 Sept. 41. 48. 46,0	0. 22. 1,2 B.	21 Sept. 22. 33. 9	186. 9. 28. 17	365. 3. 30. 4
1785.	21 Mars 41. 57. 50,2	0. 31. 0,2 B.	19 Mars 16. 34. 56	178. 18. 1. 47	365. 5. 58. 40
1785.	22 Sept. 41. 31. 11,4	0. 4. 25,4 B.	22 Sept. 4. 31. 49	186. 11. 56. 53	
1786.	22 Sept. 41. 36. 47,2	0. 10. 1,5 B.	22 Sept. 10. 15. 51	″ ″ ″ ″	365. 5. 44. 2

Nous avons supposé dans le calcul de l'heure de l'Équinoxe, la réfraction de 1′ 6″ à 41 degrés; la parallaxe de 6″,7; le demi-diamètre de 16′ 0″ en Automne; & 16′ 5″ en Printemps. Le mouvement diurne du Soleil en décl. dans l'Équinoxe de Mars, de 23′ 41″, & dans l'Équinoxe d'Automne de 23′ 26″; la haut. de l'Équateur 41d 9′ 48″.

§. IV. *Solstices.*

ANNÉES.	HAUTEUR solsticiale du bord supér. du SOLEIL.	OBLIQUITÉ de L'ÉCLIPTIQUE — Apparente.	Vraie.	DISTANCE SOLSTIC. du bord supérieur du SOLEIL — à *Arcturus.*	à β d'Hercule.	CIRCONSTANCES.
	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	
1777.	64. 53. 49,3	23. 27. 50,5	23. 27. 53,3	3. 22. 29,8	″ ″ ″	Par 7 observations.
1778.	64. 53. 54,2	23. 27. 55,4	23. 27. 55,4	3. 22. 45,8	1. 44. 27	Par 8 observations très-d'accord entr'elles.
1779.	64. 54. 6,5	23. 28. 7,7	23. 27. 64,4*	″ ″ ″	″ ″ ″	Par 5 observ. peu d'accord.
1780.	64. 53. 57,4	23. 27. 59,1	23. 27. 53,5	3. 23. 22	1. 44. 52	Par 9 observat. très-d'accord & deux différentes lunett.
1782.	64. 54. 1,2	23. 28. 2,9	23. 27. 54,1	3. 24. 15	″ ″ ″	Par 9 observat. très-d'accord & deux différentes lunett.
1783.	64. 53. 56,4	23. 27. 58,3	23. 27. 49,4*	3. 24. 40,7	″ ″ ″	Par 8 observ. au travers d'un brouillard singulier.
1784.	64. 54. 6,6	23. 28. 8,0	23. 27. 60 *	3. 25. 12,3	1. 45. 52	Par 7 observ. faites au travers des nuages.
1785.	64. 53. 57,6	23. 27. 59,0	23. 27. 52,7	3. 25. 15,0	1. 45. 36,7	Par 13 obs. très-d'acc. 2 diff. lun. & les 2 bords du Sol.
1786.	64. 53. 57,6	23. 27. 59,0	23. 27. 55,2	″ ″ ″	1. 45. 48,7	Par 4 observ. assez d'accord.

Nous avons ſuppoſé la réfraction à 65ᵈ de 27″; la parallaxe 3″,7; le demi-diamètre du Soleil, le jour du ſolſtice, 15′ 47″; la hauteur de l'Équateur 41ᵈ 9′ 48″.

L'on voit par le Tableau précédent, que n'ayant point égard aux résultats des *années 1779, 1783 & 1784*, où les obſervations ont été faites dans des circonſtances défavorables, il ſe trouve entre les ſix autres années l'accord le plus ſatisfaiſant, & que prenant un milieu entre ſix réſultats, dont les plus éloignés entr'eux ne diffèrent que de 2″,7, on aura pour l'obliquité vraie, vers l'*année 1780*, un angle de 23ᵈ 27′ 54″; on peut voir dans les *Mémoires de l'Académie, années 1778 & 1782*, ce que j'ai publié ſur cette matière. Les Aſtronomes qui ſuppoſent cette obliquité plus grande de près de 20 ſecondes, n'ayant point expoſé ni diſcuté un auſſi grand nombre d'obſervations, n'ayant point fait connoître les vérifications qu'ils ont dû faire de leurs inſtrumens, n'obſervant d'ailleurs à chaque ſolſtice qu'avec une ſeule lunette, ſur un ſeul point du limbe de leur quart-de-cercle, tandis que dans le même ſolſtice, j'obſerve avec deux lunettes & ſur deux points différens du limbe, j'aurois quelque droit ſans doute de préférer ma détermination à la leur; néanmoins je me ſuis déterminé, pour les calculs que renferment ces extraits que je dois publier chaque année, à ſuppoſer l'*Obliquité moyenne ou vraie de l'Écliptique, au 21 Juin 1780, de* 23ᵈ 27′ 28″,0 (c'eſt 6 ſecondes dont je me rapproche du réſultat des autres Aſtronomes) avec une diminution par ſiécle de 56 ſecondes, ou 0″,56 par année. Ce qui donnera les réſultats de la Table ſuivante :

21 JUIN.	OBLIQUITÉ Vraie.	OBLIQUITÉ Apparente.	21 JUIN.	OBLIQUITÉ Vraie.	OBLIQUITÉ Apparente.
	D. M. S.	D. M. S.		D. M. S.	D. M. S.
1785.	23. 27. 57,20	23. 28. 3,5	1791.	23. 27. 53,84	23. 27. 45,2
1786.	23. 27. 56,64	23. 28. 0,4	1792.	23. 27. 53,28	23. 27. 44,3
1787.	23. 27. 56,08	23. 27. 56,8	1793.	23. 27. 52,72	23. 27. 44,3
1788.	23. 27. 55,52	23. 27. 53,3	1794.	23. 27. 52,16	23. 27. 45,2
1789.	23. 27. 54,96	23. 27. 49,9	1795.	23. 27. 51,60	23. 27. 46,9
1790.	23. 27. 54,40	23. 27. 47,2	1796.	23. 27. 51,04	23. 27. 49,2

Dans les *Éphémérides de Milan, année 1787,* on voit qu'en 1784 & 1785, M.rs les Astronomes de Milan ont déterminé l'obliquité vraie de 23d 27′ 58″,1, c'est à 0″,9 près, celle que je suppose ici, & ce résultat ne diffère que de 4″,2 de celui que m'ont donné mes observations en 1785 & 1786.

§. V. *Opposition des Planètes.*

ANNÉES.	TEMPS de L'OPPOSITION, Heure vraie.		LIEU de l'Opposition apparente.		ERREUR des TABLES		CIRCONSTANCE
			Longitude.	Latitude.	En long.	En latit.	
		H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	M. S.	M. S.	
			SATURNE.				
1779.	14 Mai....	5. 59. 38	233. 41. 6	2. 21. 1 B.	— 11 20	— 46,0	Par 5 observations.
1780.	25 Mai....	11. 26. 59	245. 11. 59	2. 1. 2 B.	— 11. 19	— 8,0	Par 8 observ.
1782.	18 Juin...	17. 32. 20	267. 56. 1	1. 7. 24 B.	— 10. 57	+ 10,9	Par 6 observ.
1783.	30 Juin...	20. 11. 0	279. 15. 6	0. 36. 7 B.	— 10. 31	+ 11,0	Par 6 observ.
1785.	24 Juillet..	5. 53. 32	302. 4. 23	0. 29. 50 A.	— 8. 58	— 22,0	Par 6 observ.
1786.	5 Août..	14. 33. 12	313. 40. 48	1. 2. 2 A.	— 7. 47	— 40,0	Par 6 observ.
			JUPITER.				
1778.	9 Février.	23. 44. 35	141. 55. 31	1. 7. 46 B.	— 5. 27	+ 0. 17	Par 2 obs. un peu dout.
1779.	12 Mars..	12. 23. 4	172. 18. 42	1. 33. 10 B.	— 3. 48	+ 0. 13	Par 6 observ.
1780.	11 Avril..	1. 46. 35	202. 14. 11	1. 37. 57 B.	— 3. 11	— 0. 28	Par 4 observ.
1781.	12 Mai...	13. 35. 21	232. 33. 55	1. 9. 16 B.	— 3. 8	— 1. 0	Par 3 obs. un peu dout.
1782.	14 Juin...	17. 26. 1	264. 6. 43	0. 23. 50 B.	— 4. 18	— 1. 0	Par 6 observ.
1783.	19 Juillet..	23. 53. 24	297. 31. 14	0. 32. 57 A.	— 5. 5	+ 1. 5	Par 4 observ.
1785.	1.er Octobre	22. 9. 44	9. 34. 35	1. 38. 39 A.	— 6. 40	— 0. 35	Par 6 observ.
1786.	7 Novemb.	22. 13. 50	46. 12. 7	1. 17. 26 A.	— 7. 0	— 1. 3	Par 6 observ.
			MARS.				
1779.	11 Mai...	22. 18. 9	231. 27. 1	0. 21. 9 A.	— 0. 49	+ 0. 49	Par 3 observations.
1783.	1.er Octobre	0. 16. 43	8. 10. 10	4. 6. 5 A.	— 3. 29	— 0. 24	Par 7 observations.

§. VI. *Occultations d'Étoiles par la Lune.*

ÉTOILES ÉCLIPSÉES.	ÉPOQUES.	TEMPS VRAI.	CIRCONSTANCES.
		D. M. S.	
δ du Taureau....	1777 21 Sept...	11. 1. 36,7	Immersion dans le bord éclairé
		" 54. 28,2	Émersion un peu tard.
La suivante......	21 Sept...	11. 23. 31,3	Immersion.
		12. 21. 31,9	Émersion.
μ des Gemeaux...	1778 7 Février..	11. 20. 42	Immers. dans le bord obscur.
		12. 13. 3	Émersion.
γ du Scorpion....	5 Juillet..	9. 37. 39,2	Imm. temps peu favorable.
x du Capricorne... In australi pinna sequens.	4 Sept...	9. 38. 36,6	Immers. dans le bord obscur.
		10. 59. 55	Émersion un peu tard.
β du Scorpion....	21 Sept....	6. 34. 29,2	Immers. dans le bord obscur.
h du Sagittaire....	29 Sept....	9. 17. 47,6	Immers. dans le bord obscur.
γ de l'Âne......	1779 3 Janvier..	15. 25. 15,3	Immersion dans le bord éclairé
		16. 28. 44,2	Émersion douteuse.
γ de l'Âne.......	27 Février..	12. 33. 59,6	Immers. dans le bord obscur.
		13. 35. 49,1	Émersion.
13.e du Taureau..	1780 11 Mars...	7. 19. 50,9	Immers. dans le bord obscur.
γ de la Vierge préc.	20 Mars...	12. 28. 49,8	Immers. temps peu favorable.
Suivante.........	20 Mars...	" " 59,8	Immers. temps peu favorable.
α de la Balance...	19 Avril...	9. 5. 13,6	Émersion douteuse.
γ de la Vierge préc.	10 Juin...	12. 35. 44,3	Immers. dans le bord obscur.
Suivante........	10 Juin....	" " 54,3	Immersion.
i de la Balance....	1781 13 Mars....	14. 33. 9	Immers. dans le bord obscur.
		15. 31. 23	Émersion.
Pléïades *Mérope*..	1783 9 Février..	6. 50. 58,8	Emersion un peu tard.
44.e...........	....	7. 15. 7,7	Immers. dans le bord obscur.
Pleione	....	7. 34. 29,6	Immersion.
Idem..........	....	8. 32. 37,5	Émersion.
π du Scorpion....	13 Juin....	12. 45. 56,7	Immers. dans le bord éclairé.
δ du Capricorne..	29 Nov...	9. 27. 16,7	Immers. dans le bord obscur.
δ des Poissons.....	30 Déc....	8. 12. 24,1	Immers. dans le bord obscur.
τ du Sagittaire.....	1784 2 Juillet..	12. 41. 19	Immers. temps peu favorable.
		13. 29. 8,5	Émersion.

§. VII. *Passage de Mercure sur le Soleil, Le 12 Novembre 1782.*

TEMPS VRAI.

$2^h\ 58'\ 35''$. Premier contact extérieur à l'entrée, un peu tard, le bord du Soleil est déjà entamé par Mercure.

2. 59. 22. On estime le centre de Mercure sur le bord du Soleil.

3. 2. 4. Premier contact intérieur à l'entrée.

4. 17. 19. Second contact intérieur à la sortie.

4. 20. 34. On estime le centre de Mercure sur le bord du Soleil.

4. 22. 49. Second contact extérieur à la sortie.

§. VIII. *Comparaison du Soleil à diverses Étoiles.*

PASSAGES DU CENTRE DU SOLEIL DANS LE PARALLÈLE DES ÉTOILES.			DIFFÉRENCE d'ascension droite du centre du SOLEIL & de L'ÉTOILE.
1777 Juillet.. 11	β d'Hercule.....	12h 11' 30"	
Sept.... 15	δ de l'Aigle......	8. 13. 56	
1778 Janvier. 28	α Lièvre........	10. 4. 14	
28	β grand Chien....	20. 37. 53	
Mars.... 27	β Vierge.......	16. 47. 6	167d 48' 31"
Avril... 3	Procyon......	20. 24. 0	
Mai... 18	γ d'Hercule.....	6. 45. 40	187. 31. 33
21	*Arcturus*.......	10. 29. 15	152. 43. 42
31	β d'Hercule.....	2. 43. 58	
Juillet.. 11	β d'Hercule.....	19. 54. 11	133. 37. 26
Août... 12	α d'Hercule......	18. 50. 30	113. 14. 53,7
18	α *Ophiucus*......	21. 47. 43	
26	γ l'Aigle........	16. 31. 39	138. 9. 29
Sept.... 7	β l'Aigle.......	6. 11. 32	129. 49. 35,5
14	α Baleine........	5. 51. 24	
15	δ l'Aigle.......	14. 0. 13	
1779 Janvier. 9	γ de l'Hydre.....	16. 43. 24	265. 12. 54
29	β grand Chien....	2. 17. 32,9	141. 9. 42,7
Février. 26	Rigel........	11. 54. 55	96. 2. 13,3
28	α Hydre........	11. 47. 0	157. 22. 20

PASSAGES DU CENTRE DU SOLEIL DANS LE PARALLÈLE DES ÉTOILES.				DIFFÉRENCE d'ascension droite du centre du SOLEIL & de L'ÉTOILE.
1779 Mars...	21	η Vierge........	16h 26′ 35″,3	181d 51′ 31″,4
		ζ Vierge........	15. 3. 33,7	
	27	β Vierge.......	21. 51. 52,3	167. 50. 46,5
Mai...	21	*Arcturus*......	15. 6. 27	152. 46. 42
Juillet..	12	β d'Hercule.....	1. 56. 9,5	133. 37. 40
Août...	26	γ l'Aigle.......	22. 10. 17	138. 9. 21
	31	α l'Aigle.......	22. 14. 43	134. 39. 20
1780 Janvier.	5	γ du Lièvre.....	19. 22. 17	
	29	β grand Chien...	8. 3. 5,5	141. 11. 0,5
Février.	10	γ Éridan........	16. 6. 56	92. 26. 39
	23	κ Orion..........	6. 3. 2,4	107. 40. 35,5
	27	Rigel........	17. 32. 5	95. 7. 23
Mars...	21	η Vierge........	21. 52. 38	179. 58. 40
	27	β Vierge.......	2. 8. 46	167. 55. 15
Avril..	17	ο Lion..........	6. 55. 25	
	28	ζ Bouvier.......	20. 8. 47,8	180. 32. 49
Mai...	16	η Bouvier.......	21. 58. 43	151. 22. 42
	20	*Arcturus*......	20. 20. 7	152. 48. 58
	30	β d'Hercule.....	11. 20. 26,5	176. 5. 50
Juillet..	11	β *idem*.........	6. 52. 41	
1782 Juillet..	21	*Arcturus*......	14. 23. 22	89. 59. 58
1783 Février.	3	*Syrius*........	0. 56. 22	141. 44. 49
Mai...	31	β d'Hercule.....	4. 8. 11	176. 54. 30
Août..	2	α Flèche.......	23. 13. 56	
1784 Mars...	20	η Vierge........	19. 14. 44	181. 0. 12
Mai...	20	*Arcturus*......	16. 15. 17	
Août..	2	α Flèche........	4. 12. 39	
	13	δ Dauphin......	8. 49. 35	164. 23. 0
Sept...	6	β l'Aigle.......	16. 10. 59	129. 55. 3
	12	θ Serpent......	19. 0. 20	95. 27. 52

MÉMOIRE
SUR LE
MOUVEMENT DU CINQUIÈME SATELLITE DE SATURNE.

Par M. DE LA LANDE.

13 Nov. 1786.

DEPUIS 1714, les satellites de Saturne semblent avoir été oubliés par les Astronomes; & j'ai cru qu'il étoit temps de rappeler leur attention vers cette partie difficile & peu connue du système du monde. Le cinquième satellite offre sur-tout une question importante à résoudre, & ce sera le principal objet de ce Mémoire.

Dominique Cassini découvrit en 1671, le cinquième satellite de Saturne, & cette découverte fut annoncée dans un livre de 20 pages *in-folio*, qui est cité dans les *Mémoires de 1733;* on trouve dans la liste, *n.° 21*, un ouvrage, intitulé: *Découverte de deux nouvelles planètes autour de Saturne; Paris, 1673, fol. chez Cramoisi, Imprimeur du Roi;* cette découverte fut aussi annoncée dans les *Transactions philosophiques de 1673, n.° 192*. Cependant, dans le *Journal des Savans de 1677*, elle est racontée comme si on l'eût annoncée alors pour la première fois. Cassini aperçut dès-lors que ce satellite ne tournoit pas dans le plan de l'anneau, comme le quatrième qui avoit été découvert par Huygens, en 1655. En effet, dans son Histoire de la découverte de deux Planètes *(Anciens Mém. tome X, page 586)*, on trouve ces paroles remarquables: *quoique la ligne de son mouvement ne soit pas parallèle à la circonférence de l'anneau, ce qui a été remarqué dans les premières observations*. Ainsi la différence entre ce satellite & le quatrième, n'avoit pas échappé à l'auteur de la découverte; mais comme tous les satellites que l'on découvrit ensuite, étoient comme le quatrième

dans le plan de l'anneau, on regarda les cinq satellites, comme ayant tous les mêmes nœuds, & étant à peu-près dans un même plan (*Mém. 1714, page 377*).

Ce fut en 1714, que M. Cassini le fils trouva une différence de 15^d dans l'inclinaison, & de 17^d dans les nœuds ; car le nœud du cinquième lui parut à $5^f\ 4^d$, tandis que le nœud des quatre autres étoit à $5^f\ 21^d$ (*Mém. 1714, page 374*).

Il remarqua aussi dans les observations de 1685, un fait auquel on n'avoit pas fait attention, & qui prouve que dès-lors la route de ce satellite étoit inclinée à la direction du plan de l'anneau; ainsi il n'estimoit pas, en 1714, qu'il fût arrivé de changement dans le nœud du cinquième satellite.

Mais M. le Monnier, en 1755, ayant observé cette petite Planète, dans l'intention de voir si l'atmosphère de Saturne ne s'étendroit pas jusqu'au cinquième satellite pour déranger son inclinaison, trouva que l'orbite étoit fort rétrécie (*Mém. 1757, page 93*); il n'en dit pas davantage, & l'on ne voit pas s'il attribuoit la différence au changement du nœud, ou à celui de l'inclinaison: la circonstance n'étoit pas favorable pour démêler ces deux effets, car Saturne étant presque à égale distance du nœud & de la limite du cinquième satellite, le rétrécissement apparent de l'orbite pouvoit être produit par l'un & l'autre de ces deux changemens; d'ailleurs M. le Monnier n'avoit fait qu'estimer les distances à la vue, sans micromètre & sans fils, & l'on ne pouvoit tirer de conclusions certaines de ces distances estimées.

Au reste, le changement de l'inclinaison & celui des nœuds, doivent aller ensemble; si le Soleil produit un mouvement dans le nœud du cinquième satellite sur l'orbite de Saturne, il doit en résulter un changement d'inclinaison du satellite par rapport à l'anneau. Il s'agit de démêler ces deux effets, en remontant à leur cause; aussi M. le Monnier se proposoit, en 1755, d'examiner s'il n'y auroit point de variations semblables à celles qui s'observent dans

l'orbite lunaire durant le cours d'une révolution des nœuds de la Lune (*Mém. 1757, page 92*).

En attendant, il nous est facile de savoir s'il a dû y avoir un mouvement considérable : j'ai donné dans mon Astronomie une formule très-simple pour trouver le mouvement des nœuds; malgré sa simplicité, elle donne à $\frac{1}{10}$ près le mouvement des nœuds de la Lune, tel qu'on l'observe; ainsi cette formule doit être plus exacte qu'il ne faut pour un mouvement aussi petit & une distance aussi grande que celle du cinquième satellite; seulement, son inclinaison beaucoup plus grande, peut augmenter un peu le mouvement que donne la formule.

Il résulte de cette formule, que le mouvement du nœud du satellite sur l'orbite de Saturne pendant une de ses révolutions, doit être égal à trois fois la masse du Soleil divisée par le cube de sa distance & multipliée par 90^d, ce qui fait ici $57''$ par révolution, & $4'\ 28''$ par an, ou $3'\ 38''$ par rapport aux équinoxes. La masse du Soleil, en prenant celle de Saturne pour unité, est 3333; & sa distance à Saturne, en prenant celle du cinquième satellite pour unité est 395 : ce rapport est à peu-près celui de la distance du Soleil à celle de la Lune. Cependant le mouvement des nœuds de la Lune est de 19 degrés par an; mais c'est la masse de Saturne cent fois plus grosse que celle de la Terre, qui rend ce mouvement bien moins sensible pour le satellite que pour la Lune; la Terre la retient avec trop peu de force pour résister à la perturbation du Soleil. Le cinquième satellite est si éloigné des quatre autres, qu'il n'y a point d'apparence qu'ils influent sur son mouvement d'une manière sensible : ainsi la théorie donne lieu de croire que le cinquième satellite de Saturne n'a pas changé sensiblement d'inclinaison sur l'anneau, & j'ai cru devoir en avertir les Astronomes qui ont de forts télescopes. Ceux de Marseille & de Montpellier, où l'on jouit d'un plus beau ciel, auront sur nous un avantage marqué, sur-tout dans les digressions orientales de ce satellite, où il diminue de lumière, au point quelquefois de ne pouvoir être aperçu;

sur-tout dans ces années-ci, où Saturne s'élève très-peu à Paris. Les nouveaux télescopes qui se font sous la direction de Herschel, & dont un vient d'être envoyé à l'université de Gottingue, & l'autre à Mylord Malborough, nous donnent lieu d'espérer que les satellites de Saturne ne seront plus pour les Astronomes au nombre de ces objets inaccessibles, auxquels la plupart étoient obligés de renoncer, & qu'on pourra déterminer leurs inégalités.

Saturne sera l'année prochaine, fort près du nœud du cinquième satellite sur l'écliptique; ainsi l'on verra le satellite en ligne droite sur une direction inclinée de plusieurs degrés sur la ligne des anses.

Puisque les quatre satellites les plus voisins, tournent dans le plan de l'anneau, il est très-vraisemblable que l'anneau en est la cause, & qu'ils y sont assujettis par la force qu'il exerce en latitude, pour ramener les satellites à ce plan, lorsqu'une force étrangère les en éloigne; c'est ainsi que la Lune présente toujours à la Terre la même face, par la force de la Terre sur le sphéroïde lunaire.

Ainsi vraisemblablement l'action du Soleil ne produit point de mouvement dans les nœuds des quatre premiers satellites; mais le cinquième satellite étant beaucoup plus loin de l'anneau, & différant de 12^d de son plan, la force de l'anneau n'a pas suffi pour y ramener le cinquième satellite, & l'action du Soleil aura tout son effet sur le nœud de celui-ci, quoiqu'elle n'en ait aucun sur les quatre autres.

Il y a aussi une incertitude sur le mouvement du cinquième satellite: dans les Transactions philosophiques de 1718, *n.° 356, abr. IV, 323.* M. Pound augmenta de 9 minutes le mouvement annuel, qu'il fit de $7^s\ 6^d\ 32'$. M. Cassini, en 1714, le fit de $7^s\ 6^d\ 27'$ seulement; c'est une nouvelle difficulté qu'on pourra lever par les observations que je propose.

D'après ces réflexions, j'avois écrit à tous les Astronomes qui étoient munis d'assez bons télescopes, à M. Herschel, à Mylord Malborough, & à M. Bernard, correspondant de Mai 1788.

l'Académie, à Marseille, dont le zèle & l'intelligence m'é-toient connus; je l'invitois à profiter de la digression occidentale de ce satellite, dans laquelle il est le plus visible, & qui alloit arriver au commencement de Décembre. Mon attente n'a pas été trompée, & M. Bernard m'envoya d'abord, au mois de Janvier, quatorze positions du cinquième satellite; mais comme le grossissement du télescope n'étoit pas alors assez considérable, je ne les rapporterai pas dans ce Mémoire.

Pour déterminer la quantité dont le satellite étoit éloigné de la ligne des anses, il disposoit une lame qui est dans son micromètre, de manière qu'en plaçant le centre de Saturne sur son bord inférieur, cette lame fut sur la ligne des anses; il faisoit remonter ensuite Saturne jusqu'à ce qu'il fût entièrement caché, & lorsqu'il commençoit à paroître, il comptoit le nombre de secondes qu'il falloit pour qu'il parût tout entier; il comptoit aussi le nombre de secondes qui s'écouloient depuis que le satellite paroissoit au-dessous de la plaque, jusqu'à ce que la ligne des anses arrivât au bord de la plaque, & par les temps écoulés, il trouvoit la distance du satellite à la ligne des anses.

Supposons que Saturne emploie 12 secondes à traverser le bord inférieur de la plaque, lorsque ce bord étoit parallèle à la ligne des anses, & que le satellite entre sous la plaque, 11 secondes, avant que la ligne des anses s'y trouve; on en conclud que le diamètre de Saturne étant de douze parties, la distance de Saturne à la ligne des anses, étoit de 11 parties; on ne pouvoit employer une méthode plus sûre & plus facile pour cette observation délicate, & si M. Cassini l'eût employée, il auroit déterminé l'inclinaison bien plus exactement.

C'est ainsi que M. Bernard a fait sur le cinquième satellite une suite d'observations complètes & très-bien d'accord, dans les positions les plus favorables pour déterminer l'inclinaison & le nœud, avec un équipage qui grossissoit plus de six cents fois. Je vais les rapporter avec les conséquences

conséquences que j'en ai déduites ; on y voit d'abord le temps vrai, ensuite le nombre de secondes de temps dont le satellite précédoit ou suivoit Saturne au fil horaire ; enfin la quantité dont il étoit au midi ou au nord de la ligne des anses, le diamètre de Saturne étant supposé de vingt parties.

	TEMPS VRAI à Marseille.	DIFFÉRENCE des pass. entre ♄ & le satellite.	DISTANCE à la ligne des anses, le diam. de ♄ étant 20.
	H. M.	S.	
1787. Juillet. 19	11. 36	11. occident.	24 ½ au-dessous.
22	11. 37	19.	27.
23	11. 7	21 ½.	27.
24	11. 7	23 ½.	26 ½.
25	11. 27	26.	32.
26	11. 49	28.	26 ⅔.
27	10. 37	30.	28 ½.
28	10 30.	31 ½.	33.
Août. 1	10. 42	36 ⅔.	34.
3	10. 33	38.	45.
4	10. 35	38 ¼.	45.
5	10. 53	38 ¼.	48.
6	11. 1	38.	44.
7	10. 53	37 ¼.	48.
9	10. 37	35 ⅓.	42.
11	10. 41	32 ½.	36.
12	11. 11	31.	33.
13	11, 7	29.	29.
14	11. 17	27.	27.
22	10. 6	5.	7. au-dessus.
23	9. 13	2.	10.
29	10. 14	17 ½. orientale.	28 ½.
31	9. 50	22.	32.
Sept. 1	8. 20	24 ½.	35.

		TEMPS VRAI à Marseille.	DIFFÉRENCE des pass. entre ♄ & le satellite.	DISTANCE à la ligne des anses, le diam. de ♄ étant 20.
		H. M.	S.	
1787. Sept.	3	10. 17	29. orientale.	40. au-dessus.
	7	10. 22	36.	45.
	8	8. 22	37.	45.
	9	8. 8	38.	45.
	12	10. 20	38 $\frac{2}{3}$.	
	13	8. 0	39.	
Octob.	6	7. 18	12. occident.	30. au-dessous.
	9	10. 40	20.	48.
	16	6. 41	33.	61 $\frac{2}{3}$.
	19	10. 58	35 $\frac{1}{2}$.	58 $\frac{1}{3}$.
	20	6. 12	36.	57.
	21	6. 37	36.	55.
	22	6. 25	36.	53.
	25	7. 36	34 $\frac{1}{2}$.	50.

Les observations de M. Bernard ont confirmé ce que Cassini avoit dit sur la diminution de lumière du cinquième satellite, quand il est à l'orient de Saturne : sa lumière s'affoiblit vers sa plus grande digression orientale, au point qu'on a beaucoup de peine à le voir jusqu'après sa conjonction inférieure ; il reprend tout son éclat avant de parvenir à sa plus grande digression occidentale, & on le voit encore bien vers sa conjonction supérieure.

Ayant rapporté toutes les observations sur une grande figure, j'ai d'abord vu que la trace du satellite faisoit avec la ligne des anses un angle de 4 à 5 degrés.

Pour calculer l'observation du 4 Août, j'ai cherché par mes Tables la longitude géocentrique de Saturne $10^s\ 26^d\ 38'$: on pourroit en ôter $7'$, d'après les observations de l'opposition de Saturne ; sa latitude $1^d\ 32'$ australe, sa distance à la Terre 9,8845, son diamètre $19''4$; d'où il suit que la

plus grande distance du satellite devoit être de 9′ 23″, vue de la Terre ce jour-là.

Soit *NBS (fig. 1)*, l'orbite du Soleil autour de Saturne, *CSO* l'anneau de Saturne, *NAO* l'écliptique, *ABC* l'orbite du cinquième satellite, *T* le lieu de la Terre, dont la latitude boréale est 1^d 32′, & la distance *EO* au nœud de l'anneau 20^d 38′; en résolvant les deux triangles *ETO* & *OTF*, on trouve l'angle *ETF* 29^d 15′, c'est l'angle de l'écliptique & de l'anneau, & supposant l'inclinaison de l'orbite du satellite sur l'écliptique 24^d 45′, on a 4^d 30′ pour l'angle de l'orbite & de l'anneau, ou l'angle que faisoit le grand axe de l'ellipse décrite par le satellite avec le grand axe de l'anneau ou la ligne des anses, c'est l'angle *SDA (fig. 2)*. Je me contente de prendre la différence de ces deux angles, parce que la Terre étant dans le nœud du satellite sur l'écliptique, on aperçevoit de la Terre toute l'inclinaison de ces deux cercles; l'angle de l'écliptique avec le parallèle à l'équateur étoit dans ce point-là de 19^d 56′; ainsi l'angle *ADG* de l'anneau & de l'équateur étoit de 9^d 19′. La différence d'ascension droite fut observée de 38″ $\frac{1}{4}$; d'où je conclus que la distance *DG*, parallèlement à l'équateur, étoit 9′ 18″, & *SD* 9′ 20″3 : on trouve 9′ 23″ par le calcul, ce qui fait voir que la distance du satellite est bien connue. Je trouve aussi que la distance *SA*, du satellite à l'anneau 2 $\frac{1}{4}$ diamètre de Saturne, revenoit à 43″7; d'où il suit que l'angle *SDA* étoit de 4^d 27′; cet angle ôté de l'angle de l'écliptique avec l'anneau 29^d 15′, donne l'inclinaison du cinquième satellite sur l'écliptique 24^d 48′,

L'observation du 8 Septembre, faite à l'autre extrémité de l'orbite, m'a donné 24^d 45′; ces deux quantités diffèrent si peu, qu'on doit être étonné de leur accord.

Les observations du 22 & du 23 Août, m'ont servi à trouver le lieu du nœud. Par exemple, le 22 la longitude de la Terre étoit 4^f 25^d 15′, & sa latitude 1^d 34′, la différence *DL* 72″8, & *HK* 6″8; d'où j'ai conclu *DH* 75″3, *HM* 13″1, & *DM* 74″2 sur le grand axe du satellite: ainsi la distance à la conjonction étoit de 7^d 31′, & l'ordonnée *HM*,

divisée par le cosinus de cette distance à la conjonction, & par le rayon de l'orbite 9′ 27″, donne la demi-ouverture de l'ellipse que décrivoit le satellite, ou l'angle d'élévation de la Terre au-dessus du plan de l'orbite du satellite $1^d 20'$, c'est *TG* (*fig. 1*). Or connoissant *TG* & *TE*, avec l'angle *GAE*, qui est l'inclinaison déterminée ci-dessus, il est aisé de trouver *AE*, ce qui donne le lieu *A* du nœud $4^s 25^d 3'$ sur l'écliptique, au lieu de $5^s 4^d$ que Cassini trouvoit en 1714. Ainsi la rétrogradation auroit été de 9^d, en supposant exact le calcul de Cassini, mais on va voir qu'elle est beaucoup moindre. L'observation du 23, m'a donné $4^s 25^d 6'$; on est encore étonné de cet accord. Connoissant l'inclinaison & le nœud *A* du satellite sur l'écliptique, on peut en déduire le nœud *B* sur l'orbite de Saturne, $4^s 28^d 20'$, & l'inclinaison *B* $22^d 42'$; de même que le nœud *C* sur l'anneau $7^s 5^d 31'$, & l'inclinaison *C* $12^d 14'$.

Ces inclinaisons sont fort différentes de celles que Cassini avoit estimées de 15 à 16^d, tant sur l'orbite que sur l'anneau; mais il n'avoit pas un moyen aussi exact de déterminer la distance du satellite à la ligne des anses, d'où dépend toute la précision de ce résultat.

L'inclinaison sur l'anneau seroit mieux déterminée, si le satellite eût été plus près de son nœud sur l'anneau où il ne passera que dans cinq ou six ans; il en est à 68^d sur l'orbite, & voilà pourquoi l'inclinaison qui est de $12^d 14'$, n'a produit cette année que $4^d \frac{1}{2}$ de différence entre les axes de l'orbite & de l'anneau: la tangente de $12^d 14'$ multipliée par le cosinus de 68^d, ne doit donner en effet que la tangente de $4^d 40'$.

Quand j'ai voulu calculer ces observations avec la position des nœuds, déterminée en 1714 par Cassini, j'ai trouvé une difficulté qui naît du passage même où Cassini explique son résultat. Il vit au commencement de Mai 1714, le cinquième satellite décrire une ligne droite qui passoit à peu-près par le centre de Saturne. Saturne étant à 5^d de la Vierge, il en conclut que le plan de son orbite vu de la Terre coupoit l'écliptique à 5^d de la Vierge; d'où il conclud par le moyen de la théorie de cette planète, que

l'interſection du plan de l'orbe du cinquième ſatellite avec l'écliptique, étoit à 4^d de la Vierge, éloigné vers l'occident, de 17^d des nœuds de l'anneau & des orbes des quatre autres ſatellites qu'il dit avoir été trouvés à 21^d du même ſigne (*Mém. 1714, page 374*).

Mais peu de temps après, M. Maraldi trouva par les obſervations exactes de l'anneau de Saturne, que ſon nœud étoit à 16^d de la Vierge ſur l'écliptique, & non à 21 (*Mém. 1716, page 279*). Ainſi, il peut y avoir 5 degrés d'erreur, dans la ſuppoſition que l'intervalle des nœuds ſoit de 17^d. Pour rectifier cette ſuppoſition, je reprendrai l'obſervation immédiate de M. Caſſini, ſavoir, qu'au commencement de Mai 1714, l'orbite du ſatellite paſſoit à-peu-près par le centre de Saturne, & j'en tirerai des concluſions plus exactes.

Je trouve pour le 1.er de Mai 1714, que la longitude géocentrique de Saturne étoit à $5^s\ 4^d\ 48'$ avec $2^d\ 0'$ de latitude boréale. Soit *BA* l'écliptique (*fig. 3*), *BC* l'orbite de Saturne, *T* la Terre dans le plan même *CN* de l'orbite du cinquième ſatellite, l'angle *N* étant de $24^d \frac{3}{4}$, comme je l'ai trouvé. Le côté *NA* devoit être de $4^d\ 21'$; ainſi le nœud *N* du cinquième ſatellite ſur l'écliptique devoit être alors à $11^s\ 0^d\ 27'$; & comme le nœud deſcendant de l'anneau & des quatre autres ſatellites étoit à $11^s\ 16^d\ 17'$, il y avoit $15^d\ 50'$ entre ces nœuds ſur l'écliptique.

De-là il ſuit auſſi que l'arc *BC* étoit de $42^d\ 59'$, & le nœud du ſatellite ſur l'orbite de Saturne $11^s\ 4^d\ 11'$ avec $22^d\ 52'$ d'inclinaiſon; & comme le nœud de l'anneau ſur l'orbite étoit à $11^s\ 19^d\ 48'$, il y avoit $15^d\ 38'$ de différence ſur l'orbite de Saturne. Ces réſultats ſont fort différens de ceux de M. Caſſini.

Si l'on ſuppoſe que le nœud *C* du cinquième ſatellite ſur l'orbite, rétrograde de $5^d\ 50'$ en conſervant la même inclinaiſon ſur l'orbite, on trouvera le nœud *N* ſur l'écliptique $10^s\ 24^d\ 47'$, & l'inclinaiſon *N* ſur l'écliptique $24^d\ 55'$ au lieu de $24^d\ 45'$; ainſi cette inclinaiſon augmente d'une minute tous les ſept ans.

La position du nœud que je viens de trouver pour 1714, 11ˢ 4ᵈ 11′, diffère de celle qui a lieu en 1787, de 5ᵈ 51′; c'est 4′ 47″ par année, au lieu de 3′ 38″ que j'ai trouvées par l'attraction seule du Soleil : je n'avois pas lieu d'espérer cette espèce de conformité, & je ne prétends pas en conclure que les observations & le calcul de la théorie aient même ce degré d'exactitude.

Pour trouver le jour où le satellite devoit passer sur la ligne des anses, il suffit de considérer que la tangente de la distance à la conjonction dans ce cas-là, est égale au sinus de l'ouverture de l'ellipse divisée par la tangente de l'angle que fait le grand axe de l'anneau avec celui de l'orbite du satellite. En effet, si nous supposons que *SH (fig. 4)* soit le demi-grand axe de l'orbite *HBF* du satellite & *SBE* la ligne des anses; soit *SF* le demi-petit axe de l'orbite, & *AB* une ordonnée parallèle au petit axe, qui exprime l'ouverture de l'ellipse en ce point-là, & qui est la projection du cosinus de la distance à la conjonction, ou de *B F* quand le satellite passera en *B*; le sinus de la distance à la conjonction, est *BC* ou *SA*, & l'ouverture *AB* est égale au cosinus de cette même distance multiplié par le sinus de l'élévation de la Terre au-dessus du plan de l'orbite, qui règle l'ouverture de l'ellipse. Mais la ligne *AB* est égale à *SA* multipliée par la tangente de l'angle *BSA* que font les deux axes de l'orbite & de l'anneau; ainsi le sinus de la distance à la conjonction multiplié par la tangente de l'angle *ASB* est égal au cosinus de la distance à la conjonction, multiplié par le sinus de l'ouverture de l'ellipse : donc la tangente de la distance à la conjonction est égale au sinus de l'ouverture divisé par la tangente de l'angle des deux axes.

En effet, le passage du satellite par la ligne des anses est arrivé le 21 Août 1787, comme j'en ai jugé par la figure où j'avois rapporté les différentes observations : or la tangente de la distance à la conjonction 12ᵈ $\frac{1}{2}$, est en effet sensiblement égal au sinus de l'ouverture de l'ellipse 1 degré, divisé par la tangente de l'angle des deux axes qui étoit

$4^d \frac{1}{2}$; & ces trois élémens observés s'accordent avec ma formule qui en donne le rapport.

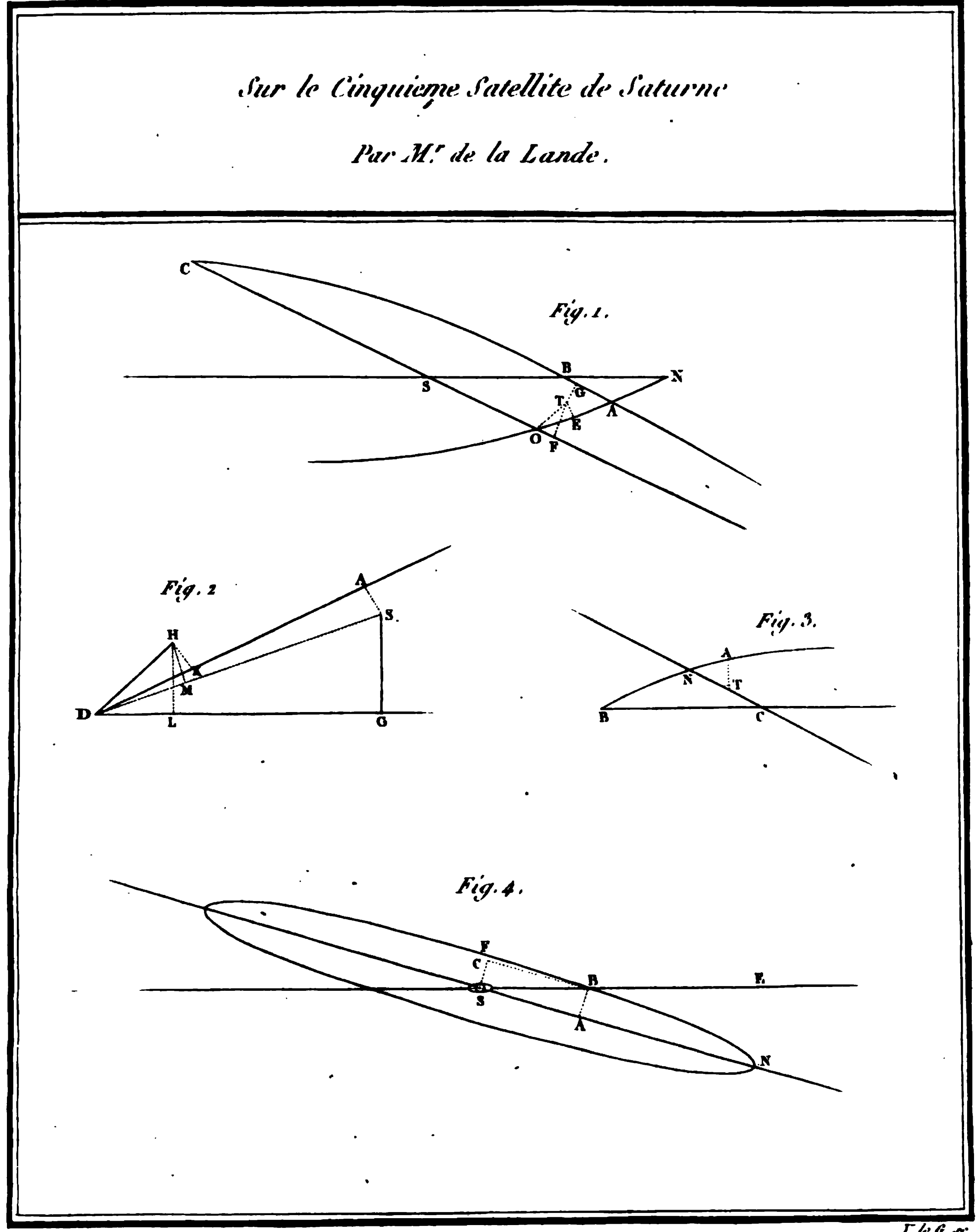
L'observation du 23 Août étoit si près de la conjonction supérieure du satellite avec Saturne, qu'elle est très-propre à la donner exactement; il n'y avoit que $3^d 2'$ de l'orbite du satellite, ce qui répond à $16^h 4'$; ainsi la conjonction géocentrique est arrivée le 24 à $1^h 17'$ de temps vrai à Marseille, ou $1^h 7'$ temps moyen à Paris, la longitude du satellite vue de Saturne, étant égale à celle de Saturne vue de la Terre, c'est-à-dire, $10^s 25^d 11'$. Mais cette longitude marquée par un plan perpendiculaire à l'orbite du satellite, diffère de celle de Saturne dans la sienne au moment de la conjonction; il faut en ôter la réduction dans le premier quart, & l'ajouter dans le second: ainsi la longitude du satellite dans son orbite étoit $10^s 25^d 26'$. Les Tables de Cassini donnent 8 degrés de plus.

Les observations du 23 Novembre & du 21 Décembre 1786, m'avoient déjà donné un résultat semblable, par deux conjonctions du satellite & de Saturne, l'une qui a précédé, l'autre qui a suivi; car la plus grande digression étoit de $7' 59''$, à la distance où étoit Saturne 1038, & les distances à Saturne $4' 17''$, & $3' 32''$: les arcs dont ces quantités sont les sinus, répondent à peu-près à 8 jours & à 6 jours; mais en les limitant de manière que la demi-revolution soit de 40 jours, on trouve 6 jours deux tiers, & 5 jours & un tiers, & la conjonction inférieure le 16 à 15 heures. Mais, suivant les Tables de M. Cassini, elle a dû arriver le 14 à 12 heures: ainsi il y a eu deux jours & trois heures de retard sur la conjonction, ou $9^d 39'$ de son orbite, dont il faudroit diminuer le mouvement de soixante-douze ans. M. Cassini avoit remarqué dans le cinquième satellite, des inégalités qui paroissoient aller jusqu'à 6^d *(Mém. 1716, page 217)*. Mais en les supposant telles, il y auroit encore un retard, & par conséquent une diminution à faire sur le mouvement du satellite qui se trouve dans ces Tables.

M. Bernard a aussi observé les quatre autres satellites:

il a trouvé le premier satellite de 12d en avance sur les Tables de Cassini ; le deuxième de 20 à 22d en avance ; le troisième de 3 à 10d en avance ; le quatrième de 0 à 6d en retard, & le cinquième de 8d : j'ai trouvé aussi 8d dans le résultat précédent. Ces différences peuvent venir de l'imperfection des moyens mouvemens dans les Tables ; mais il y en a sans doute une partie qui vient des inégalités réelles des satellites, qu'on ne pourra déterminer que par un grand nombre d'observations faites avec de meilleurs télescopes, & dans des circonstances plus favorables ; car M. Bernard n'a pu observer les satellites intérieurs que vers leurs plus grandes digressions, lorsqu'ils étoient dans la ligne des anses. J'apprends que M. Herschel s'occupe de ces observations, & je ne doute pas qu'il ne nous procure tout ce qui sera nécessaire pour ces calculs ; je vais néanmoins rapporter les observations des quatre premiers satellites, que M. Bernard m'a communiquées.

I.er Satellite.	1787.	Sept.	9...	8h 8'..3" ½	à l'or. sur la ligne des anses. *Bonne Observation.*
		Déc.	20...	6.44..3.	à l'orient sur la ligne des anses.
II.e Satellite.		Oct.	19...	10.58..4.+	à l'occid. sur la ligne des anses.
		Oct.	26...	7.40..4.+	à l'orient sur la ligne des anses.
		Nov.	6...	6.23..	plus grande digression.
	1788.	Janv.	8...	6. 0..4.	à l'or. Il étoit au-dessous de la ligne des anses ; s'il eût été sur cette ligne, il auroit eu encore plus de 17d d'avancement : ainsi cette observation confirme celles qui ont donné 20d.
III.e Satellite.	1787.	Oct.	6...	10. 8..5" ½	à l'or. au-dessous de la ligne des anses de deux diamètres du satellite environ.
			15...	11.10..5 ½	à l'or. au-dessus de la ligne des anses de 2 diam. du satellite.
			20...	6.12..6 ½	à l'or. au-dessus de la ligne des anses.
			22...	6.25..5	à l'occid. sur la ligne des anses.


Sur le Cinquieme Satellite de Saturne
Par Mr. de la Lande.
Fig. 1.
C
B
N
S
G
T
A
E
O
F
Fig. 2
A
S.
H
M
D
L
G
Fig. 3.
A
N
T
B
C
Fig. 4.
F
C
B
E
S
A
N

F. le G. sc.

IVe Satellite.	1786. Juin.	9...	2^h.	33'...	☌ inférieure un peu passée.
	Juil.	26...	10.	49...	☌ avec le bord oc. du globe de ♄.
	Août.	11...	11.	20...	☌ avec l'extrémité occidentale de l'anse. *Bonne Observation.*
		18...	10.	48....	conjonction avec l'extrémité de l'anse. *B. O.*
	Sept.	3...	10.	17....	conjonction avec l'extrémité occidentale de l'anse *B. O.*
		28...	7.	0....	conjonc. avec l'extrémité occidentale, passée de 2 ou 3 diam. du satellite.
	Oct.	9...	10.	40... 14.	à l'or. sur la ligne des anses. *B. O.*
		21...	6.	37....	conjonction avec le milieu de la larg. de l'anneau, vers l'occident.

Ces observations annoncent que le quatrième satellite est un peu en retard sur les Tables; mais elles ne donnent pas toutes le même résultat, & cela vient probablement de ses inégalités.

Je terminerai ce Mémoire en rapportant les observations qui servirent à M. Cassini le fils en 1716, pour construire ses Tables, & qui pourront servir à les corriger par le moyen des observations précédentes.

				TEMPS moyen.		LONGITUDE vue de Saturne.		
				H.	*M.*	*S.*	*D.*	*M.*
I.	1685.	31	Mars.	10.	19	4.	3.	49
	1714.	18	Avril.	9.	36	0.	27.	55
II.	1685.	24	Avril.	8.	38	10.	11.	56
	1714.	7	Mai.	9.	26	3.	20.	10
III.	1673.	25	Juil.	12.	6	1.	14.	2
	1714.	4	Avril.	10.	3	11.	24.	8
IV.	1659.	14	Mars.	8.	9	0.	29.	37
	1714.	11	Fev.	10.	15	11.	9.	18
V.	1673	16	Juil.	12.	5	6.	21.	50
	1714.	5	Mai.	9.	30	4.	28.	7

SUR L'ÉQUATION DES SATELLITES DE JUPITER,

Dont la période eſt de quatre cents trente-ſept jours.

Par M. DE LA LANDE.

L'ATTRACTION mutuelle des trois premiers ſatellites de Jupiter produit une équation qui, dans les Tables de mon *Aſtronomie, ſeconde édition*, eſt appelée *équation C*, & qui ſe rétablit au bout de quatre cents trente-ſept jours, parce que les trois ſatellites ſe retrouvent à même configuration au bout de cet intervalle de temps.

Le quatrième ſatellite a auſſi une équation qui eſt appelée dans les Tables, équation *C*; mais celle-ci dépend de l'excentricité de ſon orbite, & non de l'attraction des autres ſatellites : ainſi, elle n'a rien de commun avec les équations *C* employées pour les trois ſatellites intérieurs.

Pour trouver celles-ci dans un jour donné, on corrige l'argument, ou le nombre *C*, à raiſon de l'inégalité du mouvement de Jupiter; il ne s'enſuit pas qu'on doive faire la même choſe pour le quatrième : c'eſt cependant ce qu'on a pratiqué dans des calculs qui ſont d'ailleurs d'une très-grande exactitude : cela produiſoit 6 minutes de différence ſur les temps des éclipſes en 1778; & cette correction rendoit le calcul plus éloigné de l'obſervation; il étoit donc néceſſaire d'examiner le principe de cette correction : on verra dans les réflexions ſuivantes, comment elle doit s'employer, & pourquoi on l'applique à l'argument de l'équation dans les trois premiers ſatellites; & quelle eſt la cauſe de cette correction employée dans les Tables par M. Wargentin.

La correction dont il s'agit, s'applique au nombre *B* qui ſert à trouver l'équation de la lumière, & qui eſt la diſtance

de Jupiter à sa conjonction : elle vient de l'excentricité de Jupiter, & par conséquent sa période est de douze ans ; mais ici elle est d'un signe contraire ; & quand la correction du nombre *B* est nulle, celle du nombre *C* est la plus grande : voici comment M. Wargentin s'en est assuré.

Le mouvement du premier satellite paroît accéléré dans ses conjonctions & ses oppositions avec le second ; & il paroît retardé dans les quadratures ; mais le second paroît le plus retardé dans ses conjonctions, & accéléré dans ses oppositions au premier ; du moins c'est ainsi que M. Wargentin représentoit leur inégalité dans les Mémoires de l'Académie d'Upsal pour 1743.

Il falloit donc rechercher les momens de leurs conjonctions dans l'ombre de Jupiter, & de leurs oppositions quand un des deux étoit au milieu de l'ombre, pour trouver les époques du nombre *C* qui devoit indiquer l'inégalité de chacun de ces deux satellites.

Ayant calculé un grand nombre de ces conjonctions & de ces oppositions, on doit trouver, en supposant le nombre *C* uniforme & sans correction, une valeur de ce nombre, comme 250, qui indiquera toujours exactement les oppositions du second satellite au premier dans le temps des éclipses du second : de même le nombre 750 du premier devra indiquer aussi exactement les conjonctions avec le premier dans l'ombre de Jupiter.

Mais au lieu de cette uniformité, il se trouve que le nombre *C* est plus fort de 30 ou 31 parties quand Jupiter est à 3 signes d'anomalie, que quand il est à 9 signes ; ainsi il est prouvé par les observations même, qu'il faut corriger le nombre *C*, sans quoi il n'indiqueroit pas exactement les temps des conjonctions des deux satellites intérieurs entre eux aux temps de leurs éclipses.

La cause de cette correction du nombre *C*, se reconnoît aussi par la nature des inégalités des deux premiers satellites dans leurs retours par rapport à Jupiter.

Lorsque les équations du premier & du deuxième, qui

dépendent de l'anomalie de Jupiter, sont les plus grandes, celle du second est plus forte de 40′ de temps que celle du premier; il en résulte une différence en plus & en moins de 40′ de temps, ou de 1^h 20′ si l'on compare les cas extrêmes; c'est-à-dire, que le second, arrivant au milieu de l'ombre, est avancé de cette quantité par rapport au premier satellite, plus dans une des moyennes distances de Jupiter que dans l'autre. Pour atteindre le second au milieu de l'ombre, il faut environ quatorze jours; car sept révolutions du premier font 12^j 9^h 20′ 12″, & $3\frac{1}{2}$ révolutions du second font 12^j 10^h 32′ 38, c'est-à-dire, 1^h 12′ 26″ de plus. Huit révolutions du premier font 14^j 3^h 48′ 48″, & quatre révolutions du second font 14^j 5^h 11′ 35″, ou 1^h 22′ 47″ de plus, ce qui excède un peu la distance des deux satellites à leur conjonction, trouvée ci-dessus de 1^h 20′. Le premier doit donc faire un peu moins de huit révolutions avant d'atteindre le second; mais dans ces quatorze jours, le nombre *C* augmente de 32; ainsi la correction de ce nombre *C* doit être un peu moindre que 32, c'est-à-dire, de 30 ou 31, depuis une distance moyenne de Jupiter jusqu'à l'autre.

On pourroit se passer de la correction du nombre *C* pour le premier satellite; elle ne produit que 15 à 20″ de temps; dans ce cas, il faudroit augmenter les époques de 15″, qui est ce qu'on a ôté pour rendre la correction toujours additive; mais pour le second satellite, il en résulteroit des erreurs d'une minute & demie.

Le nombre *C* du troisième satellite exige la même correction; mais comme l'équation *C* n'est que de $2'\frac{1}{2}$, & ne varie jamais que de 30″ pour 30 parties du nombre *C*, l'effet pourroit encore se négliger.

A l'égard du quatrième, l'équation *C* ne provenant point de la configuration des autres satellites, les raisons que je viens de donner, ne peuvent s'y appliquer; l'effet de l'équation de Jupiter est déjà corrigé par l'équation *A*; celui de l'excentricité du quatrième satellite, est calculé sur son anomalie moyenne qui est uniforme, & non sur

l'anomalie vraie qui exigeroit une correction du nombre *C*, ainsi l'on ne doit point y employer de correction ; voilà pourquoi les erreurs des Tables augmentoient quand on ajoutoit cette quantité au nombre *C* du quatrième satellite, comme on le pratiquoit dans le *Nautical almanach*, la plus parfaite de toutes les Éphémérides.

Au reste, nous pouvons espérer que bientôt les équations de 437 jours qui font l'objet de ce petit Mémoire, seront encore mieux connues; elles dépendent de plusieurs attractions qu'il faudra considérer séparément. M. de la Place & M. de Lambre s'en occupent actuellement *(Juillet 1788)*; & nous devons tout attendre des efforts réunis du Géomètre & de l'Astronome à qui nous devons déjà les meilleures Tables de Jupiter & de Saturne.

En attendant, je me propose de faire voir dans un autre Mémoire, que l'équation empirique de treize ans, employée par M. Wargentin dans ses Tables du troisième satellite, n'est pas nécessaire pour représenter à 3 ou 4 minutes près les observations de ses éclipses; & qu'on peut se contenter de l'équation de 437 jours avec celle de 12 ans, qui dépend de l'excentricité de son orbite; mais il faut pour cela employer dans le calcul des observations, les lieux de Jupiter observés, ou calculés sur des Tables qui soient exactes.



SUR LES ÉQUATIONS SÉCULAIRES DU SOLEIL ET DE LA LUNE.

Par M. DE LA LANDE.

LE mouvement du Soleil ou de la Terre est uniforme; nous avons lieu de le croire par l'égalité des résultats que donnent toutes les observations anciennes & modernes (*Mém. de l'Acad. 1782*); mais la durée de l'année doit paroître inégale, à cause de deux inégalités qu'il y a dans la précession des équinoxes (*Mém. 1780, p. 311*), & cette inégalité doit entrer dans nos Tables du Soleil, si l'on veut y mettre toute la précision dont elles sont susceptibles.

L'équation séculaire qui exige cette considération, est bien différente de celles qu'on employoit dans les Tables de Jupiter & de Saturne; on les supposoit produites par une force accélératrice constante, en vertu de laquelle les espaces parcourus sont proportionnels aux carrés des temps; mais dans le cas dont il s'agit ici, le mouvement réel du Soleil étant supposé constant, son mouvement par rapport aux équinoxes, ne peut changer que par le mouvement des équinoxes même, qui augmente uniformément de 1,"294 par siècle. Pour faire ce calcul, je supposerai la masse de Vénus telle que je l'ai conclue de plusieurs phénomènes (Voyez ci-après le Mémoire sur la masse de Vénus, *page 398*); d'après cela, je trouve à-peu-près 50" pour la diminution séculaire de l'obliquité de l'écliptique. Voici la formule de l'action des Planètes pour déplacer l'écliptique dans ce siècle, ou pour changer la latitude & la longitude d'une étoile.

Par l'action de	Saturne	1"39 sin. long.	— 0,53.	cos. long. Étoile.
	Jupiter	15"86	— 2,11.	
	Mars	1"03	+ 0,95.	
	Vénus	30"88	+ 8,87.	
	Mercure	0"84	+ 0,85.	
		50"00 sin. long.	+ 8,05.	cos. long.

J'ai fait voir que chacun de ces effets est exprimé par *M* sin. *I* cos. *D*, en nommant *M* le déplacement de l'écliptique sur l'orbite de chaque planète, *I* son inclinaison, *D* la distance entre l'étoile & le nœud mesurée le long de l'écliptique *(Mém. 1758, page 361)* ; ainsi *M* sin. *I*, est ici de 16″ pour Jupiter, & 32″13 pour Vénus, & ces quantités multipliées par le cosinus & le sinus de la longitude du nœud de la planète, donnent les termes correspondans à la formule précédente.

Mais comme les effets de Jupiter & de Vénus sont très-forts, ils doivent changer sensiblement par le déplacement des nœuds. J'ai trouvé le mouvement du nœud de Jupiter 37″, & celui de Vénus 31″ par les observations; ainsi, en les supposant uniformes, il faut ôter pour dix-sept cents ans, $17^d 28'$ du nœud de Jupiter, & $14^d 38'$ de celui de Vénus. On peut négliger le changement pour les autres planètes; mais pour Jupiter & Vénus, la différence est sensible, & la formule précédente devient 46″66 sin. longitude, & 20″41 cos. long. pour le premier siècle de notre ère. Le second terme 8″03, ou 20″41, multiplié par la cotangente de l'obliquité de l'écliptique pour chaque siècle, donne 46″6 pour le premier, & 18″5 pour le dix-huitième; c'est le changement de précession produit par les attractions des planètes, ainsi la précession observée dans ce siècle-ci, étant de $1^d 23' 45''$ *(Mém. 1781)*, elle étoit plus petite autrefois.

Cette variation de 28″1, doit être augmentée de 8″8, à cause de la diminution de l'obliquité de l'écliptique *(Mém. 1780, p. 311)*, & l'on a 36″, pour la diminution effective en dix-sept cents ans, ou 2″17 pour chaque siècle; ainsi entre l'année 800 avant l'ère vulgaire & l'année 700, le mouvement des équinoxes ne dut être que $1^d 22' 50''75$; entre 1700 & 1800 il est de $1^d 23' 45''$. De même le mouvement séculaire du Soleil étoit de $45' 5''7$, tandis qu'il est aujourd'hui de 46′. On voit dans la Table suivante, la quantité de la précession pour chaque siècle, ainsi que le mouvement du Soleil.

Je suppose que le mouvement du Soleil dans ce siècle, soit 46′ 0″ outre les cent révolutions complettes, c'est ce que donne la durée de l'année que j'ai trouvée de $365^j\, 5^h\, 48'\, 48''$ (*Mém. 1782*). La précession étant $1^d\, 23'\, 45''$, il s'ensuit que le mouvement séculaire propre & sidéral du Soleil est $11^s\, 29^d\, 22'\, 15''$. Si l'on ajoute à cette quantité constante les autres précessions contenues dans la quatrième colonne de la Table suivante, pour divers siècles, on aura le mouvement du Soleil pour chacun, tel qu'il est dans la troisième colonne. La somme des différences entre ces mouvemens & celui qui a lieu actuellement, forme l'équation séculaire que j'ai mise dans la seconde colonne. Cette équation séculaire est de 11′ 45″ pour l'an 800 avant notre ère.

En effet, si le mouvement étoit supposé de 46′ 0″ pendant les vingt-six siècles, on trouveroit pour l'an 800, 37″ de moins pour le mouvement séculaire. Le mouvement en vingt-six siècles est plus petit de 11′ 45″, qu'il ne feroit si la précession étoit constante; le mouvement plus petit donne une longitude plus grande. Il faut donc ajouter toutes ces diminutions à la longitude calculée par les Tables du mouvement uniforme, pour avoir celle qui se trouve en changeant pour chaque siècle le mouvement moyen du Soleil. Cette équation séculaire est 2″ 17 pour un siècle, mais elle est triple au bout de deux siècles, puisque l'on a 2″ 17 pour le premier, & 4″ 34 pour le second. Elle augmente donc suivant les nombres 1, 3, 6, 10, &c., qui sont les sommes des nombres naturels 1, 2, 3, 4 &c. exprimées pour un nombre n de siècles par la formule $\frac{n.(n+1)}{2}$.

M. Euler avoit déjà donné une Table de la précession pour divers siècles; mais alors on ne connoissoit pas les masses des Planètes. A l'égard de l'équation séculaire que j'établis ici, on ne s'en étoit point encore occupé.

TABLE

TABLE de la précession & du mouvement du Soleil à chaque siècle, & de l'équation séculaire du Soleil.

ANNÉES avant notre ère.	ÉQUATION séculaire, additive.	MOUVEMENT séculaire du Soleil.	PRÉCESSION séculaire.	NOMBRE d'années, avant 1700.
	M. S.	M. S.	D. M. S.	
800.	11. 45,2	45. 5,7	1. 22. 50,7	2500.
700.	10. 51,0	45. 7,9	1. 22. 52,9	2400.
600.	9. 58,9	45. 10,1	1. 22. 55,1	2300.
500.	9. 9,0	45. 12,3	1. 22. 57,3	2200.
400.	8. 21,3	45. 14,4	1. 22. 59,4	2100.
300.	7. 35,7	45. 16,6	1. 23. 1,6	2000.
200.	6. 52,3	45. 18,8	1. 23. 3,8	1900.
100.	6. 11,1	45. 20,9	1. 23. 5,4	1800.
0.	5. 32,0	45. 23,1	1. 23. 8,1	1700.
après notre ère.				
100.	4. 55,1	45. 25,3	1. 23. 10,3	1600.
200.	4. 20,4	45. 27,4	1. 23. 12,4	1500.
300.	3. 47,8	45. 29,6	1. 23. 14,6	1400.
400.	3. 17,5	45. 31,8	1. 23. 16,8	1300.
500.	2. 49,3	45. 34,0	1. 23. 19,0	1200.
600.	2. 23,2	45. 36,1	1. 23. 21,1	1100.
700.	1. 59,3	45. 38,3	1. 23. 23,3	1000.
800.	1. 37,6	45. 40,5	1. 23. 25,5	900.
900.	1. 18,1	45. 42,6	1. 23. 27,6	800.
1000.	1. 0,8	45. 44,8	1. 23. 29,8	700.
1100.	0. 45,6	45. 47,0	1. 23. 32,0	600.
1200.	0. 32,5	45. 49,1	1. 23. 34,1	500.
1300.	0. 21,7	45. 51,3	1. 23. 36,3	400.
1400.	0. 13,0	45. 53,5	1. 23. 38,5	300.
1500.	0. 6,5	45. 55,7	1. 23. 40,7	200.
1600.	0. 2,2	45. 57,8	1. 23. 42,8	100.
1700.	0. 0,0	46. 00,0	1. 23. 45,0	
1800.	0. 0,0			

Dans les Tables du Soleil, il y en a une du mouvement pour les années *(Table III, p. 7)*, où le mouvement est 45′ 55″ 6 par siècle, ce sera 46′ 0″ dans la prochaine édition; mais ce mouvement devroit être différent pour l'avenir & pour le passé : il faudroit le diminuer de 2″ 17 pour chaque siècle passé, à partir de 1700, & l'augmenter d'autant pour chaque siècle à venir, à compter de 1800. J'ai marqué dans la cinquième colonne, le nombre d'années avant ou après notre siècle, qui répondent à chaque correction indiquée dans la seconde colonne; pour sept cents ans, on trouve 1′ 0″ 8, c'est ce qu'il faudroit ajouter au mouvement d'ici à 700, ou en ôter sept cents ans avant ce siècle. Dans les deux cas il faut ajouter cette équation à la longitude calculée par le mouvement uniforme 46′ 0″. Mais il est inutile de déranger pour cela l'uniformité de nos Tables des moyens mouvemens, en y faisant entrer cette correction; on y supplée par l'équation séculaire; d'ailleurs, la différence n'est pas assez sensible, elle n'est pas même encore assez certaine : la valeur que j'emploie pour cette équation, est fondée sur la masse que j'attribue à Vénus, & celle-ci vient de la diminution séculaire de l'obliquité de l'écliptique, que j'ai jugée de 50″ d'après les observations. Si celles qu'on fera dans la suite, la font trouver plus grande ou plus petite, notre équation séculaire changera. En attendant, il est très-facile d'ajouter cette équation aux longitudes que l'on calcule pour des siècles éloignés, sans changer l'uniformité de la Table des moyens mouvemens.

L'équation séculaire de la Lune, n'est pas de même espèce que celle du Soleil; Halley, Mayer, Dunthorn & moi, dans les *Mémoires de 1757, page 430*, avons cherché la valeur de cette équation, en supposant qu'elle suit la proportion du carré des temps : on ignoroit la cause de cette accélération. M. de la Grange ne trouvoit pas qu'elle pût venir de l'attraction solaire *(Mém. de Berlin, 1782)*; M. l'abbé Bossut l'attribuoit à la résistance de la matière éthérée *(Prix de 1762, tome VIII des pièces des Prix)*; & M. de la Place avoit trouvé qu'on pourroit l'expliquer par le temps qu'il faut à l'attraction de

la Terre pour arriver jusqu'à la Lune (*Mém. Sav. Étr. tome VII, 1773, page 181*). La quantité a été déterminée par Mayer, d'un degré pour deux mille ans ou pour l'an 300 avant l'ère vulgaire, ce qui fait 9" pour le premier siècle, à partir de 1700. Il n'avoit mis que 7" dans ses premières Tables en 1753. Dunthorn trouve 10" (*Philos. Trans. 1749*). J'ai trouvé à-peu-près la même chose dans le Mémoire cité. Mais depuis ce temps-là on a continué d'observer la Lune, & j'ai rapporté dans mes Éphémérides (*tome VIII, p. xcix*) soixante-sept observations de M. d'Agelet, faites en 1781, propres à déterminer le mouvement actuel de la Lune. M. Darquier a publié mille observations de la Lune, faites de 1761 à 1781, comparées avec les tables, par M. Méchain; & M. Carouge trouve que par un milieu entre toutes les erreurs, il y auroit 15" à ôter pour 1770 des époques des tables. M. de Lambre a trouvé 12" à ôter pour 1781, par les observations de M. d'Agelet. Ces deux résultats indiquent également un mouvement trop fort dans les tables de Mayer; ainsi le mouvement de la Lune paroît être actuellement plus petit d'environ 26" par siècle, que Mayer ne l'a fait, ou de $10^s 7^d 53' 9''$ au lieu de 35". En diminuant ainsi le mouvement séculaire, on diminue l'accélération; il faut donc diminuer l'équation séculaire, qui ne sera plus d'un degré en deux mille ans, mais de 51' 20", ce qui fait 7"7 pour le premier siècle, en supposant qu'elle augmente comme le carré des temps. Mais on la trouvera plus forte en augmentant les époques du Soleil qui sont dans les tables de Mayer, pour l'an 720 avant notre ère, soit d'après mon Mémoire sur la durée de l'année (*Mém. 1782*), soit d'après l'équation séculaire que j'ai établie ci-dessus; car il faut augmenter de tout cela l'accélération que l'on trouvoit par les anciennes observations.

Enfin, M. de la Place a annoncé à l'Académie, le 19 Décembre 1787, que la diminution de l'équation du Soleil, qui est de 19" par siècle, devoit produire une équation séculaire dans le mouvement de la Lune, & il donne 11"135 pour le premier siècle, à partir de 1700; cela

fait 1^d 46′ 51″ pour l'année 700 avant J. C. & ne diffère que de quelques minutes de ce que donnent les observations Babyloniennes; mais elles ne comportent pas une bien grande exactitude, comme on en peut juger par ce que j'en ai rapporté *(Mém. 1757, p. 429)*. Il est dit que la Lune commença à être éclipsée une heure bien entière (ἱκανῶς παρῆλθούσης) après son lever. D'après cette indication, obligés de supposer tout le reste, nous pouvons bien courir les risques de nous tromper de 10 à 12′ sur le lieu de la Lune tiré de l'observation.

D'un autre côté, la diminution séculaire de l'équation du Soleil, que je suppose 19″17, renferme 4″94 pour l'effet de Mars *(Mém. de Berlin, 1782)*; mais la masse de Mars n'est connue que par conjectures, ainsi il peut y avoir encore 10 à 12′ de doute sur la quantité d'accélération que fournit la théorie pour les observations éloignées : nous sommes donc obligés des deux côtés de rester dans les bornes de cette incertitude, que des observations exactes pourront lever dans la suite.

M. de la Place ajoute encore à cette équation séculaire un terme 0″044, qui croît comme le cube des temps, & qui diminue de 10′ l'équation séculaire pour deux mille quatre cents ans. Elle augmente l'équation séculaire après 1700, mais elle la diminue pour les siècles antérieurs, parce que le cube d'une quantité négative est négatif, quoique son carré soit positif. Cette nouvelle équation, que la théorie seule pouvoit faire connoître, est un nouvel avantage des recherches de M. de la Place.

Si l'on supposoit le mouvement de la Lune parfaitement connu pour ce siècle-ci, il faudroit encore ajouter à la longitude de la Lune, pour les siècles éloignés, *l'équation* séculaire que j'ai donnée pour le Soleil, & qui provient du mouvement des équinoxes; mais comme les observations anciennes ne nous font connoître le mouvement de la Lune que par le moyen de celui du Soleil, nous pouvons supposer que l'équation séculaire des équinoxes pour la

Lune, eſt confondue ſenſiblement dans celle dont nous avons parlé.

Le mouvement moyen qui a lieu actuellement, n'eſt donc pas celui qu'on trouvera quand le changement de l'équation du Soleil aura fait changer en un retardement, ce qui paroiſſoit juſqu'à préſent une accélération de la Lune, mais il ſuffit pour l'uſage actuel de l'Aſtronomie. Dans les nouvelles Tables publiées en Angleterre en 1787, les époques ont été déjà diminuées de 3", ainſi il ne reſte que 9" à ôter; mais pour 1791 il y aura 2",6 de plus en excès, & 1",7 de moins pour l'accélération; ainſi pour 1791, ces Tables, dont on ſe ſert dans les calculs du *Nautical almanac*, donneront 10" de trop pour les longitudes de la Lune, en y comprenant l'erreur ſur l'époque de 1781, celle de l'accélération & celle du moyen mouvement pour dix ans. C'eſt ce que je me propoſe de vérifier encore par un plus grand nombre d'obſervations.



SUR LA MASSE DE VÉNUS,

ET SUR

LA VALEUR DES ÉQUATIONS DU SOLEIL,

Produites par Vénus & par la Lune.

Par M. DE LA LANDE.

LES inégalités du mouvement apparent du Soleil sont un objet important pour l'Astronomie, puisque les Tables du Soleil nous servent continuellement pour calculer nos observations. M. de la Caille nous a laissé des Tables excellentes, dont tous les points furent approfondis & discutés avec un soin extrême; il y fit entrer les perturbations calculées en 1757, par M.rs Euler & Clairaut, pour les attractions de Jupiter, de Vénus & de la Lune; mais les deux dernières avoient été calculées avec des masses qui paroissoient défectueuses, & je vais tâcher d'y suppléer.

Les passages de Vénus sur le Soleil ont rectifié nos connoissances sur la masse du Soleil, & elle se trouve beaucoup plus grande qu'on ne croyoit : au lieu de 169282 que Newton avoit supposé, je l'ai trouvée 351886 fois celle de la Terre; c'est plus du double, & cela seul doit diminuer les inégalités dont il s'agit.

La Masse de Vénus est inconnue, parce que rien ne nous indique sa densité ; M. Euler supposoit les densités proportionnelles à la racine des moyens mouvemens; M. de la Grange les suppose en raison inverse des distances, (*Mém. de Berlin, 1782*). Mais ce sont-là des hypothèses, puisqu'on ne connoît aucune cause physique d'une pareille loi, & que d'autres phénomènes indiquent une densité moindre pour Vénus, & plus grande pour Herschel.

Les recherches que j'ai faites sur l'obliquité de l'écliptique

(*Mém. de l'Académie, 1780*), donnent une masse trois fois moindre que celle dont M. de la Grange fait usage. J'ai fait voir dans le même Ecrit, que l'apogée du Soleil donnoit moins de précision : mais après être revenu sur cette partie, j'ai reconnu que ce mouvement même donne encore pour Vénus une masse plus petite d'un tiers que celle de M. de la Grange ; & qu'au lieu de faire la masse de Vénus 1,31, celle de la Terre étant prise pour unité, il faut prendre 0,87. En effet, l'apogée du Soleil déterminé par les observations de la Hire, que M. de la Caille a discutées avec soin, étoit en 1684 à $3^s\ 7^d\ 28'\ 0''$; Flamstéed pour 1690, donne $3^s\ 7^d\ 35'\ 0''$. Si l'on compare ces deux positions avec celle que M. de Lambre a trouvée pour 1780, $3^s\ 9^d\ 8'\ 20''$, on a le mouvement annuel 62"7, & 61"55 ; le milieu est 61"86, & je ne crois pas que les observations de Waltherus & de Cocheouking dont la Caille s'est servi quand il a fait ce mouvement de 65", soient aussi concluantes que celles-ci.

Or par la théorie, M. de la Grange trouve le mouvement annuel de l'apogée 63"6, dont 5"2 sont dûes à l'action de Vénus, & il en faut donc ôter 1"8 pour avoir 61"8, c'est-à-dire, environ un tiers du total; ainsi le mouvement même de l'apogée exige que l'on diminue d'un tiers la masse de Vénus, que M. de la Grange a supposée 1,31, & qu'on la réduise à 0,87 de celle de la Terre.

Le mouvement de l'aphélie de Mercure que j'ai trouvé de $56''\frac{1}{4}$, exige qu'on la diminue d'un cinquième.

Le mouvement du nœud de Mercure qui est fort bien déterminé par les passages sur le Soleil, & qui est de 43"3 par année, exige que la masse soit réduite à 0,82 de celle de la Terre.

L'équation du Soleil produite par Vénus, telle que M. de Lambre l'a déduite des observations de M. Maskelyne 10"6 pour le *maximum*, supposeroit la masse un peu plus grande même que dans M. de la Grange, ou 1,45

de celle de la Terre ; mais ſuivant les calculs de M.rs Fuſſ & Lexell, elle donne la maſſe de Vénus égale à celle de la Terre.

Le mouvement du nœud de Venus 31" par an, ſuppoſe la maſſe à-peu-près comme dans M. de la Grange ; mais ces deux déterminations ne ſont pas ſi ſûres que les autres.

Si l'on prend un milieu entre ces ſix réſultats, on trouvera pour cette maſſe de Vénus 0,92 de celle de la Terre, c'eſt-à-dire, $\frac{7}{10}$ de celle que M. de la Grange a admiſe.

Si l'on ſuppoſe la diminution de l'obliquité de l'écliptique d'une demi-ſeconde par an, comme fait M. Maskelyne, on aura la maſſe de Vénus 0,95, de celle de la Terre, ou 0,73 de celle que M. de la Grange a ſuppoſée.

M. Clairaut trouvoit pour les équations du Soleil par l'action de Vénus, les quantités ſuivantes (*Mém. 1754, page 556*), nommant t le lieu héliocentrique de Vénus moins celui de la Terre, & ſuppoſant la maſſe du Soleil 169228 fois celle de la Terre, & celle-ci 1,117 par rapport à celle de Vénus.

	$+ 10'' \sin. t$	$- 11'',5 \sin. 2t$	$- 1'',4 \sin. 3t$	$- 0'',4 \sin. 4t$	
Suiv. la Caille,	8,2	9,5	1,2	0,3	*Mém. 1757, page 130.*

La ſomme de ces équations produit juſqu'à 18"3 pour quatre ſignes d'argument.

C'étoit en comparant ces obſervations avec le calcul des Tables, que la Caille trouva qu'il falloit diminuer d'un quart les équations données par Clairaut ; mais on ſent qu'il étoit difficile de déterminer des quantités de 18" par des obſervations qui comportent des erreurs de la même quantité ; cette ſomme de 18" fut réduite à 15" dans ſes Tables.

Si l'on préfère d'employer la théorie, en prenant la maſſe de Vénus par rapport au Soleil, qui réſulte des calculs précédens, ſon logarithme eſt 4,41626 ; pour celle du Soleil par rapport à la Terre, le logarithme eſt 4,45360, ce qui donne 0,92 pour la maſſe de Vénus par rapport

à la

à la Terre ; & on trouve pour les deux premières équations, 5"2, & 6"0, & l'inégalité totale se réduit à 9"5, au lieu de 15"2 qu'on trouve dans les tables de la Caille. Mayer n'employoit que 6" ; & quoiqu'il eût emprunté des tables de la Caille ses principaux élémens, comme il le dit lui-même *(page 51 de sa Méthode des Longitudes)*, il avoit changé celui-là avec raison ; mais s'il avoit fait cette diminution, c'est que même avant le passage de Vénus, il faisoit la parallaxe du Soleil plus petite que les Astronomes, & cela d'après la théorie de la Lune.

M. de Lambre, qui a comparé beaucoup d'observations de M. Maskelyne dans les cas extrêmes, portoit la plus grande somme des équations jusqu'à 10"6 ; & cela supposeroit la masse de Vénus 1,45, encore plus grande que la masse adoptée par M. de la Grange. Dans les Éphémérides de Berlin, pour 1782, *page 116*, on voit que M. de la Grange prenoit un milieu entre les tables de Mayer & celles de la Caille, ou entre 15"2 & 6"0, ce qui donnoit la plus grande somme 10"6 ; on peut conserver cette valeur de 10" 6, puisque les observations paroissent la confirmer. D'ailleurs, M. Lexell trouve aussi 10"6 en supposant la masse de Vénus égale à celle de la Terre ; la masse 0,92 que j'ai trouvée par un milieu entre les six déterminations, donne 9"7 pour l'équation, d'après les calculs de M. Fuss & de M. Lexell, qui sont d'accord à cet égard, au lieu de 8"5 que donneroient les formules de Clairaut, & c'est une confirmation intéressante de la plus grande équation que M. de Lambre a déduite des observations ; car la différence entre 9"7 & 10"6 est bien petite.

M. de la Place, en 1788, a trouvé + 5"3 sin. t — 6"0 sin. $2t$ — 0"7 sin. $3t$ — 0"2 sin. $4t$; il suppose la masse de Vénus qui donne 50" de diminution pour l'obliquité de l'écliptique.

En employant 10"6 d'équation, la correction du logarithme de la distance qui alloit jusqu'à 14, se réduiroit à dix parties, suivant la table de la Caille & la théorie de

Clairaut; or M. Lexell trouve 23 pour la diſtance 100000; ce qui fait 10 pour le logarithme, en réduiſant la maſſe de Vénus à 0"92 (*Mém. de l'Acad. de Péterſbourg, 1779, partie II, page 390*). Ainſi cette table diffère peu de celle que j'avois employée dans mon Aſtronomie, où la correction étoit 14. M. Lexell, d'après les difficultés que j'avois propoſées, a encore plus approfondi cette matière que Clairaut ne l'avoit fait; & les calculs de M. Fuſſ approchent beaucoup de ceux de M. Lexell; car M. Fuſſ trouve 25"7, & 11 ſur le logarithme, au lieu de 23 & 9, en ſorte qu'il a trouvé par un travail ſuivi, & une méthode différente, que la théorie de Clairaut étoit exacte; enfin M. de la Grange a eu le même réſultat (*Mémoires de Berlin, 1784, page 238*).

Je me ſuis donc contenté de diminuer de $\frac{5}{12}$ les nombres que j'avois employés dans mon Aſtronomie, en les multipliant par $\frac{7}{12}$ pour former une nouvelle Table qui revient à cette formule $- 2,5 \cos. t + 7,4 \cos. 2t + 1,1 \cos. 3t + 0,4 \cos. 4t$; elle ſe déduit facilement de l'expreſſion que Clairaut donne, *page 555*, $\frac{P}{M}(2,2314 \cos. t - 6,5360 \cos. 2t - 1,0270 \cos. 3t - 0,03586 \cos. 4t)$ il faut mettre pour $\frac{P}{M}$ la valeur des maſſes que j'ai donnée plus haut, multiplier par la moyenne diſtance de Vénus en parties de celle du Soleil, on a les équations des diſtances; les variations des logarithmes ſont $\frac{11}{50}$ de celles des nombres naturels, avec mêmes quantités de chiffres; ainſi il eſt aiſé d'en déduire les corrections des logarithmes. J'ai changé les ſignes, parce que la formule donne la diſtance vraie, & que l'unité diviſée par la diſtance, donne un ſigne contraire.

L'ÉQUATION LUNAIRE du Soleil, ſuivant Mayer, eſt de 8" dans ſon plus grand effet; c'eſt à-peu-près la même quantité que dans la Caille, qui la faiſoit de 8"5. Euler la ſuppoſoit de 15" dans ſes premières Tables, imprimées avec ſes Opuſcules en 1746; Clairaut trouvoit, pour les

équations produites pour la Lune, les quantités suivantes (*Mém. 1754, page 536*); nommant t la longitude de la Lune moins celle du Soleil, & z l'anomalie moyenne du Soleil

$$+ 12'' \text{ sin. } t + 2''9 \text{ sin. } (t + z) - 2''7 \text{ sin. } (t - z);$$

il employoit alors la masse de la Terre par rapport au Soleil, comme Newton, la parallaxe du Soleil de 10", & la masse de la Lune $\frac{1}{48}$ de celle de la Terre. En comparant les observations de la Caille avec le calcul, il réduisit à 7"7 la première équation; les autres à 1"8 & 1"7, comme il paroît en décomposant sa Table, & comme il le dit (*Mém. de l'Acad. 1757, page 136*): ce qui supposoit la masse de la Lune $\frac{1}{67}$, celle de la Terre restant la même; mais les résultats varioient depuis 1" jusqu'à 13" (*page 558*).

Pour vérifier cet élément de la masse lunaire, j'ai comparé un grand nombre d'observations sur les marées de Brest, rassemblées dans mon *Traité du flux & du reflux de la mer*; elles m'ont donné 18 pieds 3 pouces pour les marées moyennes des syzygies, & 8 pieds 5 pouces pour les quadratures. Ainsi l'effet de la Lune est de 13 pieds 4 pouces, & celui du Soleil 4 pieds 11 pouces. Ces quantités me paroissent trop bien vérifiées pour laisser quelque doute sur l'équation que nous cherchons; elles donnent 2,712 pour la force de la Lune, qui, multipliée par le cube de $\frac{8''6}{57'}$ rapport des parallaxes du Soleil & de la Lune, exprime la masse de la Lune par rapport à celle du Soleil; j'en ai conclu $\frac{1}{66}$ par rapport à la Terre. Cela diffère peu de la fraction employée par Clairaut: aussi je trouve 7"5 pour la première équation; 1"8 & 1"7 pour les autres. Dans les tables de la Caille, il y avoit 7"7, 1"8 & 1"6; la différence est insensible, & ne vaudroit pas la peine de changer la Table.

En employant la formule de M. d'Alembert (*Recherches sur divers points, &c. partie II, page 8; Mém. 1757, page 137*), on a la première ou la plus grande équation, égale

à la parallaxe du Soleil divisée par celle de la Lune & par la masse de la Terre qui est soixante-six fois celle de la Lune, le tout multiplié par 57^d ou l'arc égal au rayon; ce qui donne pour la première équation lunaire 7″9; mais la formule de Clairaut est un peu plus exacte.

En employant la formule d'Euler (*Mém. de Pétersbourg, 1747, page 441*), on auroit 7″9 pour les masses & les parallaxes que je viens de rapporter; car il trouve $0{,}05645 \frac{N}{M}$, où $\frac{N}{M}$ signifie la masse de la Lune divisée par la masse du Soleil, & multipliée par le carré de la parallaxe de la Lune divisée par celle du Soleil; M. de la Place, en 1788, a trouvé + 6″ sin. t, en employant la masse de Vénus qui résulte de la nutation supposée de 18″.

La correction du logarithme des distances dans la table de la Caille est + 15 cos. t — 7 cos. $(t - z)$ + 2 cos. $(t + z)$ du moins à peu-près, car il y a quelquefois une ou deux unités de différence. Mais j'observe que la correction de la distance dans le Mémoire de Clairaut, ne donne pas le même rapport pour les trois termes; en effet, voici l'expression (*Mém. Acad. 1754, page 535*) — 0,005264 cos. t + 0,001256 cos. $(t - z)$ — 0,001073 cos. $(t + z)$ qu'il faut multiplier par χ; mais la valeur de χ qui donnoit à Clairaut 14″5 pour l'équation, ne doit donner que 7″5; je la réduis donc à 0,006813, & j'ai les termes, 0,0000359; 0,00000856, que 7″5, & 0,00000731, auxquels répondent en logarithmes de 7 chiffres 15,6; 3,7 & 3,2, les deux derniers approchent bien plus de l'égalité que dans la table de la Caille.

Au reste, M. de la Place trouve que les deux petites équations ne doivent point avoir lieu, & qu'elles sont le résultat d'une omission faite par Clairaut dans sa théorie; ainsi je ne les emploîrai point.

M. de Lambre, en discutant les observations de M. Maskelyne, a trouvé que l'équation de 6″ s'accordoit fort bien avec les lieux du Soleil; ainsi il n'y a pas beaucoup

d'incertitude sur cette équation ; mais il étoit nécessaire d'en parler ici pour faire voir que tous les Auteurs s'accordent, quand on emploie dans leurs formules des élémens plus exacts que nous avons actuellement.

Pour l'action de Jupiter, M. de la Place, en 1788, a trouvé $-7''0$ sin. $t + 2''6$ sin. $2t + 0''2$ sin. $3t$; il rejette les deux équations que Clairaut faisoit dépendre de l'anomalie du Soleil. Enfin M. de la Place a trouvé pour l'action de Mars $-3''5$ sin. $2t + 2''8$ sin. $(2M - T + 47^d\ 23')$, en appelant M la longitude héliocentrique de Mars, T celle de la Terre ; & supposant la densité de Mars, comme M. de la Grange, en raison inverse de la distance.

On a vu ci-dessus, que l'inégalité du Soleil qui provient de Vénus, est beaucoup plus petite que dans les tables de la Caille. Le mouvement de l'apogée du Soleil est aussi plus petit ; j'ai fait voir que le mouvement du Soleil devoit être un peu plus grand, ou de $46'\ 0''$; d'un autre côté, M. de Lambre a vérifié aussi les époques, & il a trouvé par trois cents observations très-exactes de M. Maskelyne, que pour 1780, il faut ôter $7''5$ de la longitude moyenne du Soleil, & $2'\ 29''$ de l'apogée. A l'égard de l'équation de l'orbite, elle se trouve de $1^d\ 55'\ 36''5$ pour 1750, ce qui fait seulement $4''9$ de moins que dans les tables de la Caille & de Mayer qui avoit suivi la Caille. C'est avec ces élémens qu'il a calculé pour la troisième édition de mon Astronomie, de nouvelles tables du Soleil, dont les erreurs n'iront jamais à $10''$, & seront par conséquent trois fois moindres que celles des tables de la Caille, quelque précieuses qu'elles aient été jusqu'à présent : on ne pensoit pas d'avoir sitôt ce nouveau degré de perfection dans l'Astronomie ; mais le zèle & l'habileté de M. de Lambre ont surpassé nos espérances dans cette partie comme dans plusieurs autres.

SUR L'ÉQUATION DE MARS, ET SON MOYEN MOUVEMENT.

Par M. DE LA LANDE.

L'OPPOSITION de Mars observée en 1785, m'a donné occasion de revenir sur cet élément dont je m'étois déjà occupé. Mars a été comparé avec les étoiles τ & υ du Taureau, & avec Aldebaran; l'erreur de mes Tables s'est trouvée constamment de 4 minutes en excès pour la longitude géocentrique; & je trouve que l'opposition est arrivée le 27 Novembre, à $6^h\ 10'$, temps moyen, la longitude de Mars étant de $2^f\ 5^d\ 59'\ 49''7$, & la latitude géocentrique, $1^d\ 38'\ 5''$ boréale, à quelques secondes près.

L'anomalie de Mars étant de $8^f\ 23^d$, cette observation étoit très-propre à faire connoître l'excentricité de l'orbite de Mars, sur laquelle j'ai donné différens résultats (*Mém. Acad. 1755, 1775*); pour cela, je la comparerai avec celle de 1779, dans laquelle l'anomalie étoit de $3^f\ 0^d$, & l'équation en sens contraire.

Mais pour rendre cette comparaison plus exacte, j'ai cru devoir y faire entrer les perturbations de Mars, dont j'ai donné le calcul dans les *Mém. de 1758 & 1761.* Je profiterai de cette occasion pour changer la valeur de celles que j'avois données pour l'action de la Terre sur Mars; la masse de la Terre est beaucoup moindre, suivant les observations du passage de Vénus en 1769, que je ne la supposois auparavant; je prenois alors pour son logarithme 4,77139; je le fais actuellement de 4,45360; ainsi les équations que j'avois trouvées (*Mém. Ac. 1761, p. 286*), doivent se réduire aux suivantes, que l'on doit appliquer au calcul des Tables.

$$+ 6''4 \text{ sin. } t - 0''9 \text{ sin. } 2t - 32''5 \text{ sin. } (t - u)$$
$$+ 14''2 \text{ sin. } (2t - u) + 13''4 \text{ sin. } (2t - z),$$

dans lesquelles t est la longitude héliocentrique de la Terre, moins celle de Mars, u l'anomalie moyenne de Mars, & z celle de la Terre ou du Soleil.

Je ne changerai rien aux équations produites par l'action de Jupiter (*Mém. 1758, page 24*). Je vais seulement les rapporter ici, nommant t la longitude héliocentrique moyenne de Mars moins celle de Jupiter, on a les équations suivantes:

$$-25''7 \sin. t + 12''2 \sin. 2t + 9''2 \sin. (t-u)$$
$$-17''6 \sin. (2t-u) - 1''4 \sin. (t+u) + 1''6 \sin. (2t+u).$$

La somme de toutes ces équations dans l'opposition de 1779, est $-8''$, dans celle de 1785 $-30''$.

L'erreur de mes Tables, sur la longitude héliocentrique de Mars, ou la correction qu'il faut y appliquer pour les accorder avec l'observation, est $+41''$ & $-55''$; en sorte que le mouvement est trop fort de 1′ 36″; mais en diminuant de 48″ la plus grande équation, on le rend conforme à l'observation, & il ne reste que 7″ à ôter de l'époque de mes Tables.

Ainsi d'après ces deux observations, l'équation de l'orbite de Mars seroit de	10ᵈ 41′ 25″
Par des oppositions calculées dans mon Astronomie, elle seroit	10ᵈ 41′ 20″
Je l'ai trouvée dans les *Mém. de 1775, page 234*	10. 40. 3.
	10. 40. 36.
Elle est dans les *Tables de Halley*	10. 40. 2.

Telle est l'incertitude qui nous reste sur cet élément; elle est moindre que pour les autres planètes; mais les erreurs deviennent plus importantes pour Mars, parce qu'elles se multiplient par sa proximité à la Terre: dans la dernière opposition, l'erreur n'étoit que de 1′ 25″ sur le lieu héliocentrique, & elle étoit de 4′ 0″ sur le lieu vu de la Terre. Les perturbations négligées jusqu'ici dans les calculs, peuvent produire des différences d'une minute entre les observations; ainsi il n'est pas étonnant qu'on ait encore

une minute d'incertitude ſur la plus grande équation. Mais en la ſuppoſant de $10^d\ 40'\ 40''$, on ne peut pas s'écarter beaucoup de la vérité, & l'excentricité de l'orbite de Mars ſe trouve par-là de 141840, la diſtance moyenne du Soleil à la Terre, étant ſuppoſée 1000000. En augmentant l'équation d'une minute, on augmente l'excentricité de 220.

M. de Lambre a refait, d'après ces élémens, la Table de l'équation & des diſtances de Mars, & on la trouvera dans la *Connoiſſ. des Temps de 1790*, & dans la troiſième édition de mon *Aſtronomie.*

La correction moyenne des époques, réſultante des oppoſitions que je viens de comparer & de celles que j'avois examinées dans les *Mém. de 1775*, eſt 30" à ſouſtraire. Pour 1592, ſuivant les Tables de Képler, elle ſeroit — 22"; la différence eſt inſenſible; ainſi, je ne changerai rien au moyen mouvement que j'avois employé dans mes Tables.

Cependant les oppoſitions de Mars rapportées par Képler *(de ſtella Martis, page 90)*, ne s'accordent pas parfaitement avec les Tables: mais cela vient des erreurs d'obſervations, qui vont quelquefois à pluſieurs minutes. Je vais rapporter ici les ſept ſur leſquelles Képler ne jette aucun doute; & je mettrai dans la dernière colonne, l'erreur de mes Tables ſur la longitude héliocentrique.

	TEMPS MOYEN à Paris.		LONGITUDE.				LATITUDE.			CORREC. des Tables en longit.	
	H.	M.	S.	D.	M.	S.	D.	M.		M.	S.
1582. 28 Déc. v. ſt.	3.	16	3.	16.	55.	30	4.	6.	B.	+ 0,	1
1585. 30 Janv.	18.	32	4.	21.	36.	10	4.	32.	19	+ 1,	52
1587. 6 Mars.	6.	41	5.	25.	43.	0	3.	41.		+ 6,	10
1589. 14 Avril.	5.	41	7.	4.	23.	0	1.	12.	45	+ 2.	21
1591. 8 Juin.	7.	1	8.	26.	43.	0	4.	0.	A.	+ 3.	5
1593. 25 Août.	16.	45	11.	12.	16.	0	6.	2.		— 6.	51
1595. 30 Octobre.	23.	57	1.	17.	31.	40	0.	8.	B.	— 6.	55

Mais

Mais en rectifiant le calcul de Képler pour les deux dernières, savoir, pour 1593, d'après mon Mémoire sur le mouvement de Mars (*Mém, 1757, page 444*), & pour 1595, d'après M. Cassini, *page 489*, les erreurs héliocentriques se réduisent à — 12″ & — 2′40″. M. de Lambre a aussi refait le calcul de celle de 1587; il a discuté les observations de Tycho, dont Képler s'étoit servi, & d'autres encore; il a trouvé la correction géocentrique des Tables — 2′ 45″; l'opposition à 9^h 27′ $\frac{1}{4}$ dans $5^s 25^d 42' 27''$; & la latitude héliocentrique par les Tables, de $1^d 49' 20''$.

Je vois donc, dans ces observations, des erreurs en plus & en moins; il y a d'ailleurs des observations qui diffèrent entre elles de plus de cinq minutes : ainsi, je ne vois pas de correction évidente à faire sur les moyens mouvemens que j'ai employés dans mes Tables.

Les cinq observations anciennes, rapportées dans l'Almageste de Ptolémée, *pages 241 — 250*, semblent exiger une diminution de 20″ par siècle. Je vais rapporter les longitudes suivant Ptolémée, avec les corrections que je crois nécessaires (*Mém. 1766, page 467*).

	TEMPS MOYEN à Paris.			LONGITUDE Ptolémée.			LONGITUDES corrigées.			Par mes Tab.			CORREC. des Tables.		ERREURS héliocen.
		H.	M.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.	M.	D.	D.	M.	M.
271 avant J. C.	17 Janv.	15.	0	7.	2.	15	7.	1	41.	7.	2.	1	— 0.	20	— 23
130 après J. C.	14 Déc.	11.	8	2.	21.	0	2.	22.	1	2.	21.	19	+ 0.	42	+ 19
135	21 Fév.	7.	8	4.	28.	50	4.	29.	53	4.	29.	46	+ 0.	7	+ 3
139	27 Mai.	8.	8	8.	2.	34	8.	3.	38	8.	2.	8	+ 1.	30	+ 24
139	30 Mai.	7.	8	8.	1.	36	8.	2.	40	8.	1.	14	+ 1.	26	+ 23

La dernière colonne contient les erreurs sur la longitude héliocentrique moyenne, la première étant réduite au temps de Ptolémée, c'est-à-dire à l'année 137. Ne prenant les deux dernières observations que pour une seule, l'erreur moyenne des quatre observations est de + 5′ $\frac{1}{2}$; cela indi-

autres positions : je vais commencer par des observations faites dans la dernière quadrature, qui m'ont indiqué une diminution à faire sur la distance, en me montrant une erreur de 28″ dans le calcul du lieu géocentrique, quoique corrigé par les observations de l'opposition. J'avois déjà remarqué un effet pareil sur les plus grandes digressions de Vénus, mais il n'étoit pas assez constant pour en tirer des conséquences.

DATES des Observations.	TEMPS moyen.	ASCENSION droite observée.	DÉCLINAIS.	LONGITUDE observée.	LONGITUDE calculée.	ERREUR des Tables.
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	S. D. M. S.	S. D. M. S.	M. S.
1786. 17 Janvier.	7. 58. 19	56. 59. 55	22. 31. 42	1. 29. 45. 54	1. 29. 48. 16	2. 32
19	7. 52. 5	57. 24. 14	22. 35. 35	2. 0. 8. 38	2. 0. 11. 20	2. 42
9 Février.	6. 55. 9	63. 49. 50	23. 39. 36	2. 6. 9. 11	2. 6. 11. 44	2. 33
10	6. 52. 49	64. 13. 59	23. 43. 2	2. 6. 31. 38	2. 6. 33. 40	2. 2
12	6. 48. 10	65. 1. 32	23. 49. 32	2. 7. 15. 37	2. 7. 17. 40	2. 3
13	6. 45. 47	65. 25. 49	23. 52. 46	2. 7. 38. 5	2. 7. 40. 5	2. 0
14	6. 43. 32	65. 50. 43	23. 56. 32	2. 8. 1. 10	2. 8. 3. 14	2. 4
15	6. 41. 16	66. 15. 40	23. 59. 45	2. 8. 24. 12	2. 8. 26. 25	2. 13
16	6. 39. 2	66. 41. 0	23. 58. 6	2. 8. 47. 12	2. 8. 49. 28	2. 16
19	6. 32. 28	67. 59. 36	24. 12. 35	2. 10. 0. 0	2. 10. 2. 1	2. 1
20	6. 30. 25	68. 26. 35	24. 15. 44	2. 10. 24. 48	2. 10. 26. 27	1. 39
23	6. 24. 1	69. 48. 3	24. 25. 2	2. 11. 39. 39	2. 11. 41. 49	2. 10
24	6. 21. 58	70. 16. 10	24. 28. 7*	2. 12. 5. 27	2. 12. 7. 27	2. 0
25	6. 19. 54	70. 44. 20	24. 31. 23	2. 12. 31. 18	2. 12. 33. 15	1. 57
26	6. 17. 51	71. 12. 50	24. 34. 10	2. 12. 57. 24	2. 12. 59. 17	1. 53

On voit que le 24 Février, l'erreur des Tables est de 2′ 0″, & il y a plusieurs jours d'observations qui donnent à très-peu près le même résultat. J'ai corrigé pour ce jour-là, de 1′ 25″ la longitude héliocentrique vraie tirée des Tables ; & cette correction, qui m'avoit été indiquée par les observations faites dans l'opposition indépendante des distances,

auroit dû accorder les Tables avec l'observation, mais la différence s'est trouvée encore de 28″. Celle-ci ne peut s'attribuer qu'à l'erreur du rayon vecteur ou de la distance de Mars au Soleil ; l'on trouve que pour faire disparoître cette erreur de 28″, il faut ôter 72 du logarithme de la distance tirée de mes Tables, & cette distance accourcie, au lieu d'être 1,62124, se trouve par-là 1,62097. La correction seroit encore plus forte suivant les observations du 16 & du 23.

Ce changement de distance suposeroit 10′ de diminution sur le lieu de l'aphélie, mais les dernières oppositions ne m'ont donné que 5′ ; ainsi l'on ne peut imputer cette erreur au seul défaut de l'aphélie.

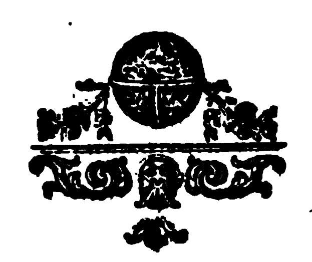
On peut encore moins l'attribuer à la durée de la révolution de Mars, d'où l'on déduit la distance moyenne. Nous n'avons pas plus de 20″ d'incertitude sur la durée de cette révolution, & il n'en résulteroit pas sur la distance, la cinq-centième partie de l'erreur que nous avons à corriger.

Les perturbations sur la distance n'ont pas encore été calculées, mais il ne paroît pas qu'elles puissent produire cet effet, à en juger par celles de la Terre ; il peut donc se faire que la règle de Képler donne une distance trop grande. Les digressions de Mercure aphélie & périhélie, m'ont semblé indiquer une pareille différence, mais elle n'est pas assez considérable pour qu'on puisse prononcer, quant-à-présent, sur ce fait important pour la cosmologie.

C'est en faisant les mêmes recherches sur plusieurs quadratures de Mars, qu'on vérifiera si la règle de Képler est en effet sujette à cette restriction. Mais depuis un siècle on n'observe Mars que dans les oppositions, ainsi nous ne pourrions trouver jusqu'ici des observations propres à cette recherche : le nouvel établissement formé à l'Observatoire royal nous en procurera. Il est naturel que des Astronomes très-occupés de leurs recherches, de leurs idées, de leurs entreprises, ne se livrent au détail des observations que relativement à l'usage qu'ils en veulent faire, & au projet

dont ils ſont occupés. C'eſt quand il arrive une idée nouvelle & un nouveau beſoin, qu'on s'aperçoit, mais trop tard, de la pénurie des obſervations. C'eſt ainſi que j'ai eu lieu très-ſouvent de regretter qu'il n'y eût pas d'obſervateurs deſtinés à ſuivre toutes ces eſpèces d'obſervations, ſans égard à l'utilité qu'on croit pouvoir en retirer actuellement. Ces avantages naiſſent avec le temps, & la difficulté que je viens d'examiner dans ce Mémoire, prouve qu'il ne faut pas attendre, pour obſerver, qu'on ſache à quoi l'obſervation pourra ſervir.

Depuis la lecture de ce Mémoire, M. de la Place, par les calculs de l'attraction, trouve dans les diſtances de Jupiter & de Saturne quelque différence. La diſtance de Jupiter eſt, ſelon ſa théorie 52028, tandis que la règle de Képler donne 52012, & pour Jupiter 95407, au lieu de 95379 qu'on déduiroit de la révolution obſervée & corrigée par les inégalités de ces Planètes; ainſi la théorie confirme ce que j'avois prévu, que la règle de Képler peut ſouffrir quelque reſtriction dans la conſtruction de nos Tables aſtronomiques.



SUR L'INCLINAISON ET LE NŒUD DE L'ORBITE DE JUPITER.

Par M. DE LA LANDE.

JE donnai en 1768, une détermination de l'inclinaiſon de Jupiter, obſervée avec ſoin dans ſa limite boréale: l'oppoſition de 1785, obſervée avec la même exactitude à l'École Militaire avec un mural de 7 ½ pieds, m'a fourni une pareille détermination dans la limite auſtrale; elle eſt d'autant plus importante, que l'on a varié beaucoup pour cet élément.

M. Caſſini, dans ſes Élémens d'Aſtronomie, rapporte beaucoup d'obſervations de cette inclinaiſon, & s'en tient à $1^d\ 19'\ 38''$. Dans ſes Tables il la fait de $1^d\ 19'\ 30''$; M. le Gentil, par une obſervation de 1673, $1^d\ 18'\ 28''$ *(Mém. de l'Ac. 1758)*, & par l'oppoſition de 1750, $1^d\ 19'\ 2''$. Je trouvois en 1768, $1^d\ 19'\ 4''$, ce qui ne différoit pas beaucoup des tables de Halley, où il y a $1^d\ 19'\ 10''$. Je m'en étois tenu à cette dernière quantité dans mes Tables de Jupiter; mais les obſervations de 1785, les plus exactes, ce me ſemble, qu'on y ait encore employées, donnent $26''$ de moins.

Jupiter étoit ſi près de ſa limite, que la latitude ne différoit pas d'un tiers de ſeconde de l'inclinaiſon abſolue de ſon orbite. La latitude héliocentrique ſuppoſée de $1^d\ 19'\ 10''$, devoit produire $1^d\ 39'\ 12''$, vue de la Terre; & en diminuant la première de $26''$, on diminue l'autre de $32''$: c'eſt ce qui réſulte des obſervations, qui m'ont donné pour la latitude obſervée $1^d\ 38'\ 40''$.

	Temps moyen.	Ascension droite.	Déclinais. boréale.	Longitude	Latitude australe.
1785. 27 Sept.	12h 11' 12"	9d 59' 1"	2d 31' 5"	10d 9' 45"	1d 38' 36"
28 Sept.	12. 6. 55	9. 51. 52	2. 28. 0	10. 1. 56	1. 38. 40
1 Oct.	11. 53. 40	9. 29. 37	2. 18. 21	9. 37. 45	1. 38. 40
27 Oct.	9. 59. 36	6. 31. 57	1. 5. 12	6. 25. 37	1. 35. 56

Par un milieu entre ces observations, la longitude de Jupiter, calculée par mes Tables, est plus petite de 1' 18", ce qui fait 1' 2" sur la longitude héliocentrique, en négligeant les perturbations produites par l'action de Saturne, & la latitude trop grande de 33". En employant ces erreurs moyennes, je trouve l'opposition le 1.er Octobre à 21h 55' 8", réduite au méridien de l'Observatoire royal, la longitude 0s 9d 34' 24", & la latitude géocentrique 1d 38' 40" australe, qui, réduite au Soleil, donne 1d 18' 44" pour la latitude héliocentrique, égale à l'inclinaison de l'orbite; le milieu entre 1d 19' 4" & 1d 18' 44", est 1d 18' 54". Comme elle diminue de 27" par siècle, suivant M. de la Grange (*Mém. de Berlin, 1782*), ou 21" en diminuant d'un tiers la masse de Vénus, il n'est pas étonnant que je trouve actuellement l'inclinaison plus petite que dans les tables de Halley.

Les oppositions de 1775, 1776, 1777, 1782 & 1783, arrivées aux environs des nœuds, m'ont fait voir des erreurs de 30 à 40" sur la latitude, ce qui indique environ 35' à ôter du nœud que j'avois employé dans mes Tables; & M. de Lambre a trouvé, par des calculs détaillés, qu'il faut réduire sa longitude à 3s 8d 14' pour 1783.

A l'égard du mouvement du nœud, il est difficile à déterminer par les anciennes observations. Il paroît par celles du dernier siècle, que ce mouvement est d'environ 37" par an; mais il est difficile de le concilier avec l'observation faite deux cents quarante ans avant J. C. où Jupiter parut cacher l'étoile δ de l'Écrevisse; cette étoile, qui est actuellement à 4' 18" de latitude boréale, devoit avoir alors une latitude australe,

&

& l'on trouve un quart de degré d'erreur pour la latitude de Jupiter à cette époque. Mais il est très-possible que l'étoile ait paru aux yeux être cachée par Jupiter, quoiqu'il fût de plusieurs minutes au nord. La lumière de Jupiter, que quelques auteurs ont estimée avoir 10′ de diamètre à la vue simple, nous rend totalement invisibles ses satellites, qui sont aussi gros que des étoiles de cinquième grandeur; l'étoile δ de l'Écrevisse n'est que de quatrième grandeur, & elle pouvoit très-bien disparoître à 15′ de Jupiter: ainsi cette observation ancienne me paroît insuffisante pour rejeter le mouvement que donnent le calcul de l'attraction & les observations modernes.

M. le Gentil a calculé des observations de Gassendi, faites en 1633 (*Mém. Acad. 1758*), mais il trouve 1′ 6″ pour le mouvement annuel. Il faut avouer que ces observations sont bien grossières pour une recherche aussi délicate; on y trouve des différences de 2′ sur la latitude, comme M. de Lambre s'en est assuré; cependant le résultat le plus plausible, donne le nœud à $3^s\,6^d\,42'$ pour 1634, & le mouvement annuel 37″.

Les observations de Pound, faites en 1716, & rapportées dans les Transactions philosophiques, sont les seules que je connoisse qui aient assez de précision & d'ancienneté pour cette recherche. M. de Lambre a trouvé qu'elles donnent le lieu du nœud $3^s\,7^d\,30'$, & le mouvement annuel 37″. La théorie de M. de la Grange donne 31″, mais après avoir diminué la masse de Vénus de $\frac{1}{10}$, on a 36″ $\frac{1}{4}$. Ainsi le résultat des observations exige qu'on diminue la masse de Vénus; il est vrai que pour le calcul des observations, on a supposé le changement de latitude des étoiles, d'accord avec mon hypothèse sur la masse de Vénus, ce qui doit donner un résultat conforme à cette même hypothèse. Mais il me paroît toujours que la théorie & les observations sont assez d'accord à faire le mouvement du nœud de Jupiter de 36 ou 37″ par année.

OBSERVATIONS DES PLANÈTES,

Faites à l'École Militaire en 1784 & 1785, avec un quart-de-cercle mural de sept pieds & demi de rayon.

Par M. D'AGÉLET.

ON a vu, dans le volume de 1785 *(p. 267)* des observations de M. d'Agelet, faites en 1783, & qui ont été tirées de ses registres, après son départ pour le Voyage autour du monde *. Celles de 1784, que l'on publie ici, en feront une suite; elles suppléeront également à celles de l'Observatoire royal, dont la publication n'a commencé qu'à 1785. On trouvera dans le volume de 1785, la latitude de l'École militaire & l'erreur du quart-de-cercle sur les passages & les hauteurs; ainsi nous n'avons rien à ajouter à cet égard.

Pendant l'hiver, le temps fut très-mauvais & M. d'Agelet malade; il n'observa que des étoiles pour son catalogue.

	TEMPS DE LA PENDULE.				DISTANCES AU ZÉNITH.			
		H.	M.	S.		D.	M.	S.
1784. 28 Mai.	1.er bord du Soleil.	7.	14.	43	Bord supérieur...	26.	50.	24
	Second bord....		17	1 ½				
2 Juin.	Centre de ♀....	6.	16.	7	....	31.	7.	26
	Soleil.........	7.	30.	48 ¾	....	26.	17.	37
3 Juin.	....		33.	6 ½	.			
	Vénus.........	6.	20	59.	....	30.	47.	57
	Soleil.........	7.	34.	50 ½	....	26.	10.	18
			37.	8 ¾				

* Les frégates la *Boussole* & l'*Astrolabe*, étoient le 5 Avril 1787 à Manille, d'où elles alloient rentrer dans la mer du sud & se diriger vers le Kamtschatka.

	TEMPS DE LA PENDULE.				DISTANCES AU ZÉNITH.			
		H.	M.	S.		D.	M.	S.
	La pendule a été arrêtée.							
1784. 20 Juin.	Soleil..........	0.	44.	1 ½	.... b. sup.	25.	8.	22
	....		46.	20 ½	.... b. inf.	25.	40.	6
21 Juin.	Aldebaran.......	11.	10.	14 ½	....	32.	48.	32
	Vénus..........	11.	51.	39	....	26.	25.	7
	Soleil..........	0.	48.	7	....	25.	8.	27
	....		50.	25	....	25.	40.	11
4 Juill.	Aldebaran.......	11.	9.	48 ½	....	32.	48.	28
	Vénus..........	1.	0.	2 ¼	....	25.	19.	31
12 Juil.	Vénus..........	1.	42.	21	....	35.	27.	6
	Soleil..........	2.	13.	29 ½ }	....	26.	43.	20
	....		15.	47 ¼ }				
14 Juil.	Vénus..........	1.	52.	52 ¾	....			
	Soleil..........	2.	21	28 ¾	....	27.	1.	26
	....		23.	45 ¼				
	Le midi vrai par des hauteurs 2h 22′ 33″; erreur — 4,4.							
7 Sept.	α ♑ la première...	8.	48.	25	....	62.	2.	55
	Jupiter	10.	57.	7 ¼	....	61.	11.	16
9 Sept.	1.er bord du Soleil.	11.	54.	40 ½	....	43.	35.	52
	Vénus	0.	29.	45 ½	....	46.	4.	10
	Mercure	1.	27.	30	....	55.	3.	20
	γ d'Ophiucus.....	6.	29.	22 ¾	....	58.	35.	12
13 Sept.	Soleil..........	0.	8.	48 ¼	....	45.	7.	35
	....		10.	57 ¼	....	48.	6.	32
	Vénus..........	9.	48.	38 ¼				
14 Sept.	Soleil..........	0.	12.	20	....	45.	30.	40
	....		14.	28 ½				
	Mercure.........	1.	46.	47	....	58.	30.	38
	ι ♒	10.	2.	7 ½	....	55.	21.	53
	λ ♒	10.	36.	42	....	63.	45.	11
	Jupiter	10.	53.	32 ¼	....	61.	28.	50
15 Sept.	Soleil..........	0.	15.	52 }				
	....		18.	0 ¼ }	....	45.	53.	50

		TEMPS DE LA PENDULE.			DISTANCE AU ZÉNIT.			
		H.	M.	S.		D.	M.	S.
	Midi vrai 0h 16′ 54″6; erreur — 1″8.							
1784. 15 Sept.	Vénus.........	0.	56.	34 ½	....	49.	7.	57
	Saturne........	7.	56.	59	....	71.	2.	47
	α de l'Aigle......	8.	22.	11 ½	....	40.	33.	12
	ζ de la Baleine....	13.	14.	36	....	68.	0.	26
16 Sept.	1.er bord du Soleil.	0.	19.	23 ¾	....	46.	17.	3
	Vénus.........	1.	1.	2 ¼	....	49.	38.	42
	Mercure........	1.	53.	33 ¼	....	59.	28.	42
	ι d'Antinoüs.....	8.	7.	22 ½	....	50.	36.	36
	β ♒..........	10.	1.	59	....	55.	21.	50
	θ ♒..........	10.	47.	14 ¼	....	57.	41.	55
	Jupiter........	10.	52.	34 ½	....	61.	33.	15
	δ ♒..........	11.	24.	58 ½	....	65.	48.	6
17 Sept.	1.er bord du Soleil.	0.	22.	54 ½	....	46.	40.	16
	Vénus.........	1.	5.	29 ½	....	50.	9.	26
	Mercure........	1.	56.	43 ½	....	59.	55.	39
	δ d'Ophiucus....	4.	44.	47 ½	....	51.	59.	15
	Saturne........	7.	56.	47 ¼	....	71.	13.	2
18 Sept.	Soleil.........	0.	26.	26 ½	....	47.	3.	35
	....		28.	35 ½				
	Midi vrai par des hauteurs 0h 27′ 29″ 2; erreur — 1″8							
	λ du Capricorne..	10.	16.	35 ½	....	61.	11.	55
	Jupiter........	10.	56.	38	....	61.	37.	18
25 Sept.	1.er bord du Soleil.	0.	51.	18	....	49.	47.	20
	Vénus.........	1.	41.	27 ½	....	54.	14.	21
30 Sept.	γ de Pégase.....	0.	43.	24 ¾	....	34.	52.	42
	2.e bord de la ●..	14.	52.	22	à 51′ 10″ b. sup.	30.	55.	21
	ε du Bélier......	3.	28.	10 ½	....	28.	23.	53
	γ du Taureau....	4.	48.	48	....	33.	46.	17
3 Oct.	Soleil.........	1.	19.	56	....	52.	54.	7
	....		22.	3	....	53.	26.	9
	Vénus.........	2.	17.	57 ¼	....	58.	12.	48

	TEMPS DE LA PENDULE.	H.	M.	S.	DISTANCE AU ZÉNITH.	D.	M.	S.
1784. 4 Oct.	Soleil.........	1.	23.	31 ½	....	53.	17.	16
	....		25.	41				
7 Oct.	Soleil.........	1.	34.	23	....	54.	26.	22
	....		36.	33 ¼	....	54.	58	29
	Midi vrai par les hauteurs 1h 35′ 29″0; erreur + 0″8.							
	Vénus.........	2.	36.	29	....	60.	6.	45
13 Oct.	2.d bord du Soleil.	1.	59.	38 ½	....	56.	42.	21
	Vénus.........	3.	5.	55 ½	....	62.	50.	15
14 Oct.	Soleil.........	2.	4.	49 ¾	....	57.	27.	0
	....		7.	0 ½	....	57.	59.	16
	Vénus.........	3.	15.	28 ¾	....	63.	42.	15
15 Oct.	Rigel..........	5.	45.	56 ½	....	57.	18.	40
16 Oct.	1.er bord du Soleil.	2.	8.	31 ¼	....	57.	49.	5
	Vénus.........	3.	20.	16 ¾	....	64.	7.	46
	Jupiter.........	10.	44.	32	....	62.	13.	12
	Étoile du ♒ 7.e gr.	10.	53.	27 ½	....	64.	52.	6
23 Nov.	λ du Capricorne...	10.	15.	36 ½	....	61.	11.	45
	Jupiter.........	10.	49.	17	....	61.	34.	36
	ζ de Pégase......	11.	11.	29 ¼	....	39.	9.	5
26 Nov.	1.er bord du Soleil.	4.	51.	23 ½	....	69.	42.	50
1 Déc.	1.er bord du Soleil.	5.	12.	47 ½	....	70.	32.	35
	M. d'Agelet fut élu par l'Académie le 15 Janvier 1785.							
1785. 19 Mars.	γ des Gémeaux....	7.	4.	53 ½	....	32.	18.	3
	2 ω ♊ 6.e à 7.e grand.	7.	31.	57 ½	....	25.	55.	6
	1.er b. de la Lune..	8.	20.	25 ¼	à 21′ 32″.....	25.	10.	10
	μ du Cancer.....	8.	33.	9 ½	....	25.	38.	4
	La pendule retarde sur les étoiles de 1″3 par jour.							
21 Mars.	Rigel.........	5.	43.	40 ½	....	57.	19.	5
	1.er b. de la Lune..	10.	0.	3 ¼	à 1′ 8″ b. s.	33.	22.	41
	ψ du Lion......	10.	11.	34 ½	....	33.	52.	24
22 Mars.	Rigel.........	5.	43.	40	....	57.	18.	59
23 Mars.	d du Lion......	11.	28.	56 ½	....	44.	5.	46
	1.er b. de la Lune..	11.	29.	35	b. sup.	43.	58.	8

		TEMPS DE LA PENDULE.	DISTANCE AU ZÉNITH.
		H. M. S.	D. M. S.
		La pendule a été remise à l'heure.	
1785. 12 Avril.	Vénus..........	4. 13. 47 ½	.... 22. 57. 40
	1.er bord de la ●..	4. 17. 5 ¼	centre.. 22. 54½
	α des Gémeaux...	7. 19. 31 ½	.... 16. 31. 48
	Procyon........	7. 26. 43	.... 43. 6. 10
	β des Gémeaux...	7. 30. 49 ½	.... 20. 20. 30
	Immersion de Vénus sous la Lune 0h 11′ 10″ & 2′ 39″, temps vrai; émersion 0h 48′ 52″5; première corne 49′ 55″, dernière corne 50′ 22″.		
13 Avril.	1.er bord du Soleil	1. 26. 6 ¼.	
25 Avril.	2.d bord du Soleil	2. 12. 26 ¼.	

Les préparatifs du Voyage autour du monde, ont interrompu les observations.

Après le départ de M. d'Agelet, on a démoli l'Observatoire de l'École militaire pour continuer les bâtimens; mais M. le Maréchal de Ségur l'a fait reconstruire en 1787, par les soins de M. de la Lande, avec plus de grandeur & de commodités qu'auparavant. Ce Ministre a fait acquérir le quart-de-cercle mural pour le compte du Roi, & il y a joint d'autres instrumens, afin que M. d'Agelet puisse continuer à son retour ses utiles Observations. M. le Comte de Brienne qui a succédé à M. le Maréchal de Ségur, dans le ministère, a donné à l'Académie tous les instrumens, & M. Prévost se dispose à en faire usage *(Juillet 1788)*, en attendant le retour de M. d'Agelet. Le mural a été placé sur une grande cage de fer qui tourne sur un axe, en sorte qu'on peut facilement & promptement le placer à l'orient & à l'occident du mur, pour observer au nord ou au midi : ce transporteur est une machine ingénieuse, de l'invention de M. Prévost.



SUR LES ÉTUVES*

PROPRES A LA CONSERVATION DES GRAINS.

Par M. FOUGEROUX DE BONDAROY.

LES expériences de M.rs Duhamel, dont j'ai été témoin, m'ayant convaincu depuis long-temps de l'efficacité des Étuves pour la conſervation des grains, je me ſuis fait un devoir de continuer l'uſage d'une méthode, dans laquelle on reconnoît ce zèle pour le bien public, qui a tant de fois préſidé aux travaux & aux recherches de ces Savans diſtingués.

Je ne parlerai pas ici des changemens que j'ai faits à ces mêmes étuves, pour en rendre le ſervice plus commode & les opérations plus avantageuſes.

Je regarderai comme prouvé, que le blé bien conſervé ne perd avec le temps aucune de ſes qualités: je pourrois citer le blé du magaſin de Metz, qui fut trouvé très-bon, d'après l'épreuve qu'on en fit, quoiqu'il eût plus de deux ſiècles de récolte; celui de Sédan, qui exiſtoit depuis cent dix ans, &c. Et pour peu qu'on ait de connoiſſance en ce genre, on préférera pour l'uſage, du grain récolté depuis quelques années, à celui qui l'a été récemment. Les faits que je vais rapporter, ſuffiront pour établir que le grain étuvé fait de très bon pain, & que ce ſera toujours le moyen le plus facile à pratiquer pour garder des blés. L'année dernière, j'ai montré à l'Académie un reſte de blé recueilli en 1761, qui, après avoir paſſé par l'étuve, a été dépoſé dans des caiſſes, & y eſt reſté ſans avoir exigé

* Ce Mémoire a été lû à l'aſſemblée publique du 12 Novembre 1785, & n'a pu être compris dans les volumes de cette année.

le moindre soin, jusqu'en 1771 que M.rs Duhamel l'en ont fait tirer pour le vendre. Cette petite quantité de grain, déposée dans un sac depuis 1771, a été convertie en farine en 1784, & on en a fait d'excellent pain; ce grain avoit à la vue une belle couleur, & sous la dent une saveur agréable: il en résulte, qu'au moyen des étuves on a conservé du blé l'espace de vingt-trois ans, & qu'après ce temps on en a fait du pain très-bon & agréable au goût. Je crois cette expérience décisive. Pendant ce temps, le blé n'a exigé aucuns frais de remuage, &c. il n'a souffert aucun dommage de la part des insectes ou autres animaux.

Je ne m'arrêterai donc pas à détailler les avantages de l'étuve, annoncés d'une manière modeste, mais convaincante, par M. Duhamel; je me bornerai à citer deux applications que j'ai faites avec un plein succès, des principes établis dans les ouvrages de ce citoyen zélé.

La récolte de 1782 ayant été faite par un temps pluvieux, il étoit facile de prévoir qu'on éprouveroit des difficultés pour conserver les grains; on devoit croire que le cultivateur se presseroit de l'envoyer au marché, & par une suite assez nécessaire, on pouvoit s'attendre qu'on consommeroit du pain de mauvaise qualité pendant toute l'année 1783. Aussi dans cette même année le pain avoit-il un goût désagréable: on ne pouvoit s'en procurer de bon que lorsqu'on employoit des farines antérieures à 1782.

Les récoltes pluvieuses deviennent l'occasion d'une perte réelle pour un État cultivateur. S'il y a abondance de grains, la crainte de ne pouvoir garder les blés sans des soins & des frais indispensables pour l'empêcher de germer en tas & de s'échauffer dans le grenier, engage le propriétaire à s'en défaire, même à bas prix, & il vend préférablement celui qui est le plus gâté. Le consommateur ne s'aperçoit que trop de cette altération, qui a converti la substance du plus précieux de nos alimens en un germe de maladies; & les suites fâcheuses qui en résultent, se font sentir surtout

tout parmi le peuple, dont le pain eſt la principale & preſque l'unique nourriture.

Il arrive encore que pour lors on emploie ce blé ſans aucun ménagement, & ſouvent à la nourriture des volailles ou d'autres animaux; & ſi une de ces années humides (que je ſuppoſe même abondante) eſt ſuivie d'une ou de deux autres médiocres, les greniers ſe trouvant dépourvus de grains, le prix du blé augmente, la crainte s'empare des eſprits, la diſette ſe fait ſentir, & l'augmentation du prix des grains, outre qu'elle excède déjà par elle-même les facultés des citoyens qui ne jouiſſent pas d'une certaine aiſance, entraîne de nouveaux inconvéniens, par ſon influence ſur la valeur de toutes autres denrées. Voici donc ce que je fis en 1782, voulant prévenir la détérioration des grains mouillés. Je ne pus me procurer que le 11 Novembre, cent ſacs de grains que j'avois à ma diſpoſition, parce que c'eſt ſeulement vers cette époque que les fermiers battent leurs grains après avoir enſemencé leurs terres. Ils craindroient auparavant de détériorer leurs fourrages, &c.

Mon étuve contient environ trente ſacs, mais j'ai préféré de n'en mettre que vingt-cinq à la fois: les cent ſacs devoient par conſéquent fournir à quatre opérations.

Ce blé après avoir été nétoyé, c'eſt-à-dire, après avoir paſſé par le crible, a été dépoſé dans l'étuve, où j'ai entretenu depuis trente juſqu'à ſoixante degrés de chaleur, au moyen d'un poële chauffé avec du bois, mais par un procédé économique.

Comme mon deſſein n'étoit pas de conſerver long-temps ce grain, & que les caiſſes où j'aurois pu le mettre étoient remplies, je l'ai laiſſé dans le grenier expoſé à l'air libre. Ces blés s'étant trouvés très-chargés d'eau lorſque je les ai étuvés, j'ai cru à propos, vers le mois de Juin 1783, de les faire paſſer une ſeconde fois par l'étuve, afin de leur donner ce qu'on appelle *la main;* enfin, aux mois d'Octobre & Novembre 1784, je me ſuis défait de ce même grain.

J'ai brûlé environ pour ces deux étuves, une demi-corde de bois que j'estime le prix de	20#
Il m'en a coûté 16 journées d'homme pour le service de l'étuve, à 20 sous	16.
Le sac de blé valoit, en 1782, 18 liv. ainsi les 100 sacs font	1800.
TOTAL des dépenses	1836#.
Le sac valoit, lorsque je l'ai vendu, 27 liv. ainsi les 100 sacs auroient pu produire	2700.
Mais comme au lieu de 100 sacs que j'avois avant l'opération, je n'ai retrouvé en blé marchand que 95 sacs, d'où il résulte que j'ai perdu environ un vingtième, tant en criblure qu'en diminution de volume, je ne compte que 95 sacs à 27 liv. ce qui produit	2565.
Sur lesquels je défalque	1836.
Il reste au-dessus de la mise, un bénéfice de	729#

Le déchet qu'on éprouve en étuvant des blés, est nul pour le propriétaire qui le consomme; puisque cette farine prenant plus d'eau que celle d'un blé humide, il a plus de pain lorsqu'il la convertit en pâte; c'est ce que connoît promptement un boulanger qui a acheté du blé étuvé : il ne tarde pas à demander ces blés de préférence à d'autres. J'en ai la preuve par ceux que j'ai vendus; ainsi il ne faut pas croire que ce soit une perte entière que ce déchet, même pour le vendeur. La perte du pelletage, des criblures, celle qui est occasionnée par les rats, les souris, même les chats, &c. ou qui provient des insectes, de l'infidélité des gardiens, &c. cette perte, dis-je, est réelle sous tous les rapports, mais seulement pour ceux qui, malgré les avantages de la méthode que j'ai exposée, s'opiniâtreroient à conserver leurs blés en grenier.

En 1784, les mêmes pluies qui ont perdu les avoines de la Beauce, &c. ont mouillé les blés en gerbe de toute la Normandie, où la récolte se fait près d'un mois plus tard qu'aux environs de Paris. Beaucoup de ces blés ont germé ou se sont gâtés; & au mois d'Avril 1785, on consommoit des blés dans cette province, qui étant convertis en pain,

avoient une saveur désagréable. Ainsi le défaut de précaution pour prévenir le mauvais effet des pluies, a enlevé à la Normandie une grande partie des avantages que sembloit lui promettre, par son abondance, cette récolte de 1784. Au mois d'Avril, la mesure du blé mouillé s'y vendoit 13#, & le prix de celle du blé non gâté alloit jusqu'à 30# : combien les étuves n'auroient-elles pas conservé de grains à cette seule province?

Le second fait dont je vais parler, étant plus récent, & le public pouvant en tirer avantage pour améliorer les grains récoltés cette année, je crois devoir lui en faire part. Personne n'ignore que les grains de 1784, ont été dans plusieurs provinces de la France attaqués de la maladie connue sous le nom de *blés noirs* ou *cariés*. On sait qu'il convient généralement de remuer souvent les grains déposés dans les greniers; mais à mesure qu'on les crible ou par le pelletage, on ouvre les blés cariés, la poussière noire qu'ils contiennent, en s'échappant de l'enveloppe qui la recèle, se répand sur les grains sains, & produit ce qu'on appelle *le blé moucheté*. Le grain est gras au toucher; il a une couleur noire, & prend une odeur fétide & désagréable, qui se communique à la farine & au pain qu'on en fabrique. On ne peut douter que cette poussière ne soit nuisible à la santé de ceux qui en font usage. Les animaux laissent ces grains viciés, ou s'ils s'en nourrissent, ils en ressentent de pernicieux effets. Cette poussière occasionne des pustules à ceux qui remuent le grain. Il est donc avantageux de connoître les moyens de séparer cette poussière infecte, des blés sains avant de convertir ces derniers en farine.

Il est vrai que les meuniers, principalement ceux qui sont à portée des rivières, & même les boulangers, faisoient quelquefois laver les grains mouchetés pour enlever cette poussière noire; on employoit ce moyen dans plusieurs provinces éloignées de la capitale; mais en général il étoit ignoré ou du moins négligé par les propriétaires. Me trouvant à Denainvilliers au mois de Juin dernier, & frappé

de l'inconvénient des blés mouchetés, à la vue du pain qu'on y consommoit, je pris le parti de faire laver avec soin de ce blé moucheté, de faire enlever les grains légers qui surnageoient & qui étoient encore remplis de la poussière noire. Le lavage dans un grand baquet & à deux eaux, s'exécute en peu de temps. Il ne s'agit plus (quand le soleil le permet) que d'exposer ce grain sur des draps, & de le retourner avec une espèce de rateau. En deux heures il est assez sec pour être moulu, & procure un pain très-blanc & exempt de mauvais goût & de l'odeur désagréable que communique le blé moucheté. Si l'intention du cultivateur étoit de le conserver, & qu'on ne pût profiter de la chaleur du soleil, ce seroit le cas d'employer les étuves pour le dessécher.

Ces opérations ne sont ni longues ni très-dispendieuses; le sac de ce blé moucheté, qu'on vendoit au plus 20 & 21ᵗᵗ, a été livré au marché de Pithiviers au mois de Juin pour le prix de 27 à 28ᵗᵗ; & si les boulangers & meuniers se servoient de ce moyen pour profiter sur la vente des blés mouchetés, après les avoir ainsi lavés, il étoit de l'avantage des propriétaires d'employer le même procédé pour les blés dont ils font usage ou même qu'ils envoient au marché: c'est ce qui m'a engagé à communiquer à la Société d'Agriculture de Paris, l'expérience que je viens de rapporter, en répondant au desir de M. l'Intendant; & j'ai eu la satisfaction de voir dans les environs de Pithiviers, exécuter cette opération qui y étoit absolument inconnue.

Les blés, cette année (1785), ayant été encore attaqués de la carie, au point que l'on peut compter dans plusieurs provinces entre un quart & un tiers de blé noir ou moucheté, il est utile que le public connoisse le moyen de séparer ces blés viciés des grains sains. Il eût été aussi très-avantageux pour la France, que les cultivateurs eussent eu toute la confiance que mérite le moyen annoncé par M. Tillet, & qu'ils eussent préparé les semences de manière à prévenir la carie

des blés, ainsi que l'a prescrit ce zèlé Académicien. La préparation des grains qu'on confie à la terre, est un sûr moyen pour anéantir ou du moins pour diminuer considérablement la carie; j'en ai une preuve sans replique dans l'expérience que je répète tous les ans, & que j'ai renouvelée principalement cette année où j'ai récolté des grains absolument exempts de carie au milieu de la contagion presque générale qui infectoit les terres voisines.

C'est d'après les principes établis par les Duhamel, dans le Traité publié en 1768 sur la conservation des grains, qu'on fait usage des étuves à Bernes, à Arau & à Zurich. L'Empereur vient d'ordonner la construction de plusieurs étuves relativement au même objet : je fais des vœux pour que nous ne soyons pas les derniers à en sentir toute l'utilité.



MÉMOIRE
SUR
L'EFFET DES ÉTINCELLES ÉLECTRIQUES,
EXCITÉES DANS L'AIR FIXE.

Par M. MONGE.

DEPUIS la découverte de la compoſition de l'acide nitreux par M. Cavendish, & de celle du gaz alkali volatil par M. Berthollet, les étincelles électriques étant devenues entre les mains des Phyſiciens un inſtrument au moyen duquel ils pouvoient compoſer certains gaz, & en décompoſer d'autres, pluſieurs d'entre eux ſe ſont empreſſés de ſoumettre à cette épreuve la plupart des fluides élaſtiques connus.

M. Prieſtley, en excitant une ſuite d'étincelles électriques dans de l'air fixe, avoit déjà obſervé, 1.° que par cette opération le fluide élaſtique augmente du trentième & même quelquefois du vingtième de ſon volume; 2.° que l'air fixe, ainſi dilaté, ſemble avoir changé de nature, du moins en partie, puiſqu'il n'eſt plus ſuſceptible de ſe combiner entièrement avec l'eau, & qu'en ſéjournant ſur ce liquide, le quart du fluide élaſtique réſiſte à l'abſorbtion; 3.° que ce dernier réſidu ne rutilant pas avec l'air nitreux, ne contient point d'air déphlogiſtiqué.

M. Van-Marum avoit eu à peu-près les mêmes réſultats, en faiſant l'opération plus en grand avec la machine qu'il a fait exécuter au muſée de Harlem.

Il étoit donc important de répéter les expériences des deux Phyſiciens que nous venons de citer; d'abord, pour déterminer la nature du fluide élaſtique qui ſe trouve dans l'air fixe dilaté par les étincelles électriques, & qui refuſe de ſe combiner avec l'eau; & enſuite pour découvrir, s'il

étoit possible, quelle est l'espèce d'altération que l'air fixe subit par cette opération. Dans cette vue nous avons fait, avec M. le Président Saron, & plusieurs autres de nos confrères, un assez grand nombre d'expériences, dont nous allons rapporter les principales; nous exposerons ensuite notre opinion sur l'effet que les étincelles électriques produisent dans l'air fixe.

L'air fixe sur lequel nous avons opéré, avoit été dégagé du marbre par l'acide vitriolique affoibli, & recueilli sur le mercure. Pour que ce fluide élastique ne fût pas altéré par quelques portions d'air atmosphérique, nous avions chassé tout l'air des vaisseaux, en remplissant d'acide le matras dans lequel devoit se faire l'effervescence, & en remplissant d'eau le tube qui devoit conduire le gaz sur le mercure: aussi l'air fixe étoit très-pur; il étoit entièrement absorbé par l'alkali caustique, & il ne laissoit aucun résidu sensible.

Nous avons distribué de ce fluide dans huit bocaux de cinq lignes de diamètre, & renversés sur du mercure dans des cuvettes séparées. Nous avions placé dans l'intérieur de chaque bocal, & dans l'espace que devoit occuper l'air fixe, un excitateur de fer, au moyen duquel nous pouvions produire des étincelles dans le gaz; & tous ces excitateurs communiquoient entre eux, de manière qu'on excitoit des étincelles en même temps dans tous les bocaux. La hauteur de l'espace que l'air fixe occupoit dans chaque bocal, étoit à peu-près de quatre pouces, ou de quatre pouces & demi, & la somme de ces espaces formoit une colonne cylindrique d'environ trente-quatre pouces de longueur.

En produisant des étincelles multipliées, nous n'avons pas tardé à nous apercevoir que le volume de l'air fixe augmentoit d'une manière sensible; mais les interruptions que nous avons été obligés de mettre à cette opération qui est très-longue & qu'on ne peut achever dans une séance, nous ont donné lieu de faire une remarque qui avoit échappé aux Physiciens qui s'étoient occupés des

mêmes recherches ; c'eſt que l'accroiſſement du volume de l'air fixe ne ſe fait pas ſeulement pendant le temps que l'on électriſe, &qu'il continue encore ſes progrès pendant pluſieurs jours, quoiqu'on ne produiſe aucune étincelle. Après avoir ainſi ſuſpendu & continué l'opération à pluſieurs repriſes, nous ne l'avons terminée que lorſque nous avons été bien aſſurés que l'électricité ne produiſoit plus aucun changement. Alors le volume de l'air fixe étoit inégalement augmenté dans les différens bocaux, & ſon augmentation moyenne étoit à peu-près du vingt-quatrième de ſon volume primitif; car la ſomme de toutes les hauteurs formoit alors une colonne de trente-cinq pouces & demi, au lieu de trente-quatre pouces qu'elle avoit avant l'opération.

Nous avons encore remarqué dans ces expériences 1.° que la ſurface du mercure dans l'intérieur de chaque bocal, ſe couvroit d'une poudre noire qui s'attachoit au verre, & qui le noirciſſoit près du mercure ; 2.° que les excitateurs de fer placés dans l'air fixe, ſe calcinoient au point que dans la plupart des bocaux il ſe formoit de la chaux martiale qui tomboit de l'excitateur ſur le mercure.

Le gaz dilaté par l'opération précédente, a été mis en contact avec de l'alkali cauſtique qui en a abſorbé rapidement une partie, mais qui en a laiſſé une colonne de quatorze pouces ſur laquelle il n'avoit plus d'action; en ſorte que le volume de l'air fixe dilaté, étoit à celui du fluide qui refuſoit de ſe combiner avec l'alkali cauſtique, à peu-près dans le rapport de 35,5 à 14.

En expoſant ſur du foie de ſoufre un produit analogue que nous avions obtenu de quelques expériences antérieures, nous nous étions aſſurés que ce réſidu ne contenoit point d'air déphlogiſtiqué, ce qui s'accordoit avec les réſultats de M. Prieſtley; il reſtoit donc à ſavoir ſi ce fluide élaſtique étoit de la mofette atmoſphérique ou de l'air inflammable aqueux; car de tous les gaz connus, ces deux derniers ſont les ſeuls qui refuſent en même temps de ſe combiner avec l'eau, avec le foie de ſoufre & avec les alkalis cauſtiques. Pour remplir

remplir cette double indication, nous avons mêlé le résidu avec de l'air déphlogistiqué dans le rapport de 3 à 7; & nous avons introduit le mélange dans trois bocaux renversés sur du mercure, & garnis dans l'intérieur d'excitateurs. Dans le cas où le résidu eût été de la mofette, en excitant des étincelles nous devions produire de l'acide nitreux, conformément à la découverte de M. Cavendish; & en supposant que c'eût été de l'air inflammable, les étincelles devoient donner lieu à des explosions.

Nous omettons plusieurs précautions que nous avons cru devoir prendre, & qui, comme on va le voir, ont été inutiles; par exemple, nous avions introduit dans chaque bocal sur le mercure, quelques gouttes d'alkali caustique pour absorber l'acide au cas qu'il dût s'en former; & dans la crainte que cet acide, en attaquant la substance de nos excitateurs, n'échappât à nos recherches, nous avions fait faire ces instrumens avec des fils d'or.

Dès la première étincelle, il s'est fait dans l'intérieur du premier bocal une explosion semblable à celle qui auroit eu lieu dans un mélange d'air inflammable & d'air déphlogistiqué, & le volume du mélange, qui dans le bocal étoit avant l'explosion de 3,55 pouces, a été réduit par là à 2,2 pouces. En excitant des étincelles dans les autres bocaux, nous avons produit de semblables explosions; mais les vases s'étant brisés par la violence des détonations, le fluide élastique s'est échappé, & nous n'avons pu juger de la diminution que son volume a dû éprouver; ainsi nous n'avons à cet égard d'autres mesures que celles que nous avons prises sur le premier bocal.

Il résulte de cette expérience, 1.° qu'en excitant des étincelles multipliées dans l'air fixe, dépouillé de tout gaz étranger, & retenu sur du mercure, on augmente son volume; 2.° que cette augmentation graduelle fait encore des progrès long-temps après qu'on a suspendu l'électrisation; 3.° qu'elle cesse enfin complètement après un certain temps, quoiqu'on continue d'exciter des étincelles, & qu'alors elle

eſt à peu-près du vingt-quatrième du volume primitif de l'air fixe ; 4.° que ſi l'excitateur eſt de fer, il ſe calcine pendant cette opération, & qu'il ſe répand ſur le mercure une poudre noire qui ternit ſa ſurface, & qui s'attache au verre ; 5.° que l'air fixe dilaté par les étincelles, eſt un mélange de deux fluides, dont l'un eſt miſcible avec l'eau & avec les alkalis cauſtiques, & dont l'autre refuſe de ſe combiner avec ces ſubſtances, & que le rapport des volumes des deux fluides qui compoſent ce mélange, eſt à peu-près de 21,5 à 14 ; 6.° enfin que de ces deux fluides, celui qui ne ſe combine pas avec l'eau, eſt un air inflammable qui détone avec l'air déphlogiſtiqué, au moyen de l'étincelle électrique.

Actuellement, nous nous propoſons de faire voir qu'on peut rendre raiſon de tous ces phénomènes d'une manière ſatisfaiſante, ſans qu'il ſoit néceſſaire de ſuppoſer que l'air fixe ait éprouvé la moindre altération dans ſa ſubſtance.

En effet, de même que l'eau diſſout une plus grande quantité d'air fixe par la même température, & ſous des preſſions égales, qu'elle ne diſſout d'air atmoſphérique ; l'air fixe diſſout à ſon tour une plus grande quantité d'eau dans les mêmes circonſtances que l'air atmoſphérique. Pour peu qu'on y réfléchiſſe, on reconnoîtra que nous n'avons aucun moyen de nous procurer de l'air fixe qui ne tienne une grande quantité d'eau en diſſolution, & que celui même qu'on obtient de la calcination de la terre calcaire, quoique dégagé par la voie ſéche, eſt néanmoins ſaturé de ce liquide ; car dans ce dernier cas, l'air fixe eſt chargé d'une partie de l'eau qui entre dans la compoſition de la terre calcaire, & qui eſt dégagée de la combinaiſon par la violence du feu : c'eſt à une portion de cette eau, tenue d'abord en diſſolution par l'air fixe incandeſcent, & abandonnée enſuite en vertu du refroidiſſement, qu'il faut attribuer la forme de petits nuages que prennent les bulles d'air fixe, lorſqu'elles ſortent du bec de la cornue, pour ſe répandre dans le bocal qui les reçoit ; & ces nuages qui ſont le produit

d'une véritable précipitation, prouvent que l'air fixe, obtenu par ce procédé, eſt ſaturé d'eau. Ainſi tout l'air fixe ſur lequel on a coutume d'opérer dans les laboratoires, doit être regardé comme tenant une grande quantité d'eau en diſſolution.

Or l'eau ne peut ſe diſſoudre dans un fluide élaſtique ſans augmenter ſon volume, parce qu'alors elle quitte l'état liquide, & qu'elle prend une denſité qui approche davantage de celle du diſſolvant. A la vérité, à quantités égales d'eau diſſoute dans l'air fixe & dans l'air atmoſphérique, l'augmentation produite dans le volume de l'air fixe, doit être moindre, parce que la denſité de ce dernier gaz étant plus grande que celle de l'air atmoſphérique, l'eau n'éprouve pas une auſſi grande raréfaction pour entrer en diſſolution; mais la quantité d'eau néceſſaire à la ſaturation de l'air fixe étant beaucoup plus grande que celle que l'air atmoſphérique peut diſſoudre dans les mêmes circonſtances, nous avons tout lieu de croire qu'il y a plus que compenſation.

Un volume propoſé d'air fixe n'eſt donc pas entièrement rempli par la ſubſtance même de ce fluide; & une portion aſſez conſidérable de ce volume doit donc être regardée comme occupée par l'eau que l'air fixe tient en diſſolution; en ſorte que, ſi par quelque moyen on privoit l'air fixe de cette eau, ſans attaquer ſa ſubſtance, on diminueroit ſon volume d'une manière ſenſible.

Ce que nous venons de dire de l'air fixe par rapport à l'eau, doit auſſi très-probablement ſe dire du même fluide élaſtique par rapport au mercure. En effet, de pluſieurs expériences poſitives que nous avons faites en commun avec M. Vandermonde, & dont nous avons rendu compte à l'Académie, il réſulte que le mercure ſe diſſout dans l'air atmoſphérique, & que la quantité de la diſſolution, toutes choſes d'ailleurs égales, augmente rapidement lorſqu'on élève la température du mercure. Il eſt probable que ce même métal ſe diſſout auſſi dans l'air fixe, en quantité d'autant plus grande que l'air fixe eſt plus pur, & qu'il

contient moins d'eau, & que par cette dissolution il augmente le volume du fluide élastique.

D'après cela, lorsqu'on excite des étincelles électriques dans l'air fixe, au moyen d'un excitateur de fer, ces étincelles disposent le métal à la calcination; & parce qu'il n'y a pas d'air déphlogistiqué libre qui puisse concourir à cette opération, le fer décompose l'eau que l'air fixe tient en dissolution, il s'empare de la base de l'air déphlogistiqué qui entroit dans la composition de l'eau, & il abandonne celle de l'air inflammable, qui, reprenant l'état élastique, occupe un volume plus grand que n'étoit auparavant celui de l'eau avant sa décomposition, même considérée dans son état de dissolution dans l'air fixe. La calcination du métal produit donc ici deux effets qui sont opposés, & dont on n'aperçoit que la différence: 1.° en privant d'eau l'air fixe, elle diminue le volume de ce gaz; 2.° en restituant de l'air inflammable, dont l'expansion est plus considérable, elle augmente le volume du fluide élastique d'une quantité plus grande, & c'est cet excès seul que l'on aperçoit. Ainsi, à mesure que l'on excite de nouvelles étincelles & que l'on continue de favoriser la calcination de l'excitateur, l'augmentation du volume du fluide élastique fait de nouveaux progrès, jusqu'à ce que l'air fixe soit entièrement dépouillé de l'eau qu'il tient en dissolution, ou du moins de celle qu'il peut abandonner à l'action du métal; alors cette augmentation cesse, parce que la calcination ne peut plus avoir lieu, & le fluide élastique est un mélange de l'air inflammable qui résulte de la décomposition de l'eau, & de l'air fixe privé de l'eau qu'il tenoit auparavant en dissolution.

Lorsqu'ensuite on expose ce mélange sur de l'alkali caustique, l'air fixe est absorbé, & ce qui reste est de l'air inflammable altéré par quelques légères portions d'air fixe qu'il soustrait lui-même à l'action de l'alkali. Enfin, lorsqu'on fait détonner ce gaz inflammable avec une dose convenable d'air déphlogistiqué, le produit de l'inflammation n'est que de l'eau, & il ne se trouve d'autre résidu que la

petite portion d'air fixe que l'air inflammable avoit retenue.

Tout ce que nous venons de dire paroît confirmé par les détails de l'expérience que nous avons rapportée. En effet, dans le bocal où nous avons mis le mélange d'air inflammable & d'air déphlogistiqué pour opérer la détonation, le volume total de ce mélange, avant l'explosion, étoit de 3,55 pouces, les deux fluides ayant été mêlés dans le rapport de 3 à 7; le volume occupé par l'air inflammable étoit de 1,07
& celui de l'air déphlogistiqué étoit de 2,48

TOTAL 3,55

or l'air inflammable a dû consommer à-peu-près la moitié de son volume d'air déphlogistiqué, c'est-à-dire, à-peu-près 0,53 pouces; donc l'explosion a dû consommer 1,6 pouces de fluide élastique, & laisser un résidu de 1,95 pouces; ce qui s'accorde presque parfaitement avec les résultats de l'expérience, puisque notre résidu étoit réellement de 2,2 pouces.

Jusqu'ici nous avons attribué la dilatation opérée dans le volume de l'air fixe par les étincelles électriques, à la calcination du métal seul de l'excitateur; cependant, lorsqu'on fait cette opération sur du mercure, le même phénomène a encore lieu, quoique l'excitateur que l'on emploie ne soit pas susceptible de se calciner; c'est ce que M. le Président de Saron a vérifié, en répétant l'expérience dont il s'agit, avec des excitateurs de platine. Mais nous avons déjà remarqué que le mercure ayant comme l'eau la faculté de se dissoudre dans les fluides élastiques, l'air fixe dissout une partie de ce métal, qui augmente le volume du fluide élastique; les étincelles électriques disposent à la calcination le mercure dissous qui se trouve dans leur voisinage, & cette calcination, qui ne peut s'opérer que par la décomposition de l'eau tenue en dissolution dans l'air fixe, & par la reproduction de l'air inflammable, donne lieu à

la poudre noire que l'on aperçoit ſur la ſurface du mercure, & qui ternit l'intérieur du bocal. A meſure que par-là l'air fixe ſe dépouille & du mercure & de l'eau qu'il tient en diſſolution, il devient en état de diſſoudre du nouveau mercure. Cette diſſolution poſtérieure augmente encore ſon volume, & la lenteur de cette diſſolution, eſt la cauſe du progrès que fait enſuite la dilatation du fluide élaſtique, quoique l'on ſuſpende pendant quelque temps l'électriſation.

On voit donc que l'on peut rendre raiſon de la dilatation que l'étincelle électrique produit dans le volume de l'air fixe, ſans ſuppoſer que ce fluide ſoit altéré dans ſa compoſition; & l'on explique d'une manière raiſonnable, juſques aux plus petites circonſtances de ce phénomène, en ſuppoſant qu'il réſulte de la calcination de la ſubſtance même de l'excitateur & du mercure tenu en diſſolution dans l'air fixe, & en attribuant cette calcination à la décompoſition de l'eau diſſoute dans ce même fluide élaſtique; ce qui n'a rien que de conforme aux connoiſſances que nous avons actuellement en Chimie.

Il réſulte de l'expérience que nous avons rapportée, & de l'explication que nous en avons donnée, que la calcination de certains métaux dans l'air fixe, ne préſente rien qui puiſſe ſervir d'appui aux chimiſtes qui tiennent encore à la théorie du phlogiſtique. Car il eſt certain que les métaux que l'on a calcinés juſqu'ici dans l'air fixe, ſont auſſi ſuſceptibles de ſe calciner dans la vapeur de l'eau, ſans aucun contact ni avec l'air déphlogiſtiqué libre, ni avec l'air fixe; il eſt pareillement certain que l'air fixe, même le plus pur, tient de l'eau en diſſolution : ainſi, lorſque ces métaux plongés dans l'air fixe, ſe trouvent d'ailleurs dans les autres circonſtances favorables à la calcination, ils ſe calcinent en décompoſant l'eau tenue en diſſolution dans l'air fixe, comme ils le feroient en décompoſant la vapeur de l'eau, s'ils étoient plongés dans ce dernier fluide.

Nous ne prétendons pas que les métaux ne puiſſent ſe calciner dans l'air fixe pur & dépouillé de toute l'eau qu'il

peut tenir en dissolution ; les expériences qu'on a faites jusqu'à présent, ne nous apprennent rien à cet égard : mais nous pensons que quand la calcination d'un métal, privé du contact de l'air déphlogistiqué, donne lieu à un dégagement d'air inflammable, & que quand on est d'ailleurs assuré que le métal est environné d'eau, dans quelqu'état qu'elle soit, cette calcination doit être attribuée à la décomposition de l'eau.

Nous terminerons ce Mémoire par une remarque qui jettera encore quelque jour sur les matières dont il s'agit. L'air fixe est un acide qui, comme tous les autres, a de l'affinité pour les chaux métalliques, & qui a la faculté de se combiner avec elles ; lors donc que dans les expériences précédentes, le fer ou le mercure se sont calcinés au moyen de la décomposition de l'eau, les chaux de ces métaux absorbent de l'air fixe, ce qui diminue la quantité de ce gaz qui se trouve libre après cette opération.

Il est même très-probable que c'est la présence de l'air fixe qui détermine la calcination du métal & la décomposition de l'eau, comme le fait dans d'autres circonstances la présence des acides vitriolique ou marin ; & l'on voit pourquoi l'étincelle électrique, excitée dans la moffette atmosphérique & dans l'air inflammable, ne calcine pas l'excitateur, quoique ces deux gaz puissent tenir, & tiennent en effet, en dissolution de l'eau qui, par sa décomposition, sembleroit devoir contribuer à la calcination du métal. Dans ce dernier cas, la calcination n'a pas lieu, parce qu'elle n'est pas déterminée par la présence d'un acide.



OBSERVATIONS (a)

SUR

LE TRAITEMENT DE LA RAGE

Par M. PORTAL.

IL n'y a point de matière sur laquelle les opinions soient plus partagées que sur le traitement de la rage.

Les anciens ont proposé, contre cette affreuse maladie, une multitude de remèdes, les uns plus extraordinaires que les autres, & ils n'ont pas manqué, pour en faire valoir le mérite, de rapporter des cures plus ou moins merveilleuses qu'ils leur attribuoient. Des récompenses honorifiques & pécuniaires ont été données en divers temps par des Princes amis de l'humanité, & souvent après des enquêtes faites par le Ministère public, & même par des corps de Médecine.

Cependant, tous ces remèdes auxquels on avoit accordé tant de confiance, ont été dans la suite reconnus insuffisans, & sont enfin tombés dans le discrédit qu'ils méritoient.

On en trouve le recueil dans plusieurs ouvrages anciens & modernes. A leur exemple, j'ai joint un catalogue chronologique de tous ces remèdes, à celui que j'ai publié sur la rage il y a quelques années. On doit aussi à M. Andri, docteur-régent de la Faculté, & Membre de la Société royale de Médecine, un ample recueil des remèdes contre la rage, avec des observations critiques & historiques intéressantes.

Mais de tous ceux qui ont été indiqués, il n'y en a pas qui ait réuni plus de suffrages que les frictions mercurielles.

(a) Ces observations ont été lûes cette année 1786, à la rentrée du Collége royal.

Le

Le frère du Choisel, jésuite, disoit avoir préservé ou guéri par cette méthode plus de cinq cents personnes; & l'on sait que M. de Sault, médecin de Bordeaux, que Sauvages, professeur de médecine à Montpellier, que Van-Swieten, de Haen, & presque tous les grands médecins de l'Europe, ont adopté cette méthode de traiter la rage, comme la plus sûre.

« Le mercure, dit M. Tissot, administré sous la forme de frictions, est aussi efficace qu'il l'est contre le mal « vénérien ». Ce médecin les a ordonnées à un grand nombre de personnes mordues par des chiens enragés, sans qu'aucune ait été attaquée de cette maladie. « Non-seulement, ajoute M. Tissot, on peut se préserver de la rage par ce « remède, mais on peut la guérir quand elle s'est manifestée « par ses symptômes ».

M. Tissot confirme son opinion par des exemples : il observe cependant que ce traitement a été quelquefois sans succès; « mais quelle est la maladie, dit ce médecin, qui *n'ait pas ses cas incurables !* »

C'est pour en diminuer le nombre, que M. de Lassone a cru devoir réunir à l'usage des frictions mercurielles celui des remèdes antispasmodiques. Sa méthode a été répandue dans le royaume par ordre du Gouvernement. Enfin, tout le monde connoît les belles observations de M. Erhman, publiées par ordre des magistrats de Strasbourg.

Ce médecin a préservé de la rage tous ceux qu'il a traités, par les frictions mercurielles, avant l'invasion de cette cruelle maladie.

Tant de témoignages, & beaucoup d'autres non moins recommandables que je pourrois rapporter en faveur de cette méthode, m'ont déterminé à la mettre en usage lorsque j'ai été dans le cas de traiter des personnes qui avoient été mordues par des animaux enragés, ce qui m'est arrivé plusieurs fois; & comme ma pratique m'en a fourni d'heureux résultats, j'ai cru devoir la recommander dans un ouvrage que j'ai publié en 1777.

J'ai prescrit de joindre l'usage des antispasmodiques à celui des frictions mercurielles, sans négliger les moyens qui peuvent opérer le dégorgement des plaies ; & j'ai eu de tels succès, que je n'ai pas balancé à donner à ce traitement la préférence sur tous les autres.

Il a aussi été éprouvé & recommandé en Allemagne & en Italie, où l'on a traduit & répandu gratuitement mon ouvrage.

On l'a aussi employé avec succès dans les diverses généralités du royaume, & l'on a généralement été persuadé que l'on avoit trouvé, sinon une méthode curative de la rage, du moins une méthode préservative.

C'est le résultat d'un grand nombre d'observations, & dont plusieurs m'ont été communiquées depuis la publication de mon ouvrage, par des médecins du premier ordre. Je ne les rapporterai pas pour plus grande brièveté, & d'ailleurs parce qu'elles ne contiennent rien de plus que ce que j'ai annoncé : mais je ne passerai pas sous silence un fait dont j'ai été témoin; il m'a paru digne de la plus grande attention.

Quatre personnes avoient été mordues par un chien enragé *(b)* à Brie-Comte-Robert ; la désolation étoit dans la ville : M. l'Intendant de Paris crut devoir m'y envoyer pour leur faire suivre le traitement que je venois de recommander. Flatté de cette marque de confiance & pénétré du desir de faire une expérience heureuse, je me rendis à Brie-Comte-Robert avec M. Aubert, subdélégué de l'intendance, qui n'a rien négligé pour le succès du traitement. Il réunit en un seul lieu les personnes qui avoient été mordues, & avec d'autant plus de difficulté, qu'elles avoient donné leur confiance à des charlatans qui étoient passés peu de temps après leur accident. Ils leur avoient promis leur guérison, s'ils mangeoient à certaines

(b) Suivant le procès-verbal, cet animal fut tué par un garde-chasse. Il avoit mordu deux chiens qui étoient devenus enragés : c'est ce que plusieurs personnes, qui ont été judiciairement entendues, ont déposé.

heures de la journée un oignon blanc, s'ils récitoient quelques prières à l'honneur de Saint-Hubert, dont ils se disoient les vrais chevaliers.

Ce ne fut pas sans peine qu'on parvint à les détromper de leurs promesses & à leur inspirer de la confiance pour notre méthode ; ce qui étoit d'autant plus nécessaire, que la crainte de la rage est une des plus puissantes causes qui puisse la faire déclarer.

Les quatre malades, Louis Pion, dit Samson, Louis Vaissiere, Geneviève Vaissiere sa sœur, Claude Caron, avoient tous été mordus en plusieurs endroits.

Louis Samson avoit été mordu à nud sur le dos de la main droite, en trois endroits. Ses plaies, lorsque je les ai examinées pour la première fois, étoient noires, & leurs bords étoient saillans, très-inégaux, comme fongueux.

Tout le dos de la main étoit enflé & couvert d'une échymose ; le malade y éprouvoit des douleurs lancinantes, comme si on l'y eût piqué à diverses reprises avec une épingle, c'étoit son expression. Il nous dit qu'elles avoient beaucoup augmenté depuis deux jours ; qu'elles paroissoient prêtes à se cicatriser, lorsque les bords de ces plaies se sont élevés & ont commencé à se renverser en-dehors.

Louis Vaissiere a été mordu au bras droit sur son habit, & à la jambe gauche sur son bas. Les bords de la plaie n'étoient pas élevés, ni inégaux, ni renversés ; ils commençoient à se réunir par une cicatrice autour de laquelle il y avoit une légère échymose.

Geneviève Vaissiere a été mordue à la lèvre inférieure, très-près de la commissure droite, & presque dans la partie rouge de la lèvre ; il s'est écoulé pendant une demi-heure beaucoup de sang de la plaie, qui étoit, lors de ma visite, recouverte d'une croûte noirâtre ; la lèvre inférieure étoit gonflée & noire, par une échymose qui s'étendoit sur le menton. La malade a dit ressentir des douleurs dans sa plaie, lesquelles étoient très-vives dans quelques instans.

Claude Caron a été mordu ſur ſon bas à la jambe droite; il avoit deux plaies ſur le muſcle jumeau interne; elles n'étoient pas encore cicatriſées, & il y reſſentoit, par intervalles, des douleurs lancinantes, ou autrement il y éprouvoit un engourdiſſement douloureux.

Le pouls de ces quatre malades paroiſſoit dans l'état naturel, à l'exception de celui du ſieur Samſon qui étoit fréquent, plein & très-inégal.

Ces quatre perſonnes ont été réunies dans une infirmerie. Le traitement par les frictions, combiné avec les antiſpaſmodiques, leur a été ſoigneuſement adminiſtré, ſans négliger le traitement local des morſures, qu'on a d'abord dégorgées par des ſangſues, & enſuite par les véſicatoires; en un mot, la méthode que j'ai publiée, & qui eſt à-peu-près celle de pluſieurs autres médecins, a été ſuivie de point en point. Nous en ſupprimerons ici les détails pour plus grande brièveté, & d'ailleurs parce qu'ils ſont connus.

Trois de ces malades n'ont eu aucun accident pendant le traitement; leurs plaies ont bientôt tourné à bonne ſuppuration & ſe ſont parfaitement cicatriſées: mais il n'en a pas été de même de Louis Samſon; il lui ſurvint, au milieu du traitement, une inſomnie cruelle; il devint triſte & rêveur; & quoiqu'il fut dans une chambre bien échauffée, il ſe plaignit de friſſons qui le pénétroient, diſoit-il, juſqu'à la moëlle des os, & ils lui paroiſſoient partir des plaies comme d'un centre, & d'où ils ſe répandoient dans les autres parties du corps.

Les bords de ſes morſures ſe gonflèrent conſidérablement; ſon regard devint fixe, ſa voix étoit bruſque, & il eut une telle averſion pour toute eſpèce de boiſſon, qu'il fallut d'abord le violenter pour la lui faire prendre. A force de repréſentations ſur la néceſſité où il étoit de boire, il ſe détermina à porter la boiſſon à la bouche; mais il l'en retira pluſieurs fois avec précipitation. Cependant M.rs Meignan

& Paſchal, chirurgiens de Brie-Comte-Robert, lui ayant fait de nouvelles inſtances, il avala preſque tout d'un trait un demi-gobelet de tiſane; il ne voulut plus boire tout le reſte de la journée, & répondit toujours avec aigreur à ceux qui voulurent l'y engager; il avaloit au contraire avec aſſez de facilité les bols antiſpaſmodiques, qu'on lui donnoit en très-grand nombre, & même les alimens ſolides qu'il demandoit quelquefois lui-même.

J'appris en peu de temps, par un exprès qu'on m'envoya, l'état de ce malade. Je conſeillai d'augmenter la doſe des bols antiſpaſmodiques, & de lui donner la friction mercurielle le ſoir & le lendemain matin. Chaque friction étoit de deux gros d'onguent, fait par moitié; on ne les adminiſtroit que tous les deux jours. Je conſeillai auſſi de faire mettre les pieds dans l'eau, ce qu'il refuſa d'abord; mais il les y mit ſans difficulté le lendemain. Le malade eut une légère ſalivation, & le ſoir il commença à prendre quelques cuillerées de liquides; le ſurlendemain, la ſuppuration des plaies parut de meilleure qualité, leurs bords s'affaiſsèrent; en peu de jours elles ſe cicatrisèrent; il ne ſurvint plus d'accident fâcheux. Le ſieur Sanſon a depuis joui de la meilleure ſanté.

Il y a peu d'obſervations qui paroiſſent d'abord auſſi intéreſſantes en faveur du traitement de la rage, que celle que je viens de rapporter; il ſemble n'avoir pas été ſeulement préſervatif, puiſqu'il eſt ſurvenu des ſymptômes qui précèdent la rage, & que c'eſt en continuant le traitement qu'on les a vus ſe diſſiper; ce qui mérite ſans doute la plus grande attention des gens de l'art. Mais comme ces mêmes accidens ſont arrivés dans des maladies inflammatoires, dans des fièvres malignes, à la ſuite des diverſes maladies des nerfs, n'ont-ils pas pu également avoir lieu indépendamment de la rage? & comme, dans le cas que nous venons de citer, ces accidens ont ſouvent ceſſé ſans ſuite fâcheuſe, n'ont-ils pas pu finir de même? Mais d'un autre côté, les plaies du ſieur Sanſon ont été toujours d'un

mauvais caractère, & il est le seul des quatre personnes mordues qui ait éprouvé cette légère hydrophobie.

D'autres faits recueillis dans la suite pourront peut-être donner plus de valeur à celui-ci.

Quoi qu'il en soit, l'histoire du traitement dont je viens de parler, a été constatée journellement par les chirurgiens de Brie-Comte-Robert, par les officiers municipaux de la ville; & j'ai été témoin d'une partie des faits dont je viens de rendre compte.

J'ai eu encore occasion, depuis la publication de mon ouvrage sur la rage, de recueillir diverses observations qui tendent à prouver que les personnes qu'on a traitées par les frictions mercurielles combinées avec les antispasmodiques, sans négliger le traitement local, ont été généralement préservatives; elles m'ont été communiquées par plusieurs médecins bien connus. J'ai aussi été témoin de quelques faits de ce genre. Je citerai entr'autres la femme d'un parfumeur de la rue Saint-Jacques, qui fut mordue, le 24 Septembre 1779, par un chien enragé; elle fut soumise par un de mes disciples *(c)* au traitement que j'avois proposé, & elle n'éprouva aucun symptôme de rage, tandis qu'un enfant qui avoit été mordu par le même animal, & qu'on n'a point traité, est mort de cette affreuse maladie quelques jours après. Je pourrois rapporter plusieurs autres observations, si l'on n'en trouvoit un grand nombre dans les auteurs qui ont écrit sur la rage; & ils s'en sont même souvent servis pour donner du crédit à des remèdes dont l'insuffisance est aujourd'hui généralement reconnue.

Il faut donc prendre garde que les observations ne soient pour nous la source de nouvelles erreurs.

On a souvent cru avoir préservé de la rage des personnes mordues par des animaux, sans s'être assuré si ces animaux étoient réellement enragés; ce qu'il étoit cependant essentiel de constater avant tout.

(c) M. Cozete, fils.

D'autres fois on a conclu que l'on avoit préſervé de la rage des individus, parce qu'ils avoient été mordus par des animaux enragés; ce qui n'eſt cependant rien moins que concluant, puiſqu'il eſt ſi ſouvent arrivé que de pluſieurs perſonnes qui avoient été mordues par un animal qui avoit la rage, il y en a qui l'ont contractée & en ſont mortes, & que d'autres n'en ont éprouvé aucun ſymptôme. Sans doute que l'animal peut dépoſer ſon venin ſur les vêtemens de celui qu'il mord, & alors il n'eſt pas ſurprenant qu'il ne lui communique pas la rage, mais même il peut mordre à nud & ne la point donner; l'expérience l'a prouvé: bien plus, on a obſervé que de pluſieurs perſonnes qui avoient été mordues, tantôt c'eſt la ſeconde ou la troiſième qui a contracté la rage, tandis que les autres, la première même, en ont été à l'abri. Or cependant ſi ces perſonnes avoient été ſoumiſes au traitement, on n'auroit pas manqué d'avancer, comme on l'a fait ſi ſouvent, qu'elles avoient été préſervées de la rage.

On ne peut rien ſtatuer non plus ſur le nombre ni ſur la grandeur des morſures. On a vu des animaux enragés mordre certaines perſonnes en pluſieurs endroits du corps & à nud, & ne point leur communiquer la rage, tandis qu'un homme dont parle Baccius, mourut de la rage pour avoir été piqué par un coq, & qu'un autre, au rapport de Bauhin, périt auſſi de cette maladie pour avoir été mordu par un chat, & ſi légèrement, qu'à peine on apercevoit ſur la peau l'empreinte des dents de l'animal.

Ces faits, que nous avons amplement rapportés & diſcutés dans notre traité ſur la rage, doivent nous rendre bien circonſpects, quand il eſt queſtion de juger des effets d'un remède contre cette maladie. Ne pourra-t-on pas, par exemple, élever quelques doutes ſur l'efficacité des ſimples cautériſations des plaies recommandées aujourd'hui par des chirurgiens habiles & juſtement célèbres, quand on ſaura que pluſieurs perſonnes ſont mortes de la rage, après avoir ſouffert les douleurs des cautères? On ajoutera que ce n'eſt

plus avec les cautères actuels ou avec des instrumens de métal rougis au feu que l'on cautérise aujourd'hui; mais avec un caustique potentiel, le beurre d'antimoine, qui se liquéfie & pénètre beaucoup mieux que les autres. Sans doute que, par ce moyen, on cautérise mieux les plaies & leurs sinuosités; mais détruit-on mieux ainsi le virus hydrophobique qu'en emportant la partie mordue par l'excision ou par l'amputation, comme on l'a fait plusieurs fois & sans succès?

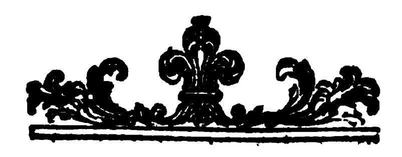
Le virus hydrophobique ne pénètre-t-il pas avec trop de célérité l'intérieur du corps, pour qu'on puisse regarder la cautérisation des plaies, même l'excision, même l'amputation des parties mordues, comme un remède suffisant pour en prévenir les fâcheux effets?

La communication de la rage de l'animal se fait, tantôt par sa bave, qui se mêle immédiatement avec la salive de l'homme, comme il est arrivé à ceux qui l'ont contractée, en se faisant lécher les lèvres par un chien, ou qui ont mangé quelqu'aliment imprégné de la bave de l'animal enragé; tantôt, & cela arrive beaucoup plus fréquemment, elle se transmet par les plaies, à peu-près comme on communique la petite vérole, dans l'inoculation, par les piqûres. Dans le premier cas, la rage se déclare en peu de jours; plusieurs observations sembleroient prouver que dans l'autre elle reste souvent quelques mois à se déclarer. Mais doit-on cependant conclure qu'alors le foyer hydrophobique est dans la plaie tout ce temps sans produire aucun effet dans l'intérieur, & qu'on pourroit les prévenir en détruisant ce foyer externe par quelque traitement extérieur? ou bien, doit-on penser que le virus introduit dans l'intérieur immédiatement après la morsure, a eu besoin, pour pouvoir produire les effets de la rage, d'un temps si long pour acquérir assez d'activité? C'est l'opinion générale; mais vaut-elle mieux que l'autre? il est difficile de le décider.

Je rapporterai seulement ici une expérience que j'ai faite deux fois, au sujet de l'inoculation de la petite vérole. J'ai

J'ai lavé les piqûres ſuperficielles que j'avois faites au bras, pour cette opération, avec de l'eau tiède & dans l'inſtant, afin de détruire l'effet du virus variolique; mais elle n'a pas empêché la petite vérole de ſurvenir. Le virus hydrophobique ne pénètre-t-il pas auſſi vîte que celui de la petite vérole? il y a lieu de le croire. Ainſi la théorie ſembleroit improuver la méthode de ceux qui regardent la cautériſation comme le ſeul & unique remède de la rage, ſi d'ailleurs, comme nous l'avons dit plus haut, les obſervations n'avoient déjà démontré l'inſuffiſance de cette ſeule méthode.

Sans doute que l'on pourroit également citer des exemples de l'inſuffiſance de pluſieurs méthodes de traiter la rage par des remèdes internes; mais celle des frictions combinée, avec les antiſpaſmodiques, ſans négliger le traitement local, eſt encore moins infirmée que les autres, & il faut prendre garde de ne point l'abandonner pour en prendre une autre dont le réſultat ſera encore plus incertain. Ceux qui ont recommandé les frictions mercurielles & les antiſpaſmodiques contre la rage, n'ont point exclu le dégorgement des plaies, ſoit par les ſcarifications, ſoit par les cautériſations; & comme le traitement intérieur & le traitement extérieur ne peuvent ſe détruire, pourquoi ne pas les combiner enſemble? L'incertitude du ſuccès ne ſera-t-elle pas moins grande, quand on aura réuni pluſieurs moyens pour l'obtenir?



MÉMOIRE
SUR LE VOILIER,
Espèce de Poisson peu connue, qui se trouve dans les Mers des Indes.

Par M. BROUSSONET.

23 Déc. 1786.

MARCGRAVE est le premier auteur qui ait parlé de ce poisson; il l'a appelé *Guébucu*, nom sous lequel il est connu des habitans des côtes du Bresil. La description qu'en a donnée ce Naturaliste, n'est pas fort exacte; elle a d'ailleurs, comme toutes celles de son siècle, le défaut de n'être point assez détaillée. La figure qu'il y a jointe est incorrecte: plusieurs parties de ce poisson sont mal rendues. *Willughby* l'a cependant copiée ainsi que la même description. Valentin, dans son histoire d'Amboine, a donné une figure très-imparfaite, & à peine reconnoissable, du même poisson, qu'il a désigné sous le nom de *Zee snip*, c'est-à-dire, *Bécasse de mer*, parce que son museau se prolonge en forme de bec. Les Portugais le connoissent sous la dénomination de *Bicuda*, qui équivaut au nom hollandois. Renard en a laissé une mauvaise figure dans son ouvrage sur les poissons des Indes; il le nomme *Kan layer* ou *poisson voilier*; c'est sous ce dernier nom que j'ai cru pouvoir le désigner en françois.

Les descriptions & les figures qu'ont données de ce poisson les auteurs que je viens de citer, sont toutes imparfaites, & ont induit en erreur les divers icthyologistes qui ont cru, d'après ces écrivains, devoir le rapporter au genre de l'Espadon; c'est ainsi qu'il a été classé par Klein, Bæck & Kœlpin. Mais la présence des nageoires ventrales prouve qu'il est d'un genre bien différent, & même très-éloigné de celui-ci.

Le Voilier n'a de commun avec l'Espadon que la forme de son bec. Il se rapproche beaucoup plus des poissons de la famille des *Thons* (Scomber); il a les nageoires du dos & celles de derrière l'anus terminées par des rayons ramifiés qui ont une grande ressemblance avec les petites nageoires qu'on voit vers la partie postérieure du corps des Thons & des Maquereaux. La grandeur de la nageoire de la queue, dont les deux lobes forment un croissant, fait qu'il ressemble assez à la Bonite qui est de la même famille; il a d'ailleurs plusieurs caractères des poissons de cet ordre, tels que la grandeur de la nageoire dorsale; les nageoires ventrales, étroites & alongées; le museau pointu & les dents petites.

Je ne crois cependant pas que le Voilier doive être placé dans le même genre; il a d'ailleurs assez de caractères essentiels pour qu'on puisse en faire, dans une méthode, un genre distinct de celui du *Scomber*.

Je vais tâcher de suppléer à ce qui manque du côté de l'exactitude, dans les descriptions publiées jusqu'à présent du *Voilier*. L'individu sur lequel a été faite celle que je donne, est dans la collection de M. le chevalier Banks à Londres. Sa longueur, depuis le bout du museau jusqu'au milieu de la queue, étoit de sept pieds six pouces. Le plus long qu'avoit vu Marcgrave, n'avoit que quatre pieds. J'ai vu le dessin d'un de ces poissons pris sur les côtes de Sumatra, & qui avoit neuf pieds de long : celui que j'ai décrit avoit été pêché dans les mers des grandes Indes; les Anglois l'appeloient *Sword-fish* ou *Ola-fish*. Il avoit les mâchoires alongées, pointues; la supérieure étoit la plus longue; elle étoit un peu aplatie à sa base, & presque cylindrique à son extrémité, qui se terminoit en pointe. La mâchoire inférieure étoit trois fois plus courte que la supérieure, également élargie à sa base, & se terminant en une pointe légèrement recourbée : l'intérieur du palais étoit recouvert de dents petites, inégales, un peu pointues & très-rapprochées; elles s'étendoient jusqu'à la partie supérieure de la

Voyez la figure ci-jointe.

mâchoire la plus longue, où elles devenoient obtuſes, ce qui rendoit cette partie ſemblable à du chagrin. Le muſeau, pris depuis la baſe du crâne juſqu'à ſon extrémité, formoit à-peu-près le tiers de toute la longueur du poiſſon : les ouvertures naſales étoient grandes & très-rapprochées des yeux ; elles étoient en partie fermées par une petite membrane arrondie & relevée. Les yeux étoient très-gros, orbiculaires, & ſitués un peu avant la région de l'angle de l'ouverture de la gueule. Les opercules des ouïes étoient doubles, arrondis ſur les bords, membraneux, mous & très-liſſes ; la membrane branchioſtège étoit grande, épaiſſe, & les parties de chaque côté ſe réuniſſoient antérieurement par une membrane tranſverſale légèrement frangée, & qui n'adhéroit point au ſternum. Les rayons qui la ſoutenoient, au nombre de ſept de chaque côté, étoient larges & un peu arqués. Il y avoit à la partie ſupérieure & poſtérieure de la tête, un pli longitudinal qui ſe continuoit juſqu'à la baſe de la première nageoire dorſale ; celle-ci occupoit la plus grande partie du dos : elle étoit compoſée de quarante-cinq rayons ; les premiers étoient les plus larges ; ils étoient ſucceſſivement plus longs : le plus alongé avoit vingt-ſix pouces ; il étoit ſitué au milieu de la nageoire : les derniers étoient courts, & ils ne ſe diviſoient point à leur extrémité comme les antérieurs. Tous ces rayons étoient réunis par une membrane aſſez épaiſſe ; parſemée d'un grand nombre de taches noires. Le poiſſon peut, quand il le veut, cacher en partie, cette nageoire dans une rainure particulière formée par les bords du dos, qui ſont ſaillans dans toute ſa longueur.

Marcgrave a dit que ce poiſſon n'avoit qu'une nageoire dorſale ; il en a cependant deux. La ſeconde, dans celui que j'ai examiné, commençoit immédiatement après la première ; elle étoit de médiocre grandeur, & compoſée de ſept rayons très-ſéparés, reſſemblant aux petites fauſſes nageoires qu'on obſerve vers la queue de la plupart des poiſſons de la famille des ſcombres. Les nageoires pectorales étoient

grandes, arquées, & ne s'étendoient pas jusqu'à la région de l'anus : on y comptoit quinze rayons; le supérieur étoit fort large & osseux: les nageoires ventrales étoient rapprochées les unes des autres; chacune étoit composée de deux rayons osseux, aplatis, très-unis, & logés, en partie, dans une rainure particulière, située le long de l'abdomen, à sa partie antérieure. Elles étoient plus longues que les nageoires pectorales, & implantées dans la région au-dessous de celle qu'occupoient ces dernières; ce qui prouve que ce poisson doit être rangé parmi les Thorachiques.

L'anus étoit plus près du bout de la queue que de l'extrémité du museau : la première nageoire *anale* étoit placée immédiatement après l'anus; elle étoit oblongue & peu étendue : la seconde étoit au-dessous de la dorsale postérieure, & éloignée de la première anale: ses rayons étoient semblables aux rayons de celle-ci; le dernier étoit seulement un peu moins long. De chaque côté de la queue on voyoit deux membranes horizontales, posées l'une sur l'autre, arrondies, & très-saillantes. La nageoire de la queue étoit divisée en deux lobes étroits, & en forme de faux; elle avoit vingt-deux pouces de long : les rayons latéraux étoient contigus, larges & osseux; ceux du milieu, qui étoient les plus courts, étoient séparés & très-divisés. Les écailles étoient recouvertes presqu'en entier par la peau; elles étoient dures, alongées, se rétrécissoient vers leur base, & avoient trois ou quatre lignes de largeur; elles étoient répandues sans ordre sur tout le corps; toutes étoient cependant tournées vers la queue. La ligne latérale, formée par des écailles un peu arrondies, étoit d'abord arquée sur les nageoires pectorales, & se continuoit ensuite en ligne droite jusqu'à la queue.

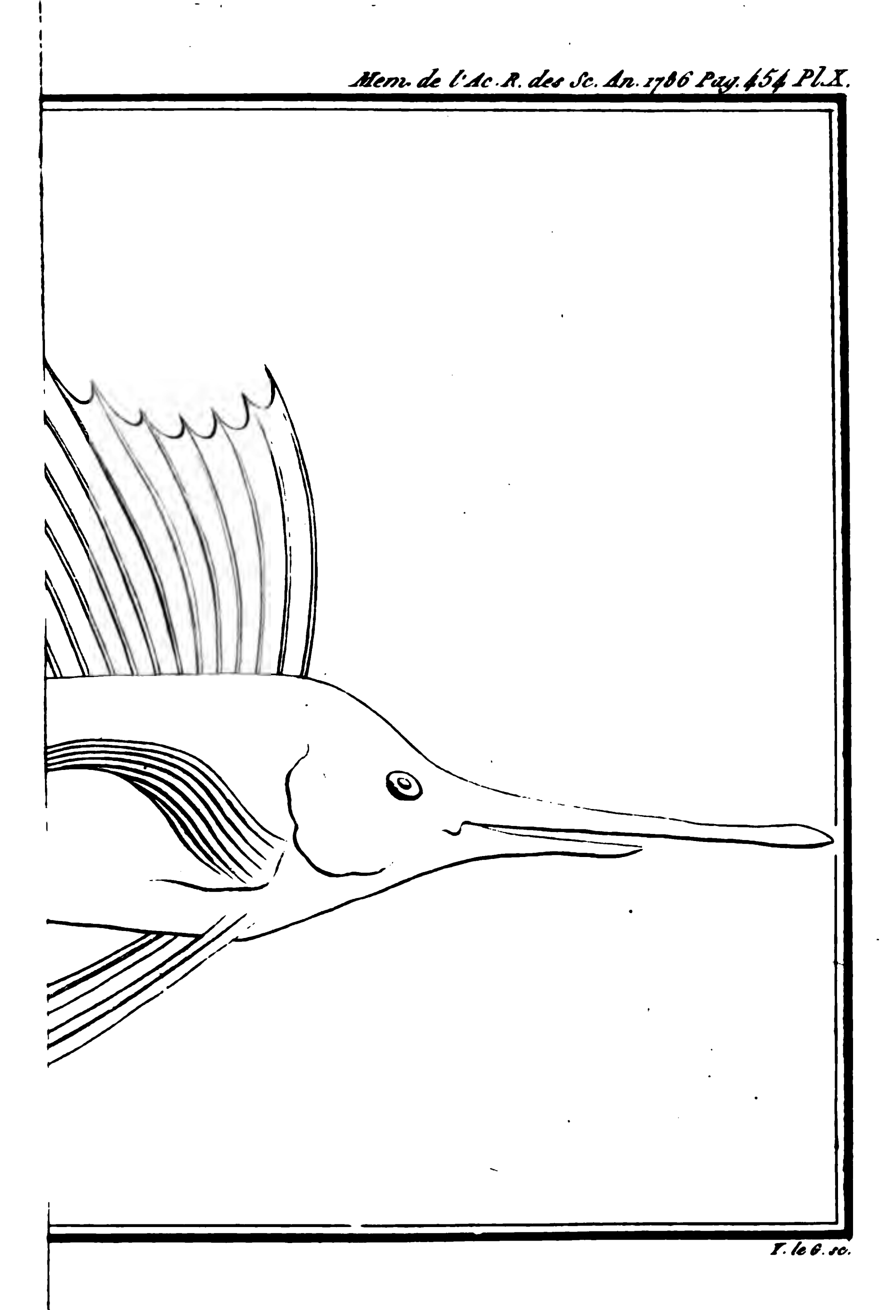
L'œil étoit renfermé dans une cavité particulière, cartilagineuse, épaisse, dure, & percée antérieurement d'un trou ovale de près de deux pouces de diamètre. On voyoit postérieurement un autre trou plus petit que l'antérieur; il donnoit passage au nerf optique; ses bords étoient inégaux.

Cette espèce de boîte étoit composée de deux parties presque hémisphériques & collées l'une contre l'autre ; on y voyoit un petit trou oblique qui laissoit passer un nerf.

Plusieurs auteurs ont parlé du bec ou plutôt de la mâchoire supérieure de ce poisson ; mais la plupart n'ont pas connu l'animal auquel cette mâchoire avoit appartenu. Grew, dans la description du cabinet de la Société Royale de Londres, en a parlé sous le titre de *head of the suck-fish;* il dit que cette partie est composée de deux os joints entr'eux. Mortimer a décrit cette mâchoire dans le quarante-neuvième volume des Transactions philosophiques ; & le dessin qu'il a joint à sa description, prouve qu'elle appartenoit au même poisson : cette partie fut trouvée enfoncée dans le bordage d'un vaisseau.

La forme particulière du Voilier annonce la grande vîtesse avec laquelle ce poisson nage : le bec, dans ceux qui sont un peu gros, est très-dur, & peut aisément pénétrer dans le bois. J'ai eu occasion d'examiner un de ces becs trouvé dans le bordage d'un vaisseau ; il avoit trois pouces de diamètre à un pied de son extrémité ; il étoit composé de deux portions parallèles, formées chacune par la réunion de plusieurs autres beaucoup plus petites, ressemblant à de l'ivoire dégradé par le temps. M. Kœlpin, dans les Mémoires de l'Académie de Stockolm, *année 1771*, a donné la figure d'une portion de la première nageoire dorsale, des nageoires de l'abdomen, & d'une partie du bec de ce poisson ; il n'a compté dans cette portion de nageoire dorsale que trente & un rayons, dont le plus long étoit de trois pieds trois pouces : le bec avoit deux pieds de long ; ce qui prouve que ces parties avoient appartenu à un individu bien plus gros que celui dont j'ai parlé.

Lorsque le Voilier est parvenu à une certaine grosseur, il ressemble alors à un petit cétacé ; il nage, comme ceux-ci, souvent près de la surface, la première nageoire dorsale hors de l'eau. On le découvre alors de très-loin ; il a d'ailleurs le dos bleuâtre & presque semblable à celui des Marsouins.



Y. le G. sc.

Les marins le regardent comme un avant-coureur du gros temps.

Comme tous les poissons de la famille des Scombres, le voilier est voyageur, & s'approche peu du rivage ; on le prend en pleine mer du côté du Bresil, aux environs de l'Isle-de-France, de Madagascar, & dans les mers des Indes.

M. le chevalier Banks a bien voulu me communiquer la figure d'un poisson, presqu'entièrement semblable à celui que je viens de décrire ; mais avec cette différence que les rayons de la première nageoire dorsale étoient très-courts. Le dessin de cette variété avoit été fait sur un individu pêché près de la côte de Sumatra ; il avoit neuf pieds de long, & pesoit 200 livres. Les Malais le nommoient *Thouhou*, & les Anglois lui donnoient le nom de *Sword fish.* On croyoit que c'étoit le mâle de celui qui a la nageoire dorsale très-grande. N'ayant pas été moi-même à portée de voir ce poisson, je n'ose pas décider s'il diffère seulement de l'autre par le sexe, ou bien s'il doit former une espèce distincte.



OBSERVATIONS
SUR LE
TRAITEMENT DES MINÉRAIS DE FER À LA FONTE.

Par M. DUHAMEL.

Lû le 13 Déc. 1786.

LES Minérais les plus riches en fer, ne sont pas toujours ceux qui, traités dans nos grands fourneaux, donnent le meilleur fer ni même le plus abondamment; l'on est fort étonné que, fondus sans addition d'autres minérais plus pauvres, ils rendent souvent moins de métal que ces derniers reconnus, par des essais docimastiques, pour être beaucoup moins riches.

Nos fondeurs sont accoutumés à nommer *mines sèches*, les minérais en roche dure & compacte, tels que l'hématite, les minérais spéculaires, spatiques & autres semblables, les plus riches en fer: dénomination que ces ouvriers leur donnent, parce qu'ils ne peuvent parvenir à les fondre avantageusement dans les hauts fourneaux sans y ajouter d'autres minérais moins riches, dont les substances étrangères leur servent de fondans; ce que j'ai eu occasion de vérifier moi-même bien des fois, en ne faisant charger le fourneau que de minérais les plus riches en métal.

J'ai cherché à deviner la raison pour laquelle ces minérais ne donnent ordinairement que peu de fonte, & souvent même de mauvaise qualité, quoique susceptibles de fournir de bon fer.

Je présumai avec raison, & d'après mes expériences, que ces minérais contenant plus de parties métalliques que de terreuses, leur fusion, ainsi que celle de la castine ajoutée dans la proportion ordinaire, ne pouvoit procurer

que

que peu de laitier; qu'alors la ſcorification ou vitrification de ces ſubſtances étrangères devoit être imparfaite, & qu'au lieu de couler & de ſe ſéparer des parties métalliques, elles y reſtoient confondues, & formoient enſemble comme une eſpèce de pâte très-tenace, qui s'attache aux parois du fourneau, qui ſouvent le bouche & l'obſtrue entièrement, ce qui force de ceſſer la fonte, d'arracher avec beaucoup de peine les amas qui ſe ſont formés dans le fourneau, & d'en reconſtruire l'ouvrage *(a)*; ce qui occaſionne des dépenſes aſſez conſidérables & une perte de temps & de matières.

Si l'on n'a que des minérais riches en fer, & ſur-tout que d'une ſeule eſpèce, que d'ailleurs l'on ne puiſſe s'en procurer de plus pauvres pour y mêler, l'on doit y ſuppléer par des additions, ſoit de pierre calcaire, ſi le minérai eſt uni à une ſubſtance argileuſe, ſoit d'argile, ſi la baſe eſt calcaire, car ces deux ſubſtances ſe ſervent réciproquement de fondant & forment le laitier; mais dans cette circonſtance, il faut beaucoup plus de fondant que quand le minérai eſt accompagné de matières étrangères, qui elles-mêmes donnent des laitiers. L'on en concevra bientôt la raiſon.

On réuſſiroit ſouvent mieux dans le traitement des minérais riches en fer, ſi, au lieu de n'ajouter que de la pierre calcaire ou caſtine, on y mêloit en même temps de l'argile en proportions convenables & relatives à la baſe du minérai; c'eſt-à-dire, ſi cette baſe étoit argileuſe, j'ajouterois, 1.° une portion de pierre à chaux ſuffiſante pour tenir lieu de fondant à cette ſubſtance argileuſe; 2.° parties égales de cette caſtine ou pierre calcaire & de terre argileuſe, en obſervant d'en faire entrer en quantité convenable à former le laitier néceſſaire.

Nos fondeurs ſe contentent de ne porter dans leurs fourneaux que l'une ou l'autre de ces matières, ce qui

(a) On nomme *ouvrage* la partie inférieure du fourneau, compriſe depuis la pierre de fond juſqu'au-deſſus des étalages.

eſt ſuffiſant dans la fonte de minérais terreux; mais avec cette routine, à laquelle ils ſont attachés, ils ne peuvent réuſſir à obtenir de bonne fonte avec les minérais les plus riches, parce que, comme je l'ai déjà dit, il en réſulte trop peu de laitiers, qui d'ailleurs ſont pâteux & non coulans; c'eſt ce qui a fait donner le nom de *mines sèches* aux minérais riches.

Ces inconvéniens font ſouvent rebuter les minérais les plus riches en fer, ſans ſe douter qu'il eſt poſſible d'en tirer parti, en y ajoutant aſſez de fondans.

Quand nos maîtres fondeurs ne trouvent à portée de leurs fourneaux, qu'une eſpèce de minérai de fer très-riche en ce métal, ils ne manquent pas à le qualifier de *mine sèche*, & de conclure qu'il ne leur eſt pas poſſible de la fondre ſans y ajouter d'autres minérais plus terreux, & qu'ils appellent *mines douces;* & on eſt forcé de leur en procurer quelquefois à grands frais, étant obligé de l'aller chercher fort loin : cependant tout le mérite de cette mine douce eſt de fournir des matières vitrifiables, à raiſon de l'abondance de ſa terre non métallique, & un peu de fer, mais qui coûte cher au maître de forge.

Pour préſerver les particules métalliques de la calcination & même de leur entière deſtruction, il faut qu'elles ſoient environnées de laitier qui leur ſert de bain durant la fonte, & qui, raſſemblé au fond du fourneau, les garantiſſe du contact du vent des ſoufflets; les fondeurs même ſentent cette néceſſité en mêlant des minérais pauvres parmi les plus riches, mais ils ne ſavent pas qu'au défaut de mines pauvres, on peut y ſuppléer par les additions dont j'ai parlé, & tirer un grand avantage d'un minérai riche. Toutes matières qui, combinées & employées ſéparément, ſe vitrifieront parfaitement, qui d'ailleurs étant en bain, ſeront aſſez fluides pour laiſſer précipiter les molécules métalliques, rempliront parfaitement leur objet.

Je ſuis même perſuadé que dans le traitement des minérais riches à la fonte, on pourroit, outre la caſtine, y

ajouter avec ſuccès des laitiers bien vitrifiés du grand fourneau & de ceux provenans des affineries & chaufferies, qui contiennent du fer dont on profiteroit; ces matières ſeroient concaſſées avant de les porter au fourneau avec le minérai; elles ne coûteroient rien, puiſqu'elles ſont abondantes dans toutes les forges. Les minérais de cuivre, d'argent & autres, ne ſont jamais fondus ſans y mêler des ſcories ou matières vitrifiées du même travail : nos fondeurs de fer ne font aucun uſage des leurs *(b)*. Si on employoit les laitiers ſans addition d'autres ſubſtances, il pourroit ſe faire que cette matière vitreuſe fût devenue réfractaire juſqu'à un certain point, ayant perdu dans ſa première fonte une partie des ſubſtances les plus volatiles, & qui avoient contribué à lui procurer de la fuſibilité, ainſi que M. Lavoiſier l'a démontré dans ſon Mémoire ſur l'action du feu animé par l'air vital, ſur les ſubſtances minérales, inſéré dans l'hiſtoire de l'Académie de l'*année 1783*. Mais on n'a point cet inconvénient à craindre en ajoutant avec ces laitiers un peu de caſtine ou argile, ſuivant la qualité du minérai. Lorſqu'on traite des minérais pauvres en fer, ils fourniſſent eux-mêmes beaucoup de laitiers, ce qui diſpenſe d'y ajouter une auſſi grande quantité de ce qu'on appelle *fondans;* mais, je le répète, il faut que dans ce procédé métallurgique, il y ait aſſez de matières vitrifiées, ſans quoi le fer, au moment qu'il entre en fuſion & ſe réduit en métal, en paſſant vis-à-vis de la tuyère, ſe trouve à découvert, ſe brûle pour la majeure partie, & paſſe avec le peu de laitier ſec, en s'attachant même aux parois du fourneau : voilà la raiſon pour laquelle les minérais reconnus pour les plus riches, donnent ſouvent moins de matière réguline & de plus mauvaiſe qualité que ceux qui ſont plus pauvres.

(b) Il ſeroit poſſible de tirer un aſſez bon parti des laitiers des forges; en les bocardant & les lavant, on en obtiendroit les grenailles de fer, que ſouvent ils contiennent en grande quantité. J'ai établi, avec beaucoup de ſuccès, cette manipulation peu coûteuſe.

Je crois pouvoir ajouter ici que si les minérais riches en fer, sont plus réfractaires à la fonte que les pauvres, c'est qu'ils approchent plus de l'état métallique, ou parce que, y ayant moins de substances étrangères d'interposées entre les molécules métalliques, ces premières ont de la peine à se dégager des dernières; c'est pourquoi il est indispensable de leur ajouter assez de matières fondantes qui environnent les petits morceaux de minérai, en provoquent la fusion, & défendent du vent des soufflets les molécules de fer qui, sans cela, seroient en partie brûlées au moment même de leur réduction. Dans son Mémoire ci-dessus cité, M. Lavoisier prouve que le fer peut se brûler avec une grande célérité & fracas, en jetant des étincelles comme une gerbe d'artifice; la même chose arrive au régule en fonte de fer dans nos fourneaux, s'il se trouve à nu, soit en passant vis-à-vis la tuyère, ainsi que je l'ai remarqué bien des fois, soit lorsqu'il est rendu au fond du creuset, s'il n'y est pas recouvert par du laitier en fusion, qui, comme plus léger, le surnage.

Je crois avoir suffisamment établi la nécessité d'ajouter des substances vitrifiables dans la fonte des minérais riches, afin qu'ils fournissent assez de laitiers pour garantir les parties métalliques d'une destruction certaine.

Une réflexion suffira pour convaincre les maîtres de forges, & ceux qui s'occupent de ces usines, de la vérité de mes principes. Qu'ils se rappellent que, quand ils traitent ce qu'ils appellent *mines douces*, leur fourneau produit abondamment du laitier très-coulant; qu'au contraire, lorsqu'ils fondent des minérais riches, ce laitier est en bien moindre quantité, & communément plus pâteux. En effet, quand ils fondent leurs prétendues mines douces qui ne rendent, par exemple, que trente livres de fonte par cent, ils doivent en conclure que la partie terreuse ou non métallique se trouve être du poids de soixante-dix livres par quintal dans ces minérais, & que cette substance doit nécessairement se convertir en laitiers; mais si au lieu

de ces mines douces & pauvres, ils emploient un minérai que je ſuppoſerai contenir ſoixante pour cent de régule ou fonte de fer, il eſt évident que la partie étrangère n'eſt à celle du fer que comme 40 eſt à 60. Or, dans ce cas, le quintal de minérai contiendra trente pour cent moins de matières étrangères que dans la première hypothèſe, tandis qu'il devroit en contenir infiniment davantage, relativement à la quantité du fer de ce minérai riche; & ſi c'étoit dans la même proportion du minérai pauvre, il lui faudroit cent quarante livres par quintal de ces matières non métalliques, puiſque ſa teneur en fer eſt double, mais il n'en contient réellement que quarante livres, ainſi que je l'ai dit; il faut donc lui ajouter cent livres de matières vitrifiables par quintal, ſi l'on veut que durant la fuſion de ce minérai riche, les molécules du fer qu'il rend, ſoient environnées de la même quantité de laitier, que dans la fuſion de la mine douce des fondeurs.

Voilà pourquoi j'ai dit qu'outre la caſtine qu'on emploie ordinairement en traitant des minérais pauvres, l'on doit encore en ajouter au minérai riche qu'on traite ſeul : il n'eſt cependant pas toujours néceſſaire que cette addition ſoit auſſi forte que celle dont je viens de parler, ce qui dépend de la qualité du minérai; mais en général, il faut, pour qu'un grand fourneau aille bien & donne de bon fer, que le volume du laitier ſoit de beaucoup plus conſidérable que celui du métal : l'on doit en ſentir la raiſon d'après ce que j'ai dit.

Pour donner une idée de la quantité de matières vitrifiées qui ſortent d'un haut fourneau à fer, je ſuppoſerai, 1.° que ce ſoit la mine pauvre dont on a parlé, contenant trente pour cent de fer, & ſoixante-dix livres de ſubſtances terreuſes, que l'on ait à fondre, & que, ſuivant l'uſage, on y ajoute environ le tiers de ſon poids d'une caſtine quelconque, quantité que je ne porterai cependant qu'à trente livres; mais ces trente livres jointes aux ſoixante-dix livres de ſubſtances étrangères contenues dans chaque

quintal de minérai, font cent livres de matières qui doivent se convertir en verre, sans même y comprendre une petite quantité qui est fournie par la cendre des charbons, & même par les pierres du fourneau qui se vitrifient peu-à-peu. 2.° Je supposerai que le fourneau rende, en vingt-quatre heures, trois mille six cents livres de fonte, il aura donc dû y passer pendant ce temps, savoir, douze milliers de minérai & trois mille six cents livres de castine : or, la totalité de ces mélanges fait quinze mille six cents livres de matières qui ont été fondues, sur quoi il n'en est résulté que trois mille six cents livres de fer; les douze mille livres de surplus ont donc été vitrifiées pendant les vingt-quatre heures; d'où il s'ensuit que le poids de ces matières est à celui du fer, comme 20 est à 6. Si maintenant on compare les volumes, soit du fer, soit des laitiers, on trouvera que celui de ces matières vitrifiées est six à sept fois plus considérable que celui du régule métallique; d'où il s'ensuit que chaque molécule de fer doit se trouver environnée ou accompagnée, à l'instant de sa fusion, de six à sept fois son volume de substances vitriformes, qui, comme je l'ai dit, garantissent le fer du contact immédiat du courant du vent des soufflets, & qui sans cela seroit bientôt brûlé.

Par différentes observations que j'ai faites durant la fusion des minérais de fer dans les hauts fourneaux, j'ai reconnu qu'en général le volume du laitier doit être au moins quatre à cinq fois plus grand que celui du régule métallique, sans quoi la fonte va mal, l'on n'obtient pas tout le fer, & celui qui en résulte est rarement de bonne qualité.

D'après cet exposé, on pourra facilement juger des pertes que doivent naturellement éprouver ceux qui, n'ayant que des minérais riches à traiter, n'y ajoutent que la même quantité de castine qu'ils emploient pour des minérais pauvres.

Quoique les substances vitrifiables qu'on ajoute dans la fonte des minérais de fer, contribuent à en opérer la fusion,

c'eſt moins pour remplir cet objet que pour préſerver le fer d'une deſtruction certaine, qu'il en faut en ſuffiſante quantité. Ce principe eſt non-ſeulement applicable dans le traitement des minérais de fer, mais auſſi pour la fonte des minérais d'argent, de cuivre, plomb & autres, quand on les fond dans des fourneaux dont le feu eſt animé par le vent des ſoufflets; car dans tous ces procédés métallurgiques, les ſcories y ſont indiſpenſables.

Si j'ai fait voir que des laitiers trop ſecs ou trop tenaces ſont d'un grand préjudice dans la fonte des minérais de fer, il eſt bon de faire obſerver que s'ils étoient trop fluides, il en réſulteroit un autre inconvénient; en voici la raiſon: des laitiers d'une trop grande fluidité, coulent promptement à travers les charbons, avant même que la partie réguline ſoit en parfaite fuſion; alors les molécules de fer ſe trouvant privées de matières vitrifiées & expoſées à l'action du feu & du vent, ſont en partie brûlées, comme ſi l'on n'eût pas ajouté aſſez de caſtine; il eſt donc eſſentiel que les laitiers ne ſoient ni trop coulans, ni trop pâteux: l'on peut éviter ces deux extrêmes par différentes proportions des fondans.

Je crois avoir ſuffiſamment établi dans ce Mémoire, les moyens de remédier aux difficultés que nos fondeurs éprouvent en ne traitant, à leurs hauts fourneaux, qu'une eſpèce de minérai très-riche en fer; mais on ne peut pas en charger autant au fourneau que de minérais pauvres, puiſqu'on eſt obligé d'y ajouter beaucoup de fondans qui occupent de la place; malgré cela, ces mines riches fourniront plus de fer, étant fondues ſuivant ma théorie, que celles que les fondeurs appellent *douces.* On pourra donc maintenant tirer parti de ces premières ſans le ſecours des ſecondes. Si la fonte des minérais les plus riches en fer, préſente quelques difficultés en les traitant aux hauts fourneaux, il n'en eſt pas ainſi en faiſant uſage de la méthode Catalane que j'ai décrite dans deux Mémoires que j'ai préſentés à l'Académie, par leſquels je fais voir que l'on y

fabrique d'excellent fer par coagulation, & même de l'acier avec des mines en roche & très-riches, sans les faire entrer en fonte claire. J'ai même démontré par ces Mémoires, que le fer se fait dans ces petits fourneaux Catalans avec beaucoup plus d'économie que par les grands; que sa fabrication n'exige que la moitié ou au plus les deux tiers du charbon qui se consume, tant dans nos grands fourneaux qu'aux affineries & chaufferies.

Les fondans ou castines sont, comme je l'ai démontré, indispensables dans nos grands fourneaux à fer; il n'en faut point dans ceux à la Catalane, parce qu'au lieu d'entrer en fonte claire, comme dans les premiers, le fer s'y précipite sous forme pâteuse, à mesure que les substances terreuses se dégagent des parties métalliques; voilà pourquoi j'ai donné à ce procédé le nom de *fonte par coagulation.*

Nous avons beaucoup de minérais de fer en roche, en Dauphiné, en Périgord, en Alsace & ailleurs, que l'on pourroit traiter très-avantageusement par la méthode des Catalans.



EXAMEN

EXAMEN D'UN SABLE VERT CUIVREUX, DU PÉROU.

Par M.rs le Duc DE LA ROCHEFOUCAULD, BAUMÉ, & DE FOURCROY.

M. DOMBEY ayant fait présent à l'Académie, d'un sable vert trouvé au Pérou, elle nous a chargés d'en faire l'analyse. Les expériences que nous avons faites sur ce sable, nous ayant présenté quelques faits intéressans, nous avons cru pouvoir en faire l'objet d'un Mémoire pour cette séance, & espérer que le public entendroit avec plaisir ce premier détail sur le produit d'un voyage qui a droit à son intérêt & à sa reconnoissance.

Lû le 26 Avril 1786.

M. Dombey, parti par ordre du Roi en 1776, est revenu sur la fin de l'année dernière, après avoir parcouru le Pérou & le Chili, avec un zèle que ni les fatigues, ni l'intempérie du climat, ni les obstacles moraux, plus insurmontables quelquefois que les obstacles physiques, n'ont pu ralentir. Au péril de sa santé qui en est très-altérée, au péril même de sa vie, il a rassemblé une immense collection de plantes, dont une grande partie sont nouvelles, & que les soins de M. Lhéritier, qui sait allier l'étude des Sciences aux fonctions importantes de la Magistrature, feront connoître au Public. Indépendamment de ce précieux recueil, M. Dombey a rapporté des morceaux curieux pour les autres parties de l'histoire naturelle, pour les antiquités Péruviennes, & un grand nombre d'observations, dont il est à desirer que les détails écrits par lui-même, jettent du jour sur ces contrées peu connues. Aussi désintéressé que bon observateur, la fortune considérable que la profession

de Médecin lui procuroit, il l'a employée toute entière à ces acquisitions, dont une moitié seulement arrivée en France, a excité l'admiration de tous les savans.

L'état de la santé de M. Dombey exigeant une vie libre & du repos, il a négligé le soin de sa fortune, peut-être même celui de sa gloire, en quittant la capitale pour se retirer dans sa province, où il compte exercer la médecine pour les pauvres seulement; c'est-là que, dans le silence, il préparera sans doute une relation de ses voyages, qui sera reçue du public avec intérêt; & c'est-là qu'il recevra les justes récompenses que le Gouvernement destine à ses utiles travaux.

Après cet hommage dû à M. Dombey, nous allons rendre compte de la substance singulière qui fait l'objet de ce Mémoire: il seroit important d'en connoître l'histoire naturelle; mais M. Dombey ne l'a pas ramassée lui-même, il l'a achetée d'un Indien aux mines de Copiapu, & tout ce qu'il a pu apprendre de cet Indien & de son curé, c'est qu'elle se trouve dans une petite rivière de la province de Lipès, deux cents lieues plus loin que Copiapu; que cette rivière se perd dans les sables du désert d'Alacama qui sépare le Pérou du Chili, & que ce sable vert y est peu abondant.

En l'examinant à la vue simple, il paroît composé de deux matières différentes, toutes deux fort tenues, l'une d'un beau vert, qui est la plus abondante, l'autre grise, & ces deux matières semblent tendre à se séparer lorsqu'on les agite. L'œil armé d'une loupe aperçoit la partie verte comme transparente, & découvre dans la portion grise de petits cristaux de quartz, des fragmens semblables au feld-spath, & des molécules rougeâtres, d'apparences diverses; mais le microscope ne présente cette partie grise que comme quartzeuse; la verte paroît transparente, quelques fragmens sont cristallisés en prismes, & tous ont dans leur milieu des veines noirâtres qui y forment des espèces d'herborisation.

Nous avons tenté, mais inutilement, de séparer par le

lavage les différentes matières que ce ſable contient; le barreau aimanté n'en a rien enlevé non plus.

Il étoit aſſez naturel d'imaginer, à la première inſpection, que la partie verte ſeroit de la malachite, & nous avons en conſéquence réſolu de comparer ces deux ſubſtances, entre leſquelles nous n'avons pas tardé à reconnoître des différences notables.

La malachite réduite en poudre, & vue au même microſcope, étoit à la vérité tranſparente comme le ſable vert, mais moins veinée & d'une couleur plus claire.

Jeté au milieu d'un braſier, le ſable vert produit une flamme verte & bleue très-brillante, & qui dure long-temps; celle de la malachite eſt ſeulement verte & dure peu : la malachite d'ailleurs a beſoin d'une chaleur plus forte pour s'enflammer.

Le ſable vert mis dans un creuſet au fourneau de fuſion, a fondu dans une demi-heure, ſans addition, en une fritte vitreuſe d'un brun-rougeâtre, criſtalliſée en lames appliquées les unes ſur les autres.

Mais avec un mélange d'alkali fixe & de poix-réſine, deux onces de ſable vert nous ont donné un culot de beau cuivre peſant ſept gros vingt-quatre grains; & dans une ſeconde expérience, une once de ſable vert a fourni trois gros cinquante-quatre grains, mais les ſcories en retenoient une portion difficile à apprécier.

Une once de malachite avec le même flux, a donné quatre gros vingt-quatre grains de cuivre, ainſi cette ſubſtance paroîtroit contenir une plus grande quantité de métal; mais comme le ſable vert eſt mêlé de parties étrangères & métalliques, il paroît que s'il étoit réduit à ſa portion verte ſeulement, le produit métallique ſeroit à peu-près égal des deux côtés.

La malachite avoit déjà été examinée avec l'appareil pneumato-chimique, par M. l'abbé Fontana; mais quoique le nom de ce ſavant, juſtement célèbre, nous répondît de l'exactitude de ſes réſultats, nous n'avons pas négligé

de faire comparativement l'analyse des deux substances, pour obtenir leurs produits aériformes.

Nous avons mis deux onces de malachite réduite en poudre, dans une cornue de verre lutée au fourneau de réverbère; au bec de la cornue étoit adapté un petit ballon tubulé, d'où partoit un tube recourbé plongeant dans l'eau: après avoir laissé échapper l'air des vaisseaux, nous avons recueilli dans des récipiens un volume de fluide élastique égal à sept livres douze onces d'eau; ce gaz, qui s'étoit dégagé en grosses bulles, éteignoit la bougie, précipitoit l'eau de chaux & la redissolvoit; c'étoit donc de l'acide crayeux, ainsi que l'avoit annoncé M. l'abbé Fontana.

Deux onces de sable vert du Pérou, traitées de même, nous ont donné un fluide élastique qui se dégageoit en petites bulles & qui augmentoit l'éclat de la lumière; c'étoit évidemment de l'air vital, mais un peu mélangé d'acide crayeux, car il précipitoit légèrement l'eau de chaux; & d'après l'absorption qui s'en est faite sur cette eau, nous avons jugé que la proportion du mélange étoit d'une partie d'acide crayeux sur dix-huit parties d'air vital: il y avoit environ vingt-un pouces cubiques de ce gaz.

Le ballon adapté au bec de la cornue où étoit la malachite, contenoit un gros dix-sept grains d'une liqueur claire & sans odeur, qui ne paroissoit être que de l'eau; mais le sable vert avoit fourni un gros soixante-neuf grains de liqueur d'un vert d'émeraude clair, donnant une forte odeur d'acide muriatique, & dont la saveur étoit fortement acide.

La cornue de la malachite n'avoit dans son col qu'un léger enduit blanc-verdâtre, au lieu que celui de la cornue où le sable vert avoit été distillé, étoit tapissé de fleurs blanches, jaunes & vertes, que nous avons jugé être du muriate de cuivre, d'après l'odeur d'acide muriatique qui s'en est dégagée lorsqu'on y a versé de l'acide vitriolique, & d'après la couleur bleue qu'il a prise par l'alkali volatil.

Enfin, le résidu de la malachite, que l'on n'a pas pu

peser parce qu'il étoit en partie fondu & adhérent au verre, étoit d'un brun-noirâtre, & a conservé cette couleur; mais celui du sable vert qui pesoit une once cinq gros trente-quatre grains, & qui formoit une masse cohérente brune détachée du fond de la cornue, a repris, au bout de quelques jours, une couleur verte qui est devenue de plus en plus vive, & paroît aujourd'hui presque aussi belle à la surface & même assez avant dans l'intérieur, que celle du sable intact. Ce changement ne peut être dû qu'à l'absorption, par cette chaux, de la base de l'air vital de l'atmosphère qui la rétablit dans son premier état; c'est ce que nous nous proposons de vérifier en la soumettant de nouveau à l'appareil pneumato-chimique.

Cette expérience nous ayant assuré que la malachite & le sable vert du Pérou étoient des chaux cuivreuses, mais combinées à des substances différentes, & formant par conséquent des composés dissemblables, nous avons cessé de les comparer, & nous ne nous sommes plus occupés que d'analyser notre sable par la voie humide, pour compléter le travail dont l'Académie nous avoit chargés.

Deux onces d'acide vitriolique versées sur deux gros de sable vert n'ont point excité d'effervescence, mais il s'est formé presque tout-à-coup une masse concrète qui pourtant se brisoit facilement; l'acide ne s'est d'abord coloré que foiblement en bleu. La dissolution, au bout de quinze jours, étoit plus verte que bleue, & contenoit un sel cristallisé en prismes verdâtres: le sable non dissous pesoit dix-huit grains. Dès le commencement de la dissolution, il s'est dégagé une odeur d'acide muriatique, qui a continué d'être très-sensible pendant plus de douze jours.

L'acide nitreux a dissous le sable vert sans effervescence, & il ne s'est point formé de masse solide; la dissolution bleue & claire a donné des cristaux de nitre cuivreux très-purs; il y a eu, comme par l'acide vitriolique, dix-huit grains de sable non dissous.

L'action de l'acide muriatique a été très-vive, quoique

ſans effervefcence, & le ſable vert a pris une forme concrète comme avec l'acide vitriolique; mais ſa couleur eſt devenue d'un jaune-verdâtre, tandis que la diſſolution a pris celle d'un vert-foncé. La maſſe concrète a bientôt été diſſoute par l'acide, & la diſſolution étendue de trois onces deux gros d'eau diſtillée & légèrement chauffée, eſt devenue d'un beau vert & a certainement été complète, car la portion non diſſoute étoit abſolument décolorée, même au microſcope, & ne peſoit que ſeize grains ſur deux gros de ſable vert.

Cette diſſolution muriatique précipitée par un barreau de fer, a donné ſoixante-ſept grains de feuilles de cuivre, qui, réduites avec un peu de poix-réſine & d'alkali fixe, ont fourni, ſous une ſcorie très-brune, un culot de beau cuivre peſant cinquante grains, quantité aſſez approchante du produit métallique obtenu du ſable vert au fourneau de fuſion; mais comme il a été impoſſible de détacher entièrement le cuivre du barreau de fer, nous eſtimons à huit ou dix grains la portion de ce métal non peſée, ce qui fait ſoixante-quinze grains de cuivre pour deux gros de ſable du Pérou.

L'alkali volatil verſé ſur trente-ſix grains de ſable vert, a formé d'abord une maſſe ſolide; mais cette maſſe diviſée s'eſt bientôt diſſoute, & la portion qui ne ſe diſſolvoit pas ſe décoloroit ſenſiblement. La diſſolution évaporée à ſiccité, a donné un produit bleu & vert peſant quarante grains, & la portion non diſſoute peſoit cinq grains, réſidu plus conſidérable que celui laiſſé par les acides.

Comme le travail dont nous venons de rendre compte, nous avoit donné pluſieurs fois occaſion de remarquer une odeur très-ſenſible d'acide muriatique, ſoit dans les diſſolutions de ſable vert par l'acide vitriolique, ſoit dans le produit liquide de ſa diſtillation, qui avoit le caractère d'acide muriatique oxygéné, nous avons voulu nous aſſurer de la préſence de cet acide, & en déterminer, s'il ſe pouvoit, la quantité.

En conséquence, nous avons trituré un peu de sable vert dans l'eau distillée froide, qui a précipité en blanc la dissolution nitreuse d'argent.

Nous avons ensuite fait bouillir pendant un quart-d'heure, une livre & demie de notre sable dans deux livres d'eau distillée : la dissolution filtrée étoit claire, mais d'un jaune-verdâtre, évaporée à siccité dans une cornue, elle a donné une matière un peu boursouflée & comme fondue, qui pesoit dix grains. Cette matière avoit une odeur bitumineuse, elle se boursoufloit encore sur le charbon; l'acide vitriolique en dégageoit une odeur sensible d'acide muriatique; l'eau ne la dissolvoit qu'en partie & devenoit jaune; filtrée, elle précipitoit par l'alkali fixe une poudre blanche; par l'alkali volatil, au bout de plusieurs heures, une poudre jaunâtre, & la liqueur prenoit une nuance verte; la noix de gale n'y a produit aucun changement, mais la dissolution nitreuse d'argent a donné sur le champ un précipité blanc. La présence de l'acide muriatique est donc bien constatée, mais sa quantité ne peut pas être connue par cette expérience. Le résultat moyen des divers procédés que nous avons mis en usage pour estimer cet acide, nous donne de neuf à dix livres par quintal de sable.

Pendant que nous faisions cette analyse, M. d'Arcet a bien voulu se charger d'essayer le sable vert au feu de porcelaine; il en a obtenu le même résultat que nous, en le fondant sans addition, & une belle couleur verte-claire sur la porcelaine tendre, & plus foncée sur la dure.

Il résulte de notre examen, que ce sable est une mine de cuivre fort riche dans l'état de chaux cuivreuse, unie à un peu d'acide muriatique & d'eau, mêlée avec un sable quartzeux & quelques atomes de fer, dont nous avons trouvé les traces dans plusieurs de nos expériences. Cette chaux est si avide de la base de l'air vital, qu'elle la reprend facilement à l'air, après qu'on la lui a enlevée par le feu.

En prenant les résultats moyens de nos expériences, il

résulte de cette analyse que cent grains de sable vert & cuivreux du Pérou, contiennent à peu-près :

52	grains de cuivre.
10......	d'acide muriatique.
12......	d'eau.
11......	de la base de l'air vital.
11......	de sable.
1.....	d'acide crayeux. / de fer.
3......	perte.
Total.. 100.	

C'est à l'histoire naturelle à rechercher son origine, qui sans doute est une mine de cuivre d'une espèce jusqu'à présent inconnue, d'où les eaux auront successivement enlevé quelques parties; ainsi chariées & comminuées, elles se seront mêlées avec un sable étranger & auront formé un dépôt : il reste donc à souhaiter que de nouveaux observateurs aussi zélés que M. Dombey, aillent éclaircir nos doutes, & nous rapportent, sur la minéralogie de ces contrées, des lumières aussi étendues que cet illustre voyageur nous en a données sur la botanique.

Addition au Mémoire, faite le 21 Avril 1787.

La chaux cuivreuse résultante de la distillation du sable vert, qui, dès le douzième jour après l'opération faite en Février 1786, avoit commencé à se colorer en vert, a été conservée dans un cabinet à l'abri de toute autre influence que celle de l'air atmosphérique; on a seulement eu soin de la remuer de temps en temps pour changer les surfaces : elle a verdi dans sa totalité, & s'est trouvée seulement d'une nuance

nuance un peu plus claire que le sable intact. Le 5 Mars 1786, elle pesoit une once cinq gros trente-quatre grains, & le 20 Avril 1787, une once six gros soixante grains; ainsi elle avoit acquis, dans cet intervalle, un gros vingt-six grains.

Nous l'avons soumise à une nouvelle distillation dans l'appareil pneumato-chimique; elle nous a fourni un gros trente grains d'eau, d'abord claire, puis verte, ayant une légère odeur d'acide muriatique, & à laquelle l'alkali volatil donnoit une belle couleur bleue; & soixante-trois pouces cubes d'air vital, ou trente-un grains & demi d'air vital mêlé d'un atome d'acide crayeux. Le bec de la cornue exhaloit une forte odeur d'acide muriatique oxygéné, mêlée de celle du cuivre, & le col étoit tapissé d'un léger sublimé jaune-rougeâtre & presque noir; le résidu brun-rougeâtre étoit aglutiné & pesoit une once quatre gros cinquante-sept grains, c'est-à-dire, quarante-neuf grains de moins qu'après la première distillation. Nous le garderons pour voir s'il reprendra la couleur verte, ce qui nous paroît indubitable.

Il résulte de cette expérience, que la chaux cuivreuse a une grande affinité avec l'eau & la base de l'air vital.

Addition du 5 Octobre 1788.

Le résidu de la seconde expérience faite le 21 Avril 1787, a repris déjà depuis longtemps une belle couleur verte.

Nota. M. Berthollet, notre confrère, qui a été chargé par l'Administration, d'examiner le sable cuivreux du Pérou, a bien voulu nous communiquer le résultat de son travail, & nous permettre de l'insérer à la suite de notre analyse. En comparant ses recherches aux nôtres, on verra que nous avons trouvé absolument les mêmes principes dans cette espèce de mine de cuivre, & que nous ne différons que très-peu sur la proportion de quelques-uns de ces principes.

NOTES

Communiquées par M. BERTHOLLET, sur l'Analyse du même Sable vert.

LE Sable vert qui a été apporté par M. Dombey, & qu'on m'a remis pour en faire l'analyse, a été soumis aux expériences suivantes.

1.° Cent grains traités par la distillation à siccité avec cinq cents grains d'acide vitriolique, ont laissé un sel qui, dissous dans l'eau distillée & filtré ensuite, a montré toutes les apparences d'une dissolution de vitriol de cuivre; des lames de fer bien nettes en ont précipité cinquante-six grains de cuivre.

2.° Le résidu qu'on a trouvé sur le filtre, bien lavé & séché, pesoit treize grains; c'étoit un sable siliceux.

3.° Cinq cents grains ont donné, par la distillation, soixante-trois grains d'eau légèrement acidule: il a fallu trois grains d'alkali fixe aéré pour en saturer l'acide, qui étoit de l'acide marin.

Il s'est sublimé, dans cette opération, un peu de sel qui s'est dissous dans l'eau, & qui a précipité l'argent de sa dissolution, en lune cornée.

4.° Cent grains ont donné, à l'appareil pneumato-chimique, de l'air déphlogistiqué qui contenoit environ une once mesure d'air fixe.

5.° Deux cents grains ont été distillés avec cent grains d'acide vitriolique: on a reçu les vapeurs dans l'eau distillée, qui s'est trouvée acide après l'opération; on l'a saturée d'alkali minéral pur, on l'a fait évaporer, ensuite on a fortement desséché le sel qui en est résulté; dans cet état, il pesoit quarante-huit grains. Pour juger de la quantité de sel de Glauber qui devoit se trouver confondu

avec le sel marin, on a dissous tout le sel qu'on avoit obtenu, dans l'eau distillée, & on en a précipité l'acide vitriolique par une dissolution de terre pesante : le précipité de spath pesant, obtenu par ce moyen, & séché, pesoit vingt-cinq grains.

6.° Après avoir précipité par l'alkali prussien, une dissolution de cent grains de ce sable dans l'acide nitreux, on a mêlé à la liqueur filtrée un peu d'alkali volatil effervescent, & la liqueur ne s'est point troublée.

7.° Le résidu de cette dissolution par l'acide nitreux, s'est trouvé du même poids que celui de la dissolutiou d'une égale quantité par l'acide marin.

Il résulte de la première expérience, que cent parties de ce sable contiennent cinquante-six parties de cuivre.

De la seconde, que cent parties contiennent treize parties de sable siliceux.

De la troisième, qu'il se trouve à peu-près douze parties d'eau dans la même quantité de ce minéral.

On peut aussi conclure de la même expérience, que ce sable contient de l'acide marin, dont une quantité très-petite passe dans la distillation : on a évalué cette quantité qui passe à la distillation, à trois grains sur soixante-trois d'eau.

La quatrième expérience prouve que cent grains de cette mine contiennent à peu-près un grain d'air fixe; quant à l'air vital qu'on en a retiré, il a été chassé du cuivre qui s'y trouve en chaux, par l'action de l'acide marin, & par l'intermède de la chaleur.

Par la cinquième expérience, on a déterminé la quantité d'acide marin qui minéralise le cuivre dans cette mine, & dont les expériences précédentes avoient simplement prouvé l'existence; l'on a eu quarante-huit grains de sel desséché, après avoir saturé d'alkali minéral la liqueur acide qu'on avoit obtenue; ce sel dissous a donné, avec la dissolution de terre pesante, vingt-cinq grains de spath pesant: or, vingt-cinq grains de spath pesant tiennent

trois grains & demi d'acide vitriolique, auxquels il falloit, pour se saturer, deux grains & demi d'alkali minéral pur; de sorte qu'il se trouvoit six grains de sel de Glauber dans les quarante-huit grains de sel qu'on avoit obtenus, & les quarante-deux grains qui restent étoient du sel marin. Or, quarante-deux grains de ce dernier sel contiennent à peu-près vingt-deux grains d'acide marin : l'expérience ayant été faite sur deux cents grains de mine, il s'ensuit que cent parties tiennent à peu-près onze parties d'acide marin.

La sixième expérience prouve que ce sable ne contient ni terre calcaire ni magnésie, car ces terres n'auroient pas été précipitées de leur dissolution dans l'acide nitreux, par l'alkali prussien, mais l'alkali volatil effervescent auroit troublé la liqueur, pour peu qu'il s'en fût trouvé dans la dissolution.

Il suit de la dernière expérience, que le cuivre de cette mine ne contient point d'argent.

Voici le résumé de l'analyse, en négligeant les fractions: cent livres de sable cuivreux contiennent

Cuivre	56 livres	
Acide marin	11.	à peu-près.
Air fixe	1.	à peu-près.
Eau	12.	à peu-près.
Sable siliceux	13.	
EN TOUT	93 livres	

Les sept livres qui manquent doivent être attribuées à l'air vital qui réduit le cuivre en chaux; car cent livres de chaux de cuivre contiennent environ quatre-vingt-six ou quatre-vingt-huit livres de cuivre; le reste du poids est dû à l'air vital, & probablement à un peu d'eau.

Cette mine contient encore de la chaux de fer, car le résidu des dissolutions par l'acide vitriolique ou par l'acide nitreux, a un petit coup-d'œil jaunâtre, qu'on peut lui

enlever par l'acide marin qui se colore alors, & donne du bleu de Prusse avec l'alkali prussien; mais la quantité en est si petite, que je n'ai pu l'évaluer.

Lorsqu'on projette ce sable sur le feu, il donne une belle flamme bleue & verte: cet effet est dû à l'acide marin qu'il contient, car j'ai donné à la limaille de cuivre & à toutes ses chaux, la même propriété, en les humectant d'acide marin, & les faisant sécher ensuite. Il y a apparence que ce phénomène dépend de ce que la dissolution de cuivre se sublime avant d'être décomposée entièrement, & que les rayons de lumière sont modifiés, en passant à travers, de la même manière qu'ils le sont en passant à travers une dissolution de cuivre.



SUR UNE CRISTALLISATION DE PLOMB,

Trouvée dans les débris d'un fourneau à manche, de Leſſard près les Sables d'Olonne en Poitou.

Par M. DUHAMEL.

Lû le 19 Août 1786.

LE minéral de plomb riche en argent, qu'on a exploité dans la mine de ce lieu, eſt diſſéminé dans une gangue quartzeuſe. Pour traiter ce minéral, on le bocarde, on le paſſe au lavoir, d'où il ſort en pouſſière; puis on le fond au fourneau à manche.

M. Chapel, ingénieur des mines, qui a dirigé les travaux d'Olonne pendant plus d'un an, m'a remis, pour le Cabinet de l'école des mines, les criſtalliſations de plomb ſulfuré dont je parle : l'un des deux morceaux offre à ſa ſurface des criſtaux de plomb carrés, des eſpèces de carcaſſes de cubes, dont les lignes ſont ſemblables à celles des bâtons à la grecque; l'autre morceau préſente des cubes de plomb épars ſur une matière vitrifiée, poreuſe, griſâtre, formée par de la chaux de plomb & du quartz; l'enduit jaunâtre qui eſt à la ſurface, eſt de la chaux de plomb.

Les criſtaux carrés que je viens de décrire, ſont du plomb mêlé d'un peu de ſoufre, qui ſe fond aiſément au chalumeau & y devient ductile, après avoir exhalé un peu d'acide ſulfureux. Ces maſſes friables renferment auſſi du plomb ductile.

Juſqu'à préſent, les chimiſtes n'ont préſenté que le biſmuth criſtalliſé dans les deux états que je viens d'expoſer.

RAPPORT
CONCERNANT
LES CIDRES DE NORMANDIE
Par M.rs CADET, LAVOISIER, BEAUMÉ, BERTHOLLET & D'ARCET.

M. LE COMTE DE VERGENNES, secrétaire d'État, ayant le département de la Normandie, a communiqué à l'Académie une lettre écrite au Roi par le parlement de Rouen, le 12 du mois d'Août dernier, dans laquelle, après avoir exposé les abus qui se sont introduits dans la fabrication & le commerce des cidres, & les moyens qu'il a cru devoir mettre en usage pour y remédier, il demande « qu'il soit nommé des commissaires de l'Académie des Sciences, du Collége de Médecine & « de Pharmacie de Paris, aux fins de procéder à des expé- « riences de tout genre sur la fabrication des cidres & poirés, « leur fermentation, leur clarification & leur conservation; « ensemble sur les moyens de connoître les corps étrangers qui « auroient pu être ajoutés à ces boissons; de déterminer ceux « qui pourroient être nuisibles ou avantageux, tant pour la « fermentation, que pour adoucir l'aigreur des cidres & « poirés; & enfin de donner leur avis sur les règlemens qu'ils « estimeroient convenables pour la sûreté publique & l'avan- « tage du commerce ».

Lû le 17 Juin 1786.

Au moment où la lettre du parlement de Rouen a été communiquée à l'Académie, elle s'est empressée d'en remplir le vœu, en formant une commission principalement composée de membres de la Faculté de Médecine & du Collége de Pharmacie; & elle a nommé pour la remplir, M.rs Cadet, Baumé, Berthollet, d'Arcet & moi.

Pour procéder avec ordre dans le compte que nous

devons rendre à l'Académie, du travail que nous avons entrepris par ses ordres, nous diviserons ce rapport en deux parties : nous présenterons dans la première, un exposé succinct de ce qui s'est passé en Normandie depuis 1771, relativement à la falsification des cidres ; nous nous proposerons ensuite à nous-mêmes, dans la seconde partie, un certain nombre de questions extraites principalement de la lettre du Parlement au Roi : ces questions formeront la division naturelle de la seconde partie de ce rapport.

PREMIÈRE PARTIE,

Contenant un abrégé historique de ce qui s'est passé en Normandie depuis 1771 jusqu'en 1785, relativement à la falsification des Cidres.

CE n'est pas d'aujourd'hui que l'industrie & l'intérêt ont engagé les habitans de la Normandie à employer différens moyens pour adoucir les cidres devenus aigres, pour les clarifier & pour y exciter la fermentation, peu favorisée par la saison froide dans laquelle on est obligé de les fabriquer. Parmi les recettes qui se sont répandues, & dont quelques-unes même ont été publiées dans des ouvrages imprimés, le plus grand nombre étoit, sinon très-efficace, au moins très-innocent; quelques-unes au contraire étoient très-dangereuses, nuisibles à la santé, & pouvoient être regardées comme de véritables poisons.

Ce fut en 1771 que l'attention publique fut réveillée sur cet important objet. Il paroît qu'à cette époque on faisoit ouvertement usage, dans quelques cantons de la Normandie, de la céruse pour clarifier les cidres. Un curé du pays d'Auge, auquel on fit naître des scrupules sur l'emploi de cette matière, en écrivit à M. Dieres, avocat à Rouen, qui crut ne pouvoir mieux faire que de s'adresser à l'Académie des Sciences, Arts & Belles-lettres de cette ville, pour la consulter. M.rs Pinard, médecin, & Lechandelier, apothicaire, furent nommés commissaires; & sur leur rapport, l'Académie

l'Académie jugea que l'usage intérieur de la céruse, & en général des préparations de plomb, devoit être absolument proscrit, comme pernicieux & mortel; qu'on ne pouvoit attribuer qu'à un défaut de connoissance l'usage qui s'en étoit introduit dans le pays d'Auge; mais que si, après la publication d'une loi qui feroit défense d'employer la céruse dans les cidres, des particuliers continuoient de se le permettre, ils mériteroient punition.

Ce rapport de l'Académie de Rouen fut imprimé en 1772: on crut sans doute que sa publication suffiroit pour avertir les fabricans de cidres des dangers de la céruse, & pour les éloigner d'en faire usage; cependant des accidens qui arrivèrent aux environs du Pont-Audemer & du pays d'Auge, & qu'on pouvoit attribuer à l'usage du cidre, déterminèrent le Parlement à rendre, le 27 Janvier 1775, un arrêt « qui fait défense à toutes personnes, de quelqu'état, « profession & condition qu'elles soient, faisant commerce « de cidres, vins & autres liqueurs, même à tout propriétaire « usant de ces boissons & liqueurs pour leur consommation « personnelle, de faire usage de la céruse, de la litharge, « ou de toute autre préparation de plomb pour clarifier ou « améliorer les vins, les cidres, la bière, ou autres liqueurs, « sous peine de punition corporelle & de cinq cents livres « d'amende, dont moitié applicable au dénonciateur, & « l'autre moitié aux pauvres de la paroisse du lieu du délit ». Le Parlement joignit à cet arrêt le détail d'un procédé pour reconnoître la présence de la préparation de plomb dans les cidres.

Il paroît que ce règlement produisit tout l'effet qu'on avoit lieu d'en attendre, & qu'en supposant qu'on eût continué jusqu'alors à employer des préparations de plomb pour adoucir les cidres dans quelques parties de la Normandie, les fabricans, ou mieux instruits, ou intimidés par la loi, cessèrent d'en faire usage; puisque, sur le grand nombre des cidres qui ont été soumis à des épreuves depuis 1775, il ne s'en est trouvé aucun dans lequel la présence

du plomb ait été suffisamment constatée pour donner lieu à des peines afflictives.

Cet arrêt étoit à peine publié, qu'un chimiste de Rouen, M. de la Folie, prétendit, dans un Mémoire qui fut rendu public par la voie de l'impression, que l'épreuve du foie de soufre indiquée par le Parlement lui-même, comme un moyen assuré pour reconnoître la présence des préparations de plomb dans les cidres, étoit insuffisante; qu'on pouvoit masquer cette addition par le moyen de la craie; que cette terre enveloppoit les molécules métalliques au point que le foie de soufre ne les faisoit plus reparoître : il en concluoit que toute addition de craie étoit dangereuse, soit par elle-même & par les effets qu'elle produisoit, soit par la propriété qu'elle avoit d'empêcher de reconnoître la présence du plomb. Il indiqua l'alkali fixe comme un moyen sûr pour reconnoître les additions de terre calcaire dans les cidres.

L'opinion d'un citoyen qui avoit fait preuve de zèle en un grand nombre d'occasions, & auquel on ne pouvoit refuser des connoissances en Chimie, entraîna celle du Parlement; & sans consulter l'Académie de Rouen, dont le premier rapport avoit déterminé l'arrêt du 27 Janvier 1775, il fut rendu, le 7 Juillet de la même année, un nouvel arrêt « qui fit défenses à toutes personnes d'insérer » dans les cidres aucuns ingrédiens ou corps étrangers, de » quelque nature ou qualité qu'ils soient, sous peine d'être » poursuivies extraordinairement, & punies de peines pécu- » niaires ou corporelles, même de mort, suivant l'exigence du cas ».

Ce même arrêt ordonne « que les Officiers de police » de Rouen se transporteront incessamment dans les caves » & celliers des marchands de cidres sur le quai, à l'effet de » faire dresser procès-verbal par des chimistes, des cidres » qui y seront déposés, & de faire jeter dans la rivière ceux » qui, après expérience faite, seront trouvés mélangés de corps étrangers ».

Ce dernier arrêt a été la base de toutes les procédures faites par les Officiers de la police de Rouen, depuis 1775 jusqu'en 1784 : nous croyons devoir en supprimer ici le détail, & nous nous contenterons d'exposer à l'Académie la manière dont on opéroit pour constater les mélanges ; nous les tenons de M. Mesaize lui-même, apothicaire-major de la Santé & de l'Hôtel-Dieu de Rouen, membre de l'Académie de cette ville, & qui, dans l'origine, étoit seul chargé des épreuves. On remplissoit trois verres de chacun des cidres sur lesquels on avoit à prononcer ; on versoit dans les deux premiers de l'alkali fixe en liqueur ; on remuoit l'un & on laissoit l'autre en repos ; on versoit dans le troisième verre du foie de soufre volatil : enfin, dans les derniers temps, on remplissoit un quatrième verre du même cidre, & on y mettoit un petit barreau de fer bien décapé : on laissoit ces verres dans un lieu tranquille & fermé jusqu'au lendemain, & ce n'étoit qu'au bout de vingt-quatre heures qu'il en étoit dressé procès-verbal. S'il y avoit un précipité par l'alkali fixe, on en concluoit, conformément au Mémoire de M. de la Folie, qu'il avoit été ajouté de la terre calcaire dans le cidre mis en expérience : si le précipité par le foie de soufre étoit noir ou brun, on en concluoit qu'il avoit été ajouté, soit du plomb, soit une autre substance métallique quelconque : enfin, si le barreau plongé dans le cidre, en sortoit cuivré, on en concluoit que le cidre contenoit du cuivre. Les Officiers de police prononçoient en conformité du procès-verbal des Experts.

De nouveaux accidens arrivés en 1784, ayant encore excité la sollicitude & la vigilance du ministère public, il fut rendu le 26 Mars, par le parlement de Rouen, un troisième arrêt « qui fait défenses à tous laboureurs & marchands, de vendre aucuns cidres dans la ville de Rouen & autres villes & « bourgs du ressort, sans en avoir donné des échantillons aux « Officiers de police des lieux, pour la vérification être faite « desdits cidres. Ordonne aux Officiers de police de se trans- «

» porter dans les caves & celliers des marchands de cidres, &
» ſur le quai, pour y faire dreſſer des procès-verbaux d'épreuves
» des cidres, & y faire jeter à la rivière tous ceux qui ſe trou-
» veroient mélangés d'ingrédiens ou de corps étrangers ».

Ce dernier arrêt, rendu aux approches de la foire, & qui fut exécuté, avec la rigueur que la circonſtance ſembloit exiger, loin de rétablir la confiance du public, comme on s'y attendoit, jeta au contraire l'alarme dans le commerce des cidres. La portion conſidérable de ces boiſſons qui fut ſéqueſtrée & ſouſtraite à la conſommation, occaſionna un vide ſenſible; & les cidres qui avoient été reconnus comme bons, à la foire du mois d'Avril, éprouvèrent un renchériſſement conſidérable. Le Parlement ne vit d'autre moyen d'en arrêter les progrès, que d'en fixer le prix, & ce fut l'objet de l'arrêt du 30 Avril 1784. Le Procureur général, dans le réquiſitoire ſur lequel eſt intervenu cet arrêt, inſiſte ſur ce que « les réſidus calcaires
» de chaux ou de craie enveloppent & déguiſent tellement
» les ingrédiens métalliques dans le ſel cretacé qui réſulte de
» ce mélange, qu'il n'eſt plus facile de découvrir le plomb,
» n'étant plus aſſez à découvert pour ſe noircir aux approches
» du phlogiſtique, & par conſéquent d'être vérifié par le foie
» de ſoufre; le tout ſans parler des maladies que la craie
peut occaſionner par elle-même ».

Pluſieurs ſentences de condamnation du Siége de la police de Rouen, ont ſuivi cet arrêt, notamment celle du 5 Juillet 1784, qui condamne quarante marchands en trois livres d'amende, pour avoir introduit dans leurs cidres des corps étrangers; « ordonne que, pour cette fois, &
» ſans tirer à conſéquence, les cidres reconnus pour altérés
» ſeront ſéqueſtrés & convertis en eaux-de-vie; condamne les
» marchands aux dépens, montant à la ſomme de quatre mille
trois cents quarante livres ſept ſous dix deniers ». Les procès-verbaux d'analyſe ſont joints à cette ſentence.

Une autre ſentence du 27 Avril 1785, condamne un marchand de cidres en trois livres d'amende envers le Roi,

pour avoir exposé en vente du cidre fournissant du précipité, & contenant un sel à base cuivreuse.

Sans nous permettre aucune réflexion sur la législation adoptée par le Parlement dans ses différens arrêts, nous nous bornerons à faire observer qu'elle est fondée sur deux suppositions présentées en 1771 par M. de la Folie, comme des vérités chimiques incontestables : la première, que toutes les fois qu'il y a précipitation par un alkali, il en résulte que le cidre a été altéré par une addition de terre calcaire ; la seconde, que toutes les fois qu'il y a addition de matière calcaire, il n'est plus possible de reconnoître la présence du plomb dans les cidres. Nous aurons bientôt occasion de faire voir que l'une & l'autre de ces suppositions sont fausses ; mais avant de rapporter les preuves de ce que nous avançons, il nous reste, pour compléter cet historique, à dire un mot des réclamations de quelques chimistes éclairés qui ont eu le courage d'élever leur voix, soit dans les papiers publics de la province, soit dans des ouvrages particuliers.

Quoique le Mémoire de M. de la Folie fût resté sans contradicteurs ; quoiqu'il eût été adopté, en quelque façon, par le Parlement, par l'Académie, & qu'il eût entraîné l'opinion générale, cependant M. Descroisilles fils, alors Élève en Pharmacie, avoit observé, dès 1777, dans la dixième feuille hebdomadaire des Affiches de Normandie, que c'étoit à tort que l'on concluoit qu'un cidre avoit été altéré par la craie, parce qu'il donnoit un précipité par l'alkali ; que ce précipité pouvoit n'être dû qu'à la décomposition de la sélénite dont les eaux qu'on emploie pour couper le cidre en le fabriquant, sont rarement exemptes. Il avoit eu le bon esprit d'ajouter que toutes les indications de ce genre ne pouvoient constituer que des probabilités, & qu'il n'en pouvoit résulter des preuves, ni légales, ni physiques. L'on va voir bientôt combien l'événement & l'expérience ont justifié ces assertions.

Il est assez étonnant que M. Descroisilles, après avoir

annoncé d'une manière aussi formelle, que la précipitation qui s'opéroit dans les cidres par l'addition de l'alkali fixe, pouvoit tenir à la nature de l'eau ajoutée dans la fabrication, ait lui-même abandonné sa propre opinion quelques années après : on voit en effet, par une lettre qu'il a fait insérer dans les Affiches de Normandie, *n.° 31, supplément, année 1780*, qu'il étoit persuadé, à cette époque, qu'aucun cidre ne pouvoit donner de précipité qu'autant qu'on y avoit ajouté de la craie, & qu'il avoit proposé lui-même de confisquer au profit des hôpitaux, les cidres qui donneroient des précipités, afin qu'ils fussent distillés pour en tirer de l'eau-de-vie.

La première lettre de M. Descroisilles fut suivie de différens écrits polémiques, dont M. le Premier Président du Parlement eut la sagesse de favoriser la publication, quoique la législation adoptée par le Parlement y fût indirectement attaquée. Quelques-uns même de ces écrits blessèrent la délicatesse du Lieutenant général de Police de Rouen: M. Descroisilles fut décrété & condamné par sentence de ce Tribunal, en trois livres d'amende envers le Roi, avec défense de récidiver, sous plus grande peine : il auroit ainsi gémi sous le poids d'une condamnation flétrissante, & auroit été la victime de son zèle, si le Parlement, qui n'a cessé de donner des preuves d'impartialité dans cette affaire, ne l'eût pris en quelque façon sous sa sauve-garde. Sur l'appel interjeté par M. Descroisilles, de la sentence du Lieutenant général de Police, M. de Grecourt, avocat général, observa « qu'il s'en falloit beaucoup que la conduite » du sieur Descroisilles, & la manière dont il s'est exprimé » dans la feuille qui lui a attiré une condamnation flétrissante » lui aient paru répréhensibles; que l'une & l'autre, au contraire, lui ont paru dignes de louanges; qu'elles sont le » fruit de son amour pour le bien public & des travaux » utiles dont l'exercice lui est confié; qu'elles doivent lui » attirer la reconnoissance des gens de l'art & la confiance » de la province; qu'il a donné son opinion en homme sage » & instruit, & qu'il en résulte pour l'utilité de la matière

qu'il a savamment traitée, des lumières précieuses, qui « doivent servir dans la suite, à éclairer les Magistrats sur la « conduite qu'ils doivent tenir dans des circonstances qui « peuvent se présenter; que la feuille en question en forme « de lettre, n'est point parvenue dans les mains du public par « une voie clandestine; qu'il l'a signée, fait insérer dans un « journal approuvé par le Parlement, & qui a subi la censure; « qu'en tout il n'a mérité, sous aucun point de vue, les qua- « lifications sous lesquelles il a été présenté & condamné ». « D'après ces considérations, & sur les conclusions de M. l'Avocat général, est intervenu un arrêt du Parlement, qui décharge M. Descroisilles des condamnations contre lui prononcées, & l'autorise à faire imprimer, publier & afficher l'arrêt.

Au nombre des avantages qui ont résulté des discussions élevées entre les chimistes de Rouen, & de la publicité qui leur a été donnée, on doit compter celui d'avoir engagé le Parlement à ordonner, par son arrêt du 30 avril 1784, que les procès-verbaux d'épreuves qui jusqu'alors avoient été confiés à un seul chimiste, fussent dressés à l'avenir par trois médecins & trois chimistes. M. Hardy, médecin de Rouen, & professeur royal de chimie, démonstrateur d'histoire naturelle, de la Société royale de Médecine de Paris, fut alors appelé à la rédaction des procès-verbaux; mais ses représentations sur la manière dont on opéroit, ou plutôt sur les conséquences qu'on tiroit des expériences, n'ayant point été écoutées, il se retira, & les procès-verbaux furent alors dressés par M.rs Fleury, le Peeq & Michel, médecins agrégés au Collége de Médecine de Rouen; & par M.rs Lechandelier & Mesaize, apothicaires de la même ville.

Cependant les discussions qu'avoit élevées d'abord M. Descroisilles & ensuite M. Hardy, ayant donné de l'inquiétude aux médecins & aux chimistes, M. le Peeq de la Clôture crut devoir consulter la Société royale de Médecine de Paris, & il adressa à cette compagnie différentes questions,

auxquelles elle répondit par deux Rapports, l'un du 22 Mai 1784, l'autre du 7 Juin 1785; ils ont été tous deux rendus publics par la voie de l'impression, en Juillet 1785. Ces deux Rapports auroient complétement décidé les questions qui divisoient les chimistes de Rouen, si la Société eût déterminé d'une manière précise, d'après des expériences, 1.° si la précipitation par l'alkali fixe prouvoit, d'une manière assez concluante, qu'on eût ajouté à dessein de la terre calcaire dans les cidres; 2.° si la présence de la terre calcaire pouvoit réellement masquer l'addition du plomb, comme l'avoit annoncé M. de la Folie, au point qu'on ne pût reconnoître l'existence de ce métal par les réactifs, & notamment par le foie de soufre volatil. Mais la Société royale n'ayant pas été à portée de fabriquer des cidres par elle-même, a laissé de l'incertitude sur la solution de ces deux questions. Quant à l'objet de salubrité, elle a prononcé d'une manière positive, dans son second Rapport, « que l'addition des cendres, de la craie ou de l'alkali fixe, » faite dans la proportion nécessaire pour adoucir l'aigreur des » cidres, ne paroissoit pas susceptible de nuire à la santé; que » cette sophistication est celle qui pourroit être admise avec » le moins de crainte; elle a même ajouté, que l'espèce d'a- » doucissement procuré aux cidres par les substances absor- » bantes, étoit peut-être moins nuisible à la santé que la saveur » acide & piquante que contractent ces liqueurs quand elles sont prêtes à s'altérer ».

De son côté, M. Hardy lût, les 20, 27 Avril & 4 Mai 1785, à l'académie de Rouen, une suite d'expériences très-intéressantes sur les cidres, les poirés & les bières; sur les falsifications dont ces boissons sont susceptibles, & sur les moyens de les découvrir. Ce Mémoire qui contient une multitude d'expériences bien faites en général, sauf quelques légères inexactitudes échappées à la rapidité de la rédaction, embrasse la question dans toute son étendue; il y jette le plus grand jour, & nous devons à M. Hardy la justice de dire que

nos expériences nous ont presque toujours conduits aux mêmes conséquences qu'il en a tirées.

Tel étoit l'état de la question, au moment où l'Académie des Sciences de Paris a été consultée : il nous reste à lui rendre compte de nos expériences & de notre avis.

DEUXIÈME PARTIE,

Contenant les Expériences & l'avis des Commissaires de l'Académie.

COMME il étoit principalement question de prononcer sur l'effet de différens réactifs sur des cidres altérés ou prétendus tels ; comme les Chimistes de Rouen étoient divisés sur la question de savoir si du cidre pur peut, ou non, donner un précipité terreux par l'alkali, la première chose à faire étoit de nous procurer du cidre parfaitement pur ; autrement nous nous serions exposés au risque d'attribuer à des substances étrangères ce qui pouvoit être inhérent à la nature même du cidre, ou à quelques circonstances relatives à sa fabrication. Nous avons cru, sur un objet aussi important, devoir ne nous en rapporter qu'à nous-mêmes, & nous nous sommes déterminés à fabriquer des cidres à Paris, avec des pommes que le Ministre a bien voulu nous faire adresser de Normandie, & en suivant les procédés les plus généralement usités dans cette province. Cette manière d'opérer a retardé le compte que nous avions à rendre à l'Académie, de nos opérations, parce qu'il a fallu attendre la saison des pommes, les faire transporter à Paris, y fabriquer le cidre, le faire fermenter ; & ce n'est qu'après que tous ces préliminaires ont été remplis, que nous avons pu entamer la suite des expériences comparatives qu'exigeoit la commission dont nous étions chargés.

C'est vers la fin du mois de Décembre 1785, que les

pommes à cidre que nous avions demandées nous sont parvenues; il y en avoit de différentes qualités mêlées ensemble, & la quantité étoit d'environ douze cents livres pesant.

L'atelier de fabrication fut établi chez M. Baumé, au château des Ternes; il voulut bien y faire monter une presse, y faire construire une auge de bois d'orme & une de pierre calcaire fort dure, & de l'espèce connue sous le nom de *pierre de liais*, pour piler les pommes. Munis de ces ustensiles & d'un nombre de barils suffisans, nous avons procédé, pendant le cours du mois de Janvier, à la fabrication des cidres ci-après.

CIDRE, N.° 1;

Sans addition d'eau, non cuvé.

LE 24 Décembre, on a pilé dans une auge de bois & avec des pilons de bois, cent quarante livres de pommes; on les a mises sur le champ à la presse, & on a retiré environ cinquante-deux pintes de jus d'une couleur brune foncée & d'une saveur douce & sucrée. Le marc bien égoutté s'est trouvé peser, le lendemain, trente-une livres; ce cidre a été descendu dans une cave, & on l'a laissé fermenter jusqu'à la fin de Mars: il étoit encore à cette époque, dans un état de fermentation; il n'étoit pas très-agréable au goût, il rougissoit le papier bleu & étoit sensiblement acide.

CIDRE, N.° 2;

Fait avec addition d'eau de rivière, & non cuvé.

ON a pilé, le 26 Janvier 1786, dans l'auge de bois & avec des pilons de bois, quatre-vingt-treize livres de pommes; on y a mêlé quarante-sept livres d'eau de la Seine, on a mis sur le champ à la presse sans faire cuver, on a porté à la cave les cinquante pintes de liqueur qu'on a obtenues. A la fin de Mars, ce cidre fermentoit encore

dans le tonneau, il rougissoit le papier bleu, il étoit légèrement acide; mais il avoit un goût vineux, agréable, & étoit plus clair & de meilleure qualité que le cidre *n.° 1.*

CIDRE, N.° 3,

Fait sans addition d'eau, & cuvé.

On a pilé, le 26 Janvier 1786, dans une auge de bois & avec des pilons de bois, cent quarante livres de pommes; on a mis le tout à cuver dans un tonneau jusqu'au 20 Février suivant; la liqueur commençoit alors à fermenter, elle avoit l'odeur vineuse. On a tiré le jus par la presse, on a obtenu cinquante & quelques pintes de liqueur qu'on a descendues à la cave.

Le 30 Mars, le cidre étoit encore dans un état de fermentation, il rougissoit le papier bleu & avoit un goût légèrement acide; il avoit plus de corps que le cidre *n.° 2,* mais il n'étoit pas aussi agréable.

CIDRE, N.° 4,

Fait avec de l'eau de puits, non cuvé.

On a pilé, le 27 Janvier, dans l'auge de bois & avec des pilons de bois, quatre-vingt-treize livres de pommes; on y a ajouté quarante-sept livres d'eau de puits du château des Ternes *(a).* On a mis sur le champ à la presse, & on a descendu le produit à la cave. A la fin de Mars, ce cidre fermentoit encore, il rougissoit le papier bleu, mais moins que les précédens; il étoit fort léger, peu coloré, & ressembloit à une espèce de piquette fort agréable.

CIDRE, N.° 5,

Fait avec de l'eau de puits, & cuvé.

Le 27 Janvier, on a pilé dans une auge de bois & avec

(a) L'eau de ce puits contient environ quarante-quatre grains de sélénite par pinte, conformément à l'analyse jointe à ce Mémoire.

des pilons de bois, quatre-vingt-treize livres de pommes; on y a mêlé quarante-ſept livres d'eau de puits, & on a laiſſé cuver juſqu'au 2 Février. La liqueur, à cette époque, avoit déjà pris un commencement de fermentation, elle avoit l'odeur vineuſe; on a mis la matière à la preſſe, mais ce n'eſt qu'avec peine que la liqueur a coulé; on en a cependant obtenu environ cinquante pintes. A la fin de Mars, ce cidre fermentoit encore, il rougiſſoit le papier bleu, il différoit peu du précédent, mais il étoit moins agréable.

CIDRE, N.° 6,

Fait ſans eau, non cuvé, & avec des pommes pilées dans une auge de pierre.

On a bien nettoyé & lavé une auge de pierre, on y a pilé, le 27 Janvier 1786, avec des pilons de bois, cent quarante livres de pommes; on les a paſſées ſur le champ à la preſſe, & on a mis à la cave les cinquante & quelques pintes qui en ſont provenues.

Le 30 Mars, ce cidre fermentoit encore, il rougiſſoit le papier bleu, il avoit une ſaveur un peu acide, il ſe rapprochoit beaucoup, pour la qualité, de celui *n.° 2*, mais il étoit moins vineux & moins agréable.

Ces différens cidres, dans leſquels nous étions parfaitement ſûrs qu'il n'étoit entré autre choſe que des pommes & de l'eau, nous ont fourni des termes de comparaiſon dans les expériences dont nous allons rendre compte; & nous nous ſommes trouvés alors en état de répondre avec certitude & d'après des faits bien conſtatés, à la plus grande partie des queſtions qu'on pouvoit faire relativement à l'objet ſur lequel l'Académie étoit conſultée.

Nous allons indiquer ces queſtions, & y joindre nos réponſes, à peu-près dans l'ordre qui nous eſt tracé par la lettre du Parlement au Roi.

PREMIÈRE QUESTION.

La propriété qu'ont quelques Cidres, de donner, par l'alkali fixe, un précipité terreux, est-elle une preuve qu'on y ait ajouté de la craie, de la chaux, de la cendre ou quelqu'autre terre absorbante?

RÉPONSE.

POUR mettre l'Académie en état de prononcer ſur cette queſtion, nous avons rempli ſix verres de chacun des ſix cidres que nous avions fabriqués nous-mêmes; & nous avons verſé ſur chacun de l'alkali fixe non-cauſtique, en liqueur: il n'y a eu aucun précipité dans les cidres fabriqués dans l'auge de bois, ſans eau ou avec de l'eau de rivière, & la liqueur a été plutôt éclaircie que troublée; il y a eu au contraire un léger précipité dans le cidre fabriqué avec des pommes pilées dans une auge de pierre: le précipité a été beaucoup plus conſidérable, & il a été très-abondant dans les deux cidres où il étoit entré de l'eau de puits.

On voit donc que l'acide des pommes nouvellement découvert par M. Schéele, a la propriété d'agir ſur la terre calcaire des auges mêmes de pierre dans leſquelles on pile le fruit: qu'il ſe fait une diſſolution de la pierre calcaire, d'où réſulte un ſel à baſe terreuſe, qui ſe diſſout dans le cidre; que cette même terre ſe précipite & reparoît lorſqu'on verſe de l'alkali fixe ſur le cidre. Or, ſi cet effet a eu lieu dans nos expériences, malgré le ſoin & la propreté que nous y avons apportés, combien doit-il être plus ſenſible dans les campagnes, où les pommes ſont ſouvent pilées dans des auges de pierre calcaire très-ſales; & où elles paſſent ſous des meules de même matière. Voilà donc une première cauſe qui doit communiquer à un aſſez grand nombre de cidres, au moins dans les provinces où l'on fait uſage de meules de pierre calcaire, la propriété de donner un précipité terreux par l'alkali fixe: mais la nature des eaux doit fournir une cauſe bien plus générale du même

effet. Il ne se fait presque point de cidre qu'on n'y ajoute de l'eau pendant la fabrication ; la plupart de ces eaux proviennent de mares, de puits, de fontaines, qui souvent sont plus ou moins séléniteuses; or, on sait que les eaux séléniteuses donnent par l'alkali, un précipité très-abondant: ce n'est donc pas toujours le cidre qui fournit la terre calcaire, ce peut être l'eau qui a été employée à sa préparation.

Il seroit à souhaiter sans doute qu'on n'introduisît dans les cidres que de l'eau très-pure, telle que de l'eau de rivière ou de sources, reconnue comme bonne, de l'eau de pluie conservée dans de bonnes citernes; mais on ne peut pas en faire une loi; les habitans de la campagne n'ont aucuns moyens pour éprouver les eaux, & on ne peut pas leur faire un crime de se servir, pour la fabrication de leurs cidres, de l'eau même qu'ils consomment pour leur propre boisson.

Pour qu'il ne nous restât, au surplus, aucune inquiétude sur le résultat de ces expériences, nous avons cru devoir les répéter avec M. Mesaize lui-même; nous lui avons donné à cet effet à examiner en notre présence, les six espèces de cidres que nous avions fabriqués: mais sans lui en dire l'origine, & en les marquant seulement de leur numéro. Il en a mis dans des verres, suivant sa méthode ordinaire, il y a versé de l'alkali fixe très-pur, en liqueur, & après avoir donné le temps nécessaire pour que le précipité s'opérât, il a déclaré dans un rapport signé de lui, le 30 Janvier dernier : Que « le cidre *n.° 1* (fait sans » addition & non cuvé), ne présente pas d'auréole sensible *(b)* & point de précipité ;

(b) Lorsqu'on verse sur du cidre de l'alkali fixe en dissolution, cette dernière liqueur tombe au fond comme spécifiquement plus lourde. Dans certains cas, il se forme un nuage léger dans le plan d'intersection des deux liqueurs. Ce nuage est un véritable précipité qui se forme aux points de contact; c'est ce que les chimistes de Rouen ont nommé *Auréole*.

Que le cidre *n.°* 2 (fait avec addition d'eau de rivière « & non cuvé), est encore plus clair que celui *n.°* 1, & ne « présente aucune apparence d'auréole ; «

Que le cidre *n.°* 3 (celui fait sans addition d'eau, & « cuvé), ne présente également aucune apparence d'auréole ; «

Que le cidre *n.°* 4 (celui fait avec addition d'eau de « puits, non cuvé), présente une auréole bien marquée dans « le verre qui n'a point été remué, & qu'il y a un préci- « pité dans le verre qui a été remué ; «

Que le cidre *n.°* 5 (celui fait avec de l'eau de puits, « & cuvé), présente également une auréole dans le verre « dans lequel l'alkali n'a point été remué, & un précipité « dans celui qui a été remué ; «

Que le cidre *n.°* 6 (celui fait sans eau, non cuvé, « mais avec des pommes pilées dans une auge de pierre) « ne présente qu'une auréole & un précipité très-léger. «

Les Commissaires de l'Académie des Sciences ayant « demandé à M. Mesaize, si les cidres dans lesquels il « avoit reconnu une auréole & un précipité, auroient été « dans le cas d'être condamnés, d'après les principes adoptés « à Rouen, par la juridiction de la Police & par les Experts ; « il a répondu, que lorsque le précipité n'occupoit au fond « du verre qu'un espace d'une ligne, on le regardoit comme « nul, mais que dans les expériences qu'il venoit de faire « en présence des Commissaires de l'Académie, les cidres « *n.^os* 4 & 5, auroient été dans le cas de la condamnation, &c. « &c. *Signé* MESAIZE, CADET, LAVOISIER, BAUMÉ, « BERTHOLLET & D'ARCET. »

Des Chimistes de Rouen avoient prétendu que le corps muqueux dissous dans l'eau, étoit susceptible d'être précipité par l'alkali fixe ; que la gomme arabique elle-même avoit cette propriété, & qu'en conséquence le cidre doux, avant que sa fermentation fût complète, devoit donner naturellement, & sans qu'il eût reçu aucune addition de corps étrangers, un précipité par l'alkali fixe : cette circonstance auroit été précieuse dans les usages de la société, parce

qu'elle auroit fourni un moyen ſimple de reconnoître ſi un cidre ancien avoit été recoupé & mélangé avec du nouveau. Pour ſavoir à quoi nous en tenir à cet égard, nous avons fait piler des pommes dans une auge de bois & avec des pilons de bois; les ayant paſſées à la preſſe, nous avons rejeté les premières portions qui étoient troubles, & nous n'avons employé que celles obtenues les dernières, & qui s'étoient éclaircies en ſe filtrant à travers le marc: ayant enſuite ſoumis ce jus de pommes à l'épreuve de l'alkali fixe, celui non filtré, ou filtré à travers le marc, n'a donné aucune apparence de précipité, ni ſur le champ, ni pendant l'eſpace de quatre jours. Il n'en a pas été de même de celui filtré au travers du papier-joſeph; ce dernier a donné ſur le champ, par l'alkali fixe, un précipité ſenſible, d'un rouge briqueté; ce qui prouve que le filtre de papier fournit de la terre calcaire à l'acide des pommes, & forme avec lui un ſel à baſe terreuſe. M. Hardy avoit déjà fait la même obſervation dans le Mémoire que nous avons cité.

Une diſſolution de gomme arabique bien pure, ne nous a donné, par l'alkali fixe, aucun précipité.

L'alkali fixe ne fournit donc point un moyen de reconnoître les mélanges de cidre nouveau avec l'ancien, comme quelques Chimiſtes l'avoient prétendu; le précipité qu'ils ont obtenu provenoit du filtre, ou en général, de quelques portions de terre étrangère introduite accidentellement dans le jus de pommes ou cidre doux ſur lequel ils ont opéré.

Seconde Question.

L'Addition des ſubſtances terreuſes & calcaires, telles que la chaux, la craie & les cendres, maſquent-elles la préſence du plomb, au point de rendre cette ſubſtance métallique méconnoiſſable par les différens réactifs, tels que le foie de ſoufre, l'acide vitriolique, l'acide marin, &c!

Réponse.

Pour répondre à cette queſtion, nous avons pris du cidre

cidre, *n.° 2*, qui avoit été fait avec des pommes & de l'eau de Seine. On a vu que ce cidre ne donnoit point de précipité par l'alkali : nous y avons mêlé une quantité considérable d'une dissolution de terre calcaire par le vinaigre, puis dans un verre de ce mélange, nous avons ajouté une goutte de dissolution de plomb par le vinaigre ; enfin nous avons versé sur le tout quelques gouttes de foie de soufre volatil : il s'est fait sur le champ un précipité brun, dont la couleur étoit à peu-près aussi foncée que s'il n'eût point été ajouté de terre calcaire dans le cidre.

Pour ne rien laisser à desirer sur ce résultat, nous avons mis dans une autre portion du même cidre *n.° 2*, de la craie en poudre, autant qu'il a pu en dissoudre ; nous avons filtré ; puis à cinq ou six parties de ce mélange, nous en avons ajouté une d'un cidre que nous avions lithargisé. Ayant versé quelques gouttes de foie de soufre volatil, il s'est fait sur le champ un précipité d'un brun noirâtre. L'addition de la terre calcaire ne masque donc point les différentes préparations de plomb introduites dans les cidres, comme l'avoit annoncé M. de la Folie ; les inquiétudes qu'il avoit inspirées à cet égard, ne portent donc sur aucun fondement, & l'épreuve du foie de soufre, & sur-tout du foie de soufre volatil, fournit un moyen également concluant pour reconnoître la présence du plomb dans les cidres, soit qu'on y ait ajouté ou non de la terre calcaire.

TROISIÈME QUESTION.

LES expériences faites par les réactifs, tels que le foie de soufre fixe ou volatil, l'acide marin, &c. sont-elles suffisantes pour qu'on puisse affirmer d'une manière positive qu'il existe du plomb dans une boisson !

RÉPONSE.

TOUTES les fois qu'en versant sur un cidre ou sur une autre liqueur fermentée quelconque, quelques gouttes de foie de soufre volatil, il se forme un précipité noir ou même

d'un brun foncé, il en résulte une très-grande probabilité & presque une certitude, que cette liqueur contient une préparation de plomb ou d'une autre substance métallique: cependant, comme il se mêle souvent dans les expériences chimiques faites par les réactifs, des circonstances délicates & des effets inattendus; comme il n'est pas démontré que quelques autres substances non mal-faisantes & qui pourroient se rencontrer naturellement dans les cidres, ne puissent pas produire le même effet, la prudence exige que, quand il est question de prononcer des peines afflictives, on ait recours à des expériences plus décisives. Nous pensons comme la Société royale de Médecine, que les seules véritablement concluantes, consistent à faire évaporer une quantité assez considérable de ces cidres, douze pintes, par exemple, & même plus, s'il est nécessaire; à faire incinérer l'extrait, à le combiner avec du borax & de l'alkali fixe, & à pousser au feu dans un creuset d'essai, jusqu'à ce que le tout soit entré parfaitement en fusion. Il ne suffit pas, dans ces sortes d'occasions, qu'il se trouve à la fin de l'opération un enduit de couleur plombée dans l'intérieur du creuset, comme l'a obtenu M. de la Folie: cet enduit plombé ne prouve rien; il faut que le plomb se retrouve en nature & sous forme métallique & malléable, & recommencer l'opération jusqu'à ce qu'on y soit parvenu; autrement, c'est-à-dire, si on ne peut obtenir le plomb en culot, toutes les autres indications doivent être regardées comme insuffisantes & suspectes.

QUATRIÈME QUESTION.

QUELLES conséquences peut-on tirer de l'expérience du barreau de fer, faite, dans les derniers temps, par les Chimistes de Rouen!

RÉPONSE.

LES médecins & les chimistes de Rouen ayant soupçonné, comme nous l'avons déjà exposé plus haut, que quelques-uns des cidres soumis à leur examen contenoient du cuivre,

Ils se sont servis pour le reconnoître, du moyen suivant. Ils mettoient dans le cidre ou dans la liqueur dans laquelle ils soupçonnoient du cuivre, un petit barreau de fer bien décapé; ils l'y laissoient vingt-quatre heures sans remuer la liqueur: l'acide qui tenoit le cuivre en dissolution, quitte dans cette expérience ce métal pour s'unir au fer, pour lequel il a plus d'affinité; en même-temps le cuivre se dépose à la surface du fer, & lui donne toute l'apparence d'un barreau de cuivre.

Ce moyen, qui est indiqué par la Table de Geoffroy, est employé depuis long-temps dans les travaux des mines pour obtenir le cuivre des eaux vitrioliques; mais on ne savoit pas, & nous ignorions nous-mêmes à quel point ce procédé étoit sensible. Nous avons essayé d'introduire dans des cidres purs, des quantités de cuivre extrêmement petites, un cent vingt-huitième de grain, par exemple, sur une pinte, quantité qui auroit échappé à tout autre genre d'expériences; la partie du barreau a été complétement recouverte d'un enduit de cuivre rouge très-brillant.

Il est avantageux sans doute d'avoir un moyen sûr de reconnoître la présence des plus petites quantités de cuivre dans les liqueurs destinées à servir de boisson; mais on ne peut pas supposer qu'on l'y introduise à dessein, sous quelque forme que ce soit. Les préparations de cuivre n'ont pas, comme celles du plomb, la propriété d'adoucir les cidres, elles leur communiquent au contraire un goût désagréable, & qui seroit même insupportable si la quantité de cuivre étoit un peu considérable: le cuivre ne peut donc s'y trouver qu'accidentellement. Une cause bien simple peut en faire rencontrer quelquefois dans les cidres; on les fabrique presque toujours dans une saison très-froide, & où la fermentation a de la peine à s'établir. Les gens de la campagne n'ont d'autres moyens pour réchauffer le cidre trop froid qui ne peut fermenter, que de faire chauffer une certaine quantité de jus de pommes, pour le verser ensuite dans celui

qui doit fermenter. C'eſt preſque toujours dans des chaudières de cuivre que ſe fait cette opération; quelquefois on ne les a pas bien nettoyées avant de s'en ſervir, ou bien on y a laiſſé ſéjourner trop long-temps la liqueur : l'acide des pommes attaque le cuivre, & il peut s'en diſſoudre aſſez pour qu'on puiſſe le reconnoître par le moyen que nous venons d'indiquer, & même pour que ces cidres incommodent par un uſage habituel. Quoi qu'il en ſoit, c'eſt toujours par un effet de la négligence des fabricans qu'il ſe trouve du cuivre dans les cidres, & cette négligence peut avoir des ſuites funeſtes : nous penſons donc que ceux dans leſquels ſa préſence eſt conſtatée, doivent être ſouſtraits à la conſommation & convertis en eau-de-vie; mais ceux qui les ont fabriqués ne nous paroiſſent dans le cas d'être condamnés à des peines, qu'autant qu'on acquerroit la preuve qu'ils auroient eu intention de nuire, intention qui ne doit pas ſe préſumer, & qui d'ailleurs, ſi elle étoit prouvée, rentreroit dans la claſſe des crimes prévus par les loix.

CINQUIÈME QUESTION.

QUELS ſont les mélanges véritablement condamnables & qui doivent exciter la ſévérité des loix! Peut-on tolérer dans les cidres l'addition des ſubſtances abſorbantes, telles que les cendres, l'alkali, la craie, la chaux & les terres calcaires en général?

RÉPONSE.

LA quantité de cendres, de craie, de matières alkalines & abſorbantes, qu'on peut introduire dans les cidres pour en détruire l'acidité, eſt limitée par la nature même de la choſe, & ne peut être conſidérable. Si la quantité ajoutée étoit ſeulement ſuffiſante pour neutraliſer entièrement l'acide, les cidres ne ſeroient plus potables. Nous penſons en conſéquence abſolument comme la Société royale de Médecine, que cette addition ne peut pas être nuiſible à la ſanté, & qu'on peut la tolérer ſans crainte & ſans inquiétude.

Nous sommes également persuadés que les cidres adoucis par l'addition des substances alkalines & terreuses, sont moins nuisibles à la santé qu'ils ne l'auroient été si on les eût laissés dans leur état d'acidité, & si l'on eût abandonné la fermentation acide à son cours naturel.

Mais comme les cidres ainsi rétablis ne sont pas de garde, comme il est important que les acheteurs soient prémunis contre ce genre d'altération, nous conseillons de répandre dans les campagnes une instruction courte & très-simple sur la manière d'essayer les cidres & de reconnoître les additions de corps étrangers qui pourroient y avoir été faites.

A l'égard des additions de litharge, de céruse, de blanc de plomb, comme toutes les préparations de ce métal sont de véritables poisons, nous pensons que les loix doivent en proscrire l'usage sous des peines sévères: ces loix ne sauroient avoir trop de publicité, elles doivent être lûes aux prônes des paroisses, & y être relûes, chaque année, à l'époque où commence la fabrication des cidres; elles doivent être accompagnées de l'instruction relative à l'essai des cidres, instruction qu'on ne sauroit de même trop répandre & trop mettre à la portée de tout le monde.

SIXIÈME QUESTION.

PEUT-ON tolérer les mélanges de cidres nouveaux avec les vieux, pour les rajeunir; les introductions de sucre ou de mélasse dans les cidres, pour y ranimer la fermentation! Y a-t-il quelque danger de souffrir qu'on y ajoute de l'eau-de-vie de vin ou de cidre, pour leur donner plus de corps, ou pour en prévenir le dépérissement!

RÉPONSE.

LES mélanges de cidres, les uns avec les autres, ont en général peu d'inconvéniens, & souvent ils ont de l'avantage; on ne peut donc se dispenser de les tolérer. D'ailleurs, c'est un principe de ne défendre que ce qu'on peut empêcher: or la Police la plus surveillante ne peut

s'oppoſer à ce qu'un particulier mêle enſemble deux cidres qu'il a dans ſon domicile, & la chimie ne fournit juſqu'à préſent aucun moyen certain pour reconnoître ces ſortes de mélanges qui, au ſurplus, comme on vient de le remarquer, n'ont rien de mal-faiſant.

Quant aux additions de ſucre, de mélaſſe, de jus de pommes épaiſſi, elles ne peuvent que contribuer à la qualité du cidre, ſur-tout lorſqu'elles ſont faites dans le temps de la fabrication; leur uſage d'ailleurs a été conſeillé par des chimiſtes diſtingués, pour les vins, notamment M.rs Macquer & Baumé, & nous penſons que loin de les défendre, on doit plutôt en conſeiller l'uſage. On en peut dire autant de l'eau-de-vie, malgré le préjugé contraire preſqu'univerſellement répandu; l'addition de cette liqueur dans les cidres, faite en quantité modérée, ne peut être dangereuſe dans aucun cas, & elle a l'avantage de donner aux cidres du corps, de la qualité, & de les rendre plus durables.

Il eſt des provinces entières où le mélange de l'eau-de-vie avec le vin eſt univerſellement pratiqué; ces deux liqueurs s'incorporent enſemble avec le temps, au point de rendre la préſence de l'eau-de-vie abſolument impoſſible à reconnoître.

SEPTIÈME QUESTION.

QUELS ſont les moyens que le Gouvernement pourroit mettre en uſage pour perfectionner la fabrication des cidres en Normandie, pour bannir les craintes du Public, les inquiétudes des Tribunaux, & faire renaître la confiance dans le Commerce!

RÉPONSE.

LE ſeul moyen que le Gouvernement puiſſe employer pour perfectionner la fabrication des cidres, eſt de procurer plus de lumières dans les campagnes, de faire rédiger une inſtruction bien faite & à la portée du peuple, ſur la meilleure manière de fabriquer le cidre, & de la répandre dans toutes

les paroisses. Tout règlement, tout moyen coactif entraîneroit les plus grands inconvéniens; premièrement, parce que tous les arts sont susceptibles de progressions, & que vouloir en fixer les procédés par un règlement, c'est mettre d'avance un obstacle qui doit s'opposer à jamais à tout progrès ultérieur; secondement, parce que le Gouvernement ne doit ordonner qu'autant qu'il a des moyens de faire exécuter, & qu'il n'en existe aucun qui puisse empêcher les habitans de la campagne de mêler de l'eau avec leur cidre lorsqu'ils le fabriquent, de le faire cuver plus ou moins, & de suivre tel procédé qu'ils jugent à propos pour sa fabrication.

Nous n'ignorons pas qu'en proposant d'assujettir la fabrication des cidres à des règlemens, on y a joint le projet d'établir des inspecteurs pour en assurer l'exécution; mais la confiance de l'Académie dont nous nous trouvons honorés en ce moment, nous impose la loi de combattre de toutes nos forces un projet aussi dangereux. Des inspecteurs de cette espèce ne rempliroient l'objet de leur institution qu'autant qu'ils seroient très-nombreux, & alors il en résulteroit un impôt réel mis sur la fabrication des cidres dans la province de Normandie. Ce n'est pas la première fois que le Gouvernement a cédé à des propositions de ce genre, qu'il a établi des inspecteurs pour vérifier la qualité des boissons, des bestiaux, des denrées, des marchandises, & que des droits ont été accordés à des officiers, sous le prétexte de l'utilité publique: des fonctions qui étoient inutiles, ou plutôt qui n'auroient pu s'exercer sans troubler l'ordre de la société, ont été supprimées, mais les droits qui y étoient attachés, ont continué de se percevoir; il en seroit bientôt de même à l'égard des cidres. D'ailleurs, les habitans de la campagne sont déjà soumis à un assez grand nombre de gênes, nécessaires sans doute, sous de certains rapports, sans les assujettir encore à des formalités inutiles qui entraînent la violation du domicile, qui soumetent l'honneur & la fortune des citoyens au témoignage d'un petit nombre

d'hommes, & de ceux même qui ont intérêt à les trouver coupables.

Nous répétons donc que le Gouvernement doit se contenter d'instruire les habitans de la campagne sur leurs propres intérêts dans la fabrication des cidres; de mettre entre les mains des marchands & des consommateurs les moyens d'essayer eux-mêmes les cidres du commerce, en publiant & en répandant dans toutes les paroisses de la Normandie, des instructions rédigées dans cette vue; qu'alors chacun étant en état de juger les cidres, de les admettre, ou de les rejetter, on pourra toujours proportionner le prix à la qualité.

Résumé et Conclusion.

De tout ce qui précède, nous concluons, premièrement, que le précipité terreux qu'on obtient de quelques cidres, lorsqu'on y mêle de l'alkali fixe en liqueur, ne fournit point une preuve qu'on y ait ajouté à dessein de la craie ou une autre terre calcaire quelconque pour l'adoucir & pour en absorber l'acide.

Secondement, que l'addition des cendres, de la craie, de la chaux, des terres calcaires & absorbantes en général, n'empêchent point, comme l'avoit annoncé M. de la Folie, le plomb qui a été introduit dans les cidres, de se manifester par l'addition du foie de soufre.

Troisièmement, que l'addition des cendres, de l'alkali, de la chaux, des terres calcaires dans le cidre, ne peut pas être assez considérable pour devenir nuisible à la santé; que les cidres ainsi adoucis, sont moins mal-faisans qu'ils ne l'auroient été si on n'en n'eût point corrigé l'acidité; & que le principal, & peut-être le seul reproche qu'on puisse faire à ces cidres, est d'être de peu de garde.

Quatrièmement, que les additions de blanc de plomb, de céruse, de litharge, & toutes autres préparations de plomb, sont les seules qui doivent exciter l'animadversion des Tribunaux & la sévérité des loix; mais que l'épreuve faite

faite par le foie de soufre, & la couleur noire ou brune, ne suffisent pas pour justifier des condamnations à des peines afflictives; qu'il faut des preuves plus décisives; qu'il faut que l'existence du plomb ait été rendue sensible, & qu'elle ait été démontrée par le procédé que nous avons indiqué.

Cinquièmement, que comme le cuivre, ni aucune de ses préparations n'ont la propriété de rétablir les cidres aigres, on ne peut pas supposer, à moins qu'on n'en ait acquis une preuve légale, qu'elles y aient été ajoutées à dessein : qu'on doit donc se contenter de retirer de la consommation les cidres dans lesquels le barreau de fer aura démontré la présence du cuivre, mais sans prononcer de peines afflictives.

Sixièmement, que pour ramener la législation relative aux cidres, au point que nous venons d'indiquer, il paroît nécessaire qu'il soit rendu, pour tout le royaume, une loi qui défende, sous des peines sévères, l'addition de plomb & de toutes les préparations de plomb dans les boissons; qui ordonne que celles où il se trouvera du cuivre, seront soustraites à la consommation & converties en eaux-de-vie, & qu'il soit donné à cette loi la plus grande publicité, principalement dans la province de Normandie.

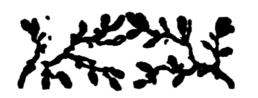
Septièmement, qu'à l'égard des additions de cendres, d'alkali, de craie, de chaux, & de terres absorbantes en général, le Gouvernement doit se contenter de faire publier une instruction détaillée sur la meilleure manière de fabriquer les cidres, de les clarifier, de les gouverner, de les conserver & de les rétablir; que cette instruction doit contenir des procédés simples pour les essayer, afin que le cultivateur & le fabricant, le marchand & le consommateur, puissent par eux-mêmes, dans tous les cas, reconnoitre les mélanges qui pourroient avoir été faits avec les cidres, & la qualité de ces boissons.

Ces vues paroissent rentrer dans celles du parlement de Rouen, puisque dans sa lettre au Roi, il demande en termes exprès, » qu'il soit procédé à des expériences de tout genre sur

» la fabrication des cidres & poirés, leur fermentation, leur » clarification, leur conservation, ensemble sur les moyens » de reconnoître les corps étrangers qui auroient pu y être ajoutés, &c ».

Il auroit été sans doute à desirer que, pour complèter notre travail & remplir entièrement la mission dont nous sommes chargés, nous eussions rédigé l'instruction que les circonstances paroissent exiger, & que nous en eussions présenté le projet à l'Académie ; mais nous avons pensé que nous n'avions ni le temps ni les commodités nécessaires pour remplir convenablement un objet aussi important. Nous croyons que le meilleur moyen de rassembler des matériaux, seroit de proposer, sur ce sujet, un prix, au jugement de l'Académie des Sciences. Le prix proclamé, on extrairoit des Mémoires qui auroient concouru, tout ce qu'ils pourroient présenter d'utile ; & en réunissant ces connoissances avec celles déjà répandues dans quelques bons ouvrages, on seroit en état de former un corps d'instruction, dans lequel on seroit assuré de n'avoir rien omis d'essentiel. Ce prix exigeant un travail de plusieurs années, il est nécessaire que la valeur en soit proportionnée à la multiplicité & à l'importance des expériences.

Fait & arrêté à l'Académie des Sciences, à Paris, ce 17 Juin 1786. *Signé* CADET, BAUMÉ, D'ARCET, BERTHOLLET, LAVOISIER.



MÉMOIRE
SUR LA
TEMPÉRATURE DES SOUTERRAINS
de l'Observatoire Royal (a).

Par M. le Comte DE CASSINI.

De tous les instrumens de la Physique moderne, le Thermomètre est sans doute celui dont l'usage est le plus répandu; il est simple, à la portée de tout le monde & de toute sorte d'observateurs. Cet instrument a d'ailleurs cela d'intéressant, qu'il nous rend compte, pour ainsi dire, de nos sensations, tellement que nous nous en rapportons plutôt à lui qu'à nous-mêmes, sur les impressions de chaleur ou de froid que l'air & ses vicissitudes nous font éprouver.

C'est à la Médecine que nous sommes redevables du thermomètre : Sanctorius l'imagina pour reconnoître les divers degrés de chaleur qu'éprouvoient les malades affectés d'une fièvre plus ou moins violente. Nulle invention n'a, dans sa naissance, la perfection que l'expérience & le temps peuvent seuls lui procurer: le thermomètre de Sanctorius, & même celui que les Académiciens de Florence substituèrent, & qui étoit plus parfait, ne montroient que les variations de la température; ils ne faisoient point connoître le véritable degré de la chaleur & du froid. Il étoit réservé à M. Amontons, Membre de cette Académie, d'établir un terme de comparaison, de trouver un point fixe d'où peut partir la graduation du thermomètre, de manière que dans tous les lieux & dans tous les temps on pût mesurer, pour

(a) Un extrait de ce Mémoire a été lû à la séance de la rentrée publique de Pâques, en 1785.

ainsi dire, la force de la chaleur. M. de Réaumur & plusieurs autres Savans ont depuis perfectionné cet instrument autant peut-être qu'il en est susceptible, car on ne peut se cacher qu'il existe encore dans son principe & dans la construction bien des sources de petites imperfections que l'on a peu d'espérance de pouvoir corriger.

La chaleur de l'eau bouillante, le froid de l'eau dans la congélation, & la température des caves profondes, avoient paru d'abord trois termes fixes & constans, que la Nature offroit aux Physiciens pour termes de comparaison propres à fixer l'échelle des degrés de la chaleur & la graduation des thermomètres; mais un examen approfondi, des expériences délicates ont fait reconnoître depuis que ces données n'étoient pas tout-à-fait aussi constantes, ni aussi rigoureusement exactes qu'on se l'étoit imaginé. Nous nous bornerons dans ce Mémoire à l'examen de la température des caves, particulièrement de celle des souterrains de l'Observatoire.

Voy. (*Mém. Ac. 1730, p. 502.*)

« Quand on a voulu nier, dit M. de Réaumur, l'existance & même la possibilité de tout degré de chaleur fixe, » on n'a pas pensé que les physiciens de Paris en ont un très-» commode dans les caves de l'Observatoire : c'est à la vérité » un fait bien singulier, & un de ceux qu'on n'auroit pas » prévu, que des caves dont la profondeur n'est pas extrême, » & dont la longueur n'est pas excessive; que ces caves, dis-je, » renferment un air dont la température est toujours sensible-» ment la même. Les épreuves qu'on en a faites sont pourtant » démonstratives; M. de la Hire a trouvé que dans les plus » grandes chaleurs de nos étés, & dans le plus grand froid » de 1709, la liqueur du thermomètre est restée assez constamment sur le même degré ».

De ce passage tiré des Mémoires de l'Académie, *année 1730, page 502*, on peut présumer que M. de Réaumur n'avoit point eu connoissance d'anciennes observations faites par M. Cassini, & qu'il est très-intéressant pour notre objet de rapporter ici.

Dans un dépouillement que j'ai fait des obſervations météorologiques de mon arrière-grand-père, conſignées dans les regiſtres de l'Obſervatoire, j'ai trouvé que le 24 Septembre 1671, on dépoſa dans les ſouterrains de l'Obſervatoire un thermomètre qui y reſta en expérience pendant un certain temps; le lendemain 25, on marqua avec ſoin la hauteur où ſe tenoit la liqueur. Pendant tout le mois d'Octobre & de Novembre on deſcendit pluſieurs fois dans les ſouterrains, & l'on trouva toujours la liqueur à la même élevation; mais le 7 Décembre elle étoit deſcendue un peu au-deſſous de la marque: on fit un nouveau trait, & le 21 du même mois on trouva encore la liqueur au-deſſous de la nouvelle marque, mais le 1.er Janvier ſuivant 1672, elle étoit remontée d'une ligne (d'après une note que j'ai trouvée ſur les regiſtres, j'ai lieu de croire que ce thermomètre avoit été conſtruit par M. Mariotte). Voilà les plus anciennes obſervations ſans doute qui aient été faites ſur la température des ſouterrains de l'Obſervatoire. Nous aurions deſiré qu'elles euſſent été plus multipliées, que la conſtruction du thermomètre, la grandeur de ſes diviſions, les précautions priſes de la part de l'obſervateur, & bien d'autres circonſtances, euſſent été indiquées; mais on ne pouvoit prévoir alors tous les objets de recherche qui nous occupent aujourd'hui.

Je ne connois, des obſervations de M. de la Hire, que ce que j'en ai cité plus haut, d'après M. de Réaumur; je doute qu'il ait fait imprimer quelque choſe dans nos Mémoires ſur cet objet.

En 1773, M. le Gentil lut à l'Académie un Mémoire contenant des obſervations intéreſſantes, faites dans les ſouterrains de l'Obſervatoire; on y voit qu'au mois d'Octobre de l'année 1741, M. Michely marqua avec ſoin ſur un thermomètre à grande diviſion, le terme de la température de ces ſouterrains, par deux fils très-fins collés ſur le tube. Ce même thermomètre remis entre les mains de M. le Gentil par Dom Germain, Chartreux, fut tranſporté dans

les mêmes souterrains, le 13 Janvier 1776, & descendit d'un demi-degré au-dessous du terme fixé en 1741.

En 1759, M. le Gentil avoit d'ailleurs déterminé avec un autre thermomètre de M. Michely, la temperature des souterrains, de $10^{d}\frac{1}{4}$; en 1773, il ne la trouva plus que de $9^{d}\frac{1}{2}$, mais avec un thermomètre du sieur Lafond, cette température déterminée, dans l'été de 1775, de $9^{d}\frac{1}{3}$, se trouva absolument la même le 29 Janvier 1776, jour du plus grand froid de cet hiver rigoureux,

Voilà donc deux observations de M. le Gentil, dont l'une concourt avec celle de M. de la Hire, & nous apprend que dans les temps les plus chauds & dans les plus grands froids, la température des souterrains de l'Observatoire se trouve absolument la même ; l'autre, d'accord avec celles de mon arrière-grand-père, montre que cette température a paru en certains temps différente & variable de trois quarts de degré. Ces divers résultats étoient sans doute bien singuliers & peu faciles à expliquer; mais en physique, avant de chercher à raisonner sur un fait, l'on doit toujours commencer par le vérifier : ce n'est point faire injure aux observateurs qui nous ont précédé, que de répéter leurs expériences & leurs observations; au contraire, si en apportant de nouvelles précautions, en employant des instrumens plus parfaits, on retrouve à peu-près les mêmes résultats qu'eux, c'est ajouter à leur gloire & donner en même temps plus d'authenticité à la vérité. Je formai donc, il y a deux ans, le projet de faire, sur la température des souterrains de l'Observatoire, des observations nombreuses & suivies ; de rechercher si les variations étoient réelles, si elles suivoient une certaine loi, & quelle en pouvoit être la quantité. Pour remplir ces différens objets de recherches, il falloit des instrumens plus parfaits que ceux qu'on avoit employés jusqu'ici : en effet, en supposant que la variation eût lieu, elle devoit être peu considérable; en conséquence, ses mouvemens, c'est-à-dire, les accroissemens & les diminutions, ne pouvoient être saisis

& déterminés que par un thermomètre très-exact & extrêmement sensible, mais tel cependant que la présence de l'observateur ne le fît point varier trop subitement, & ne rendît pas l'observation physiquement impossible. La construction d'un pareil instrument offroit sans doute trop de difficultés pour être confiée à un simple ouvrier praticien; & peut-être n'aurois-je pu me le procurer tel que je pouvois le desirer sans les secours & les lumières d'un de mes confrères, M. Lavoisier, qui voulut bien se charger de faire exécuter sous ses yeux le thermomètre dont nous allons donner la description, en indiquant en même temps les précautions prises pour sa construction & sa graduation. Nous croyons devoir désigner ce nouvel instrument sous le nom de *Thermomètre de température.*

Description du nouveau Thermomètre de température.

LA glace fondante & l'eau bouillante offrent les deux termes les plus constans & les plus précis que l'on ait encore pu trouver pour la graduation des thermomètres; mais l'intervalle entre ces deux extrêmes deviendroit trop considérable dans un thermomètre que l'on voudroit rendre très-sensible, & dont le tube ne pourroit avoir moins de 20 à 24 pieds de longueur: or, où trouver un pareil tube assez exactement calibré, & où placer un pareil instrument? Le suif fondant présente un autre terme moins éloigné, puisqu'il ne répond qu'aux environs du 32.me degré. Ce terme, d'après les recherches de M. Lavoisier, paroît même assez constant, mais il n'est pas rigoureusement le même dans toutes les espèces de suif. Il fallut donc en revenir à la glace & à l'eau bouillante, & prendre le parti suivant.

M. Lavoisier construisit d'abord un thermomètre à mercure avec un tube bien calibré, d'environ 20 pouces de longueur; les deux termes de la glace fondante & de l'eau bouillante furent déterminés avec le plus grand soin, & marqués sur le tube même par un trait extrêmement fin; il choisit, pour remplir le thermomètre, un jour où le baromètre étoit

à 28 pouces; & pour éviter que la hauteur de la colonne d'eau dans laquelle on le plongeoit, n'augmentât la chaleur de l'eau bouillante dans l'endroit du bain où la boule étoit plongée, il se servit du bain-marie, dans lequel le thermomètre pouvoit être couché presque horizontalement. Ce thermomètre achevé, fut fixé sur une bande de glace, & l'intervalle du terme de la congélation à celui de l'eau bouillante, fut divisé en quatre-vingts parties par le sieur Richer, qui employa à cette opération une excellente machine à diviser. Passons actuellement à la description du second thermomètre, auquel celui-ci ne devoit servir que d'étalon.

On a choisi un matras de deux pouces & demi de diamètre, dont on a coupé le col à trois pouces; l'ouverture a été rétrécie à la lampe d'émailleur, & on y a soudé un tube de verre presque capillaire, de vingt-deux pouces de longueur; ce tube avoit été choisi dans un très-grand nombre, & se trouvoit parfaitement calibré. Il a résulté de ces dispositions un gros thermomètre qu'on a empli de mercure très-pur, & l'on a fait ensuite bouillir ce mercure dans la boule même avec beaucoup de précaution. Cette opération délicate achevée, à mesure que le mercure de la boule se refroidissoit, on a ajouté du mercure qui avoit bouilli; & la quantité en a été proportionnée de manière qu'à la température des caves de l'Observatoire, le mercure pût s'élever environ aux deux tiers de la longueur du tube.

Ce thermomètre construit, il fallut le graduer, & c'étoit le point difficile; on prit une bande de glace portant d'un côté une division très-exacte en pouces & en lignes, contre laquelle on fixa le nouveau thermomètre, que l'on plongea dans un bocal dont on voit la figure dans la planche ci-jointe, Fig. 1. *(nous renvoyons à cette planche & à l'explication qui l'accompagne, tous les petits détails de la monture & de l'équipage du nouveau thermomètre).* On remplit d'eau ce bocal, & on y plongea en même temps le nouveau thermomètre-étalon. Comme la boule de ce dernier étoit

étoit incomparablement plus petite que l'autre, si l'on avoit fait varier brusquement la température de l'eau du bocal, la marche du gros thermomètre auroit été fort en retard sur celle de l'étalon, & il auroit été impossible d'établir une comparaison entr'eux. Pour éviter cet inconvénient, on a choisi, pour opérer, le commencement du printemps, saison dans laquelle la température de l'air varie peu dans l'intérieur des maisons; on s'est établi dans un appartement dont les fenêtres étoient constamment fermées; enfin, pour plus de sûreté, on a pris, pour établir les comparaisons, le temps où les thermomètres n'avoient point varié depuis plus de trois heures: ces opérations ont rendu l'opération extrêmement longue, elle a duré six semaines. Au moyen des observations qui ont été multipliées pendant cet intervalle, on est parvenu à connoître avec assez d'exactitude les hauteurs du mercure en pouces & en lignes dans le thermomètre de mercure, correspondantes aux hauteurs du mercure de degrés en degrés dans le thermomètre-étalon. Le résultat a été que chaque degré du thermomètre-étalon répondoit à 4 pouces 3 lignes du thermomètre de température; que le neuvième degré, par exemple, répondoit à 12 pouces 6 lignes, & le dixième à 16 pouces 9 lignes, d'après quoi il a été facile de faire sur la bande de glace du thermomètre de température, une division en degrés & fractions de degrés, latérale à celle qui avoit d'abord été faite en pouces & en lignes. L'on voit donc à gauche du tube de notre nouveau thermomètre une échelle en pouces, lignes & quarts de ligne, & à droite une autre échelle de degrés subdivisés chacun en cent parties; & comme chacune de ces parties est à peu-près de la grandeur d'une demi-ligne, on voit que l'on peut distinguer & estimer très-facilement le demi-centième d'un degré. Ces divisions ont été faites par le même artiste que nous avons cité ci-dessus, & c'est le sieur Mossy qui a été chargé de l'exécution des deux autres parties des thermomètres.

Lorsque le thermomètre de température & son étalon

ont été ainsi complétement achevés, on a cru devoir vérifier encore une fois toutes les comparaisons, & l'on a attendu à cet effet les premiers froids de l'automne; alors on s'est étudié de nouveau à mettre les deux thermomètres parfaitement d'accord, ce qui peut s'exécuter avec la plus grande facilité, par le moyen d'une vis de rappel qui fait monter ou descendre à volonté de quelques lignes la bande de glace qui porte les divisions.

Tels furent les procédés employés par M. Lavoisier, pour construire le thermomètre que je lui avois demandé, propre à déterminer les plus petites variations de la température des souterrains. Ce fut en cet état qu'il l'apporta à l'Observatoire, le 4 Juillet 1783. Il me reste à rendre compte des soins & des précautions que j'ai pris de mon côté, pour l'établissement du nouvel instrument.

Établissement du nouveau Thermomètre. Détermination de la température des Souterrains & de ses variations pendant deux années.

JE n'avois vu faire qu'avec peine, en 1781, une ouverture & une communication des souterrains de l'Observatoire, avec les nouvelles carrières de Paris, présumant bien que l'introduction du nouveau courant d'air changeroit la température; pour m'en assurer, je descendis, le 15 Février 1782, un thermomètre à mercure au fond des souterrains, accompagné de M. le Gentil qui apporta aussi un autre thermomètre à esprit-de-vin, & nous déposames les deux instrumens dans l'endroit reconnu de tout temps pour conserver toujours la même température, & sur la table consacrée depuis cent ans au dépôt & à l'épreuve des thermomètres. De retour au même lieu, le lendemain, nous trouvames nos deux instrumens parfaitement d'accord; mais ils ne marquoient que $7^d \frac{1}{2}$ pour la température des souterrains, au lieu de $9 \frac{1}{4}$ qu'elle étoit jadis; ce qui confirma complétement mes

soupçons. Très-fâché d'avoir perdu un terme précieux de comparaison pour les thermomètres, & desirant de le recouvrer, je pris le parti de faire boucher en maçonnerie épaisse toutes les avenues qui aboutissoient à la table des thermomètres, excepté une entièrement opposée à la nouvelle ouverture, & que je fis fermer d'une bonne porte; ce qui me procura un vaste cabinet-souterrain en galerie de 100 pieds de longueur, 6 pieds de largeur, & 8 pieds de hauteur, à laquelle communiquent encore trois autres caveaux en cul-de-sac, creusés dans la pierre, d'environ dix pieds carrés sur huit d'élévation, destinés à recevoir des boussoles & divers autres instrumens propres à des observations de plusieurs genres que je me proposois de faire depuis long-temps. On voit donc que la grandeur de mon cabinet souterrain qui renferme un très-grand volume d'air, le met à l'abri de l'effet de la présence des observateurs. Néanmoins j'ai toujours l'attention de n'entrer jamais que seul dans cet endroit, tenant à la main une très-petite bougie de lanterne de poche, & peu capable en conséquence d'échauffer l'atmosphère, enfin de ne rester que le temps nécessaire pour faire l'observation, c'est-à-dire, deux minutes au plus.

Au fond du cabinet, & en face de l'ancienne table des thermomètres, j'ai fait élever un pilier ou piédestal isolé pour supporter le thermomètre de température avec son bocal, & procurer la facilité de tourner autour & d'observer la hauteur du mercure, en plaçant une bougie à une certaine distance, derrière la glace qui porte les divisions.

Dans les premières observations que je fis aussitôt que le nouveau thermomètre eut été établi, j'éprouvai que malgré l'étendue de mon cabinet souterrain, la présence de trois personnes à la fois faisoit, au bout de cinq minutes, élever le mercure de près de deux centièmes de degré dans le thermomètre de température. Voyant cette sensibilité, je jugeai qu'il étoit indispensable de plonger le nouvel instrument dans un milieu qui le garantît des variations subites

& étrangères de la température locale. En conséquence je remplis le bocal d'un sable de grès très-fin & très-sec qui enveloppe la boule & même le tube du thermomètre, jusqu'au 7.e degré, c'est-à-dire, jusqu'à 8 pouces seulement du terme où se soutient le mercure dans les souterrains; & j'éprouvai alors que la demeure de deux observateurs, pendant huit & dix minutes, ne causoit plus aucune variation dans la hauteur du mercure. Assuré de cela, je ne m'occupai plus que des moyens de faire les observations avec toute la précision & la délicatesse que comportoit l'instrument. J'avois remarqué que quoique le tube fût avantageusement placé sur la glace, par rapport aux divisions qui étoient fort distinctes, néanmoins la différente position de l'œil pouvoit faire estimer la hauteur du mercure d'un quart de ligne plus ou moins forte. Je fis d'abord adapter des petits microscopes à mes thermomètres, principalement pour diriger le rayon visuel perpendiculairement; mais je fus bientôt obligé de renoncer à cet équipage assez embarrassant, qui d'abord alongeoit l'observation, mettoit dans le cas de porter les mains sur le thermomètre, & de s'en approcher de très-près; en outre l'humidité ternissoit tellement les verres, qu'il étoit quelquefois impossible de rien distinguer. Je fus donc obligé de renoncer à ces microscopes, & après différens essais, je me bornai à me servir tout simplement de la surface plate du porte-microscope qui, étant perpendiculaire au tube, dirige parfaitement le rayon visuel & fait éviter toute parallaxe. Avant de descendre dans les souterrains pour faire l'observation de la température, j'ai toujours soin de marquer la hauteur du thermomètre & du baromètre extérieurs placés dans mes cabinets d'observations, à environ cent cinq pieds plus élevés que le fond des souterrains où se trouve placé le thermomètre de température & son étalon, que j'observe toujours tous les deux en même temps; mais ce dernier fut cassé au bout de quelques mois entre les mains d'un de mes confrères qui en avoit eu besoin & me l'avoit demandé,

le 23 Février 1784. Paſſons actuellement aux obſervations.

Ce n'eſt qu'à l'époque du 5 Août 1783, qu'ayant bien pris toutes les précautions requiſes, & arrêté une manière fixe, conſtante d'obſerver, je puis commencer à donner mes obſervations ſur la température des ſouterrains de l'Obſervatoire, comme les plus exactes qu'il m'ait été poſſible de faire : on en trouvera un tableau à la fin de ce Mémoire. La fatigue de ces ſortes d'obſervations, pour chacune deſquelles il faut deſcendre & remonter deux cents dix marches, ne m'a pas permis de les multiplier autant peut-être qu'on eût pu le deſirer ; je crois cependant en avoir ſuffiſamment fait pour établir les réſultats ſuivans, qui méritent quelqu'attention.

1.° La température abſolue des ſouterrains de l'Obſervatoire, au commencement d'Août 1783, s'eſt trouvée, ſelon mes nouveaux thermomètres, de 9 degrés 1 dixième, ou plus exactement, 9 degrés 9 centièmes. La plus forte chaleur pendant ce mois étant de 20 degrés à un thermomètre expoſé à l'air libre, ce réſultat eſt à-peu-près le même que ce qu'avoit trouvé M. le Gentil pendant l'été de 1775. Nous avons vu plus haut, qu'avec un thermomètre de M. Lafond, il avoit déterminé cette température de $9^{d}\frac{1}{3}$.

2.° Dans les derniers jours de Janvier de l'année 1784, le thermomètre expoſé à l'air libre deſcendit de 20 degrés au-deſſous de la glace ; mon thermomètre de température obſervé le 3 Février ſuivant, ne marquoit encore que 9 degrés 12 centièmes, c'eſt-à-dire, qu'il ſe trouvoit, à 3 centièmes près, ſur le même point, au même degré qu'au mois d'Août précédent, quoique la différence du chaud au froid, dans cet intervalle de temps, eût été de 30 degrés. Ce réſultat vient à l'appui des obſervations de M. de la Hire, citées par M. de Réaumur, & ſembleroit confirmer la concluſion qu'il en a tirée, que la température des ſouterrains ne varioit point ſenſiblement, puiſque dans les plus grandes

chaleurs & dans les plus grands froids, cette température se retrouve toujours sensiblement la même.

3.° Dans les quinze derniers jours de Mai, qui fut le mois le plus chaud de l'année 1784, les thermomètres extérieurs ayant monté jusqu'à 21 degrés, la température des souterrains revint à 9 degrés 9 centièmes, même point précisément où elle s'étoit trouvée au mois d'Août 1783; ce qui donne une diminution de 3 centièmes dans la hauteur du mercure au fond des souterrains, tandis qu'à l'air extérieur le mercure s'étoit élevé de 31 degrés & demi. Nous avons vu dans l'article précédent, que pareillement le mercure dans les souterrains, étoit monté de 3 centièmes, pendant qu'à l'air extérieur il descendoit de 30 degrés. Cette observation faite avec soin, répétée & confirmée dans trois saisons consécutives, offre sans doute un phénomène fort singulier.

4.° La température des souterrains, qui s'étoit trouvée à 3 centièmes près, la même aux trois époques d'Août 1783, de Janvier & de Mai 1784, c'est-à-dire, dans les jours les plus chauds, comme dans les jours les plus froids, a éprouvé dans les temps intermédiaires, des variations beaucoup plus considérables; en effet, à la fin d'Août 1783, le thermomètre de température marquoit 9 degrés 6 centièmes; à la fin d'Octobre, 9 degrés 11 centièmes & demi; le 21 Décembre, 9 degrés 12 centièmes un tiers. Pour décider la question, si la température des souterrains étoit variable, il ne suffisoit donc pas de l'observer, comme a fait M. de la Hire, dans les temps les plus chauds & les plus froids de l'année, ce qui méritoit encore d'être remarqué.

Tels furent les premiers résultats de mes observations dans l'intervalle du mois d'Août 1783, au mois de Juillet de l'année suivante. Frappé sur-tout de voir le mercure s'élever dans les caves, tandis qu'il s'abaissoit à l'air extérieur, je fis dans la suite une attention particulière à ce phénomène, & en continuant mes observations, je le vis de plus en plus se confirmer. En effet, dans les mois de Juin & de Juillet

1784, qui furent moins chauds que le mois de Mai, mon thermomètre-souterrain s'éleva à 9 degrés 14 centièmes; l'automne vint, il continua son ascension, & même avec une marche plus rapide & plus progressive que celle qu'il avoit eue l'année précédente; enfin, dans les plus grands froids de l'hiver de cette année 1785, il s'est élevé jusqu'à 9 degrés 23 centièmes.

Je m'attendois à le voir redescendre dans le cours du printemps; mais depuis le premier jour de Mai jusqu'aux derniers jours de Juin, malgré l'inégalité de la température, il s'est toujours soutenu de 9 degrés 26 à 28 centièmes; c'est le plus haut où je l'aie vu depuis deux ans; le plus bas à 9 degrés 6 centièmes: la variation, dans le cours des deux années, a donc été de 22 centièmes, c'est-à-dire, d'un cinquième de degré; ce qui donne la température moyenne de 9 degrés 16 centièmes, ou environ 9 degrés 1 sixième.

J'ai rassemblé dans la Table suivante, toutes les observations dont je ne viens de donner ici qu'un résumé: on y verra le tableau circonstancié de la marche & des variations du thermomètre de température dans les souterrains pendant l'espace d'environ deux années. Je ne chercherai point à expliquer ce qu'elles offrent de singulier; je crois seulement pouvoir soupçonner qu'une cause particulière & indépendante de l'état de l'atmosphère extérieure, agit & participe aux variations du thermomètre-souterrain, qui paroissent n'avoir point de véritable correspondance avec celles du thermomètre exposé à l'air libre. Mais attendons de nouvelles observations; bornons-nous à rassembler les faits, à amasser les matériaux. En se pressant de conclure, on ne fait souvent que mettre l'erreur à la place de la vérité, & reculer le progrès des Sciences physiques, au lieu de les avancer.

DATES des OBSERVAT.	THERMOM. DE TEMPÉRATURE placé dans les Souterrains.	THERMOM. EXTÉRIEUR.	*REMARQUES PARTICULIÈRES.*
1783.	degrés. centièmes.	degrés. dixièmes.	
Août 5	9. 9	18,0	La chaleur a été forte
6	9. 8 $\frac{1}{2}$	20,1	dans les trois premiers
7	9. 7 $\frac{3}{4}$	18,1	jours de ce mois ; le
8	9. 7 $\frac{3}{4}$	18,5	thermomètre extérieur
9	9. 7 $\frac{3}{4}$	17,0	a monté le 2 & le 3 juſ-
10	9. 7 $\frac{3}{4}$	20,1	qu'à 25^{d} 9 $\frac{1}{2}$.
11	9. 6	14,4	Il y a eu pluſieurs jours
12	9. 6	12,7	d'orage.
à minuit.	9. 6	8,6	
14	9. 6	13,5	
à 7^{h} du ſoir.	9. 6	11,4	
19	9. 6 $\frac{1}{8}$	18,0	Le 21 & le 22, le
28	9. 6	18,6	thermom. étoit à 20^{d}
			à 2 heures après midi.
Sept. 1			La température pen-
à 10^{h} du m.	9. 6 $\frac{1}{3}$	15,6	dant ce mois, a été gé-
à 1^{h} apr. m.	9. 6,0	17,5	néralement aſſez douce ;
19	9. 6	16,8	temps aſſez beau, peu
			de jours de pluie.
24	9. 7	12,7	Beau temps les jours
			précédens & ſuivans.
Octob. 1	9. 8 $\frac{3}{4}$	13,5	
			Le 6, le 7 & le 8,
			il eſt tombé aſſez de
			pluie.

DATE

DATES des OBSERVAT.	THERMOM. DE TEMPÉRATURE placé dans les Souterrains.		THERMOM. EXTÉRIEUR.	REMARQUES PARTICULIÈRES.
1783.	degrés.	centièmes.	degrés. dixièmes.	
Octob. 10	9.	9 $\frac{3}{4}$	9,6	
15	9.	11	10,9	Brouillard fort humide & épais le 17 & le 18.
21	9.	11 $\frac{2}{3}$		
30	9.	11 $\frac{1}{2}$		Le vent, pendant ce mois, a beaucoup tenu la partie de l'est.
Nov. 1	9.	11 $\frac{1}{3}$	9,8	Beau temps; les vents tiennent de la partie de l'est.
12	9.	11 $\frac{1}{3}$	6,3	Beau temps le reste du mois, à l'exception du 17 au 21 pluvieux.
Déc. 4	9.	12 $\frac{1}{2}$	4,0	Pendant presque tout le mois, les vents dans la partie de l'est. Le 16 à midi, le thermomètre à — $3^d,3$.
18	9.	12 $\frac{1}{3}$	1,4	
21	9.	12 $\frac{1}{3}$	— 0,2	Le 29, le thermomètre extérieur à midi, est à $7^d,8$ au-dessous de la

DATES des OBSERVAT.	THERMOM. DE TEMPÉRATURE placé dans les Souterrains.	THERMOM. EXTÉRIEUR.	*REMARQUES PARTICULIÈRES.*
1783.	degrés. centièmes.	degrés. dixièmes.	
Déc. 30	9. 11	— 10,1	glace. Neige considérable tombée le 28. A minuit, le thermomètre extérieur étoit descendu à 15^{d},2 au-dessous de la glace. Le ciel se couvre dans la nuit du 30 au 31; le 31, matin, g.^{de} neige; après midi, le dégel se déclare.
1784.			
Janv. 1.er	9. 11 $\frac{1}{2}$	+ 3,0	Grande pluie presque toute la journée le 2; le soir, brouillard épais.
4	9. 11 $\frac{1}{2}$	3,7	La gelée reprend du 5 au 16.
8	9. 11 $\frac{1}{2}$	1,5	Dégel le 16: il neige fréquemment du 17 au 24.
24	9. 10	— 0,3	Du 24 au 31, il neige souvent.
30	9. 10	— 8,0	
31	9. 10	— 10,0	

DATES des OBSERVAT.	THERMOM. DE TEMPÉRATURE placé dans les Souterrains.	THERMOM. EXTÉRIEUR.	*REMARQUES PARTICULIÈRES.*
1784.	degrés. centièmes.	degrés. dixièmes.	
Février. 3	9. 12	1,5	Un peu de neige le matin; temps superbe à midi. Du 3 au 11, il neige presque tous les jours.
11	9. 8	0,4	Gelée assez forte du 12 jusqu'au 21. Le thermomètre extérieur est descendu le 14, jusqu'à 6 degrés au-dessous de la glace: dégel très-décidé le 22.
23	9. 10	6,6	
Mars 1.er	9. 10	2,5	Temps superbe le dernier jour de Février, & les premiers jours de Mars.
5	9. 10	10,9	
Avril 19	9. 7 $\frac{1}{3}$	8,7	Très-vilain temps & neige les trois premiers jours d'Avril, ainsi que le 12; pluie, grêle assez fréquente, & de grands vents.

DATES des OBSERVAT.	THERMOM. DE TEMPÉRATURE placé dans les Souterrains.	THERMOM. EXTÉRIEUR.	*REMARQUES PARTICULIÈRES.*
1784.	degrés. centièmes.	degrés. dixièmes.	
Mai 2	9. 7 ¼	10,5	Temps superbe depuis le 1.er de Mai jusqu'au 17, à l'exception des 11 & 12. Les 8, 10 & 16, le thermomètre extérieur, à midi, monte jusqu'à 19 degrés.
17	9. 8 ½	21	Grande chaleur depuis le 16 jusqu'au 27.
25	9. 9	21,2	
31	9. 9	21,4	Très-chaud les 30 & 31.
Juin 1.er	9. 9 ½	18,1	Grand vent de nord-est dans les premiers jours de Juin.
5	9. 10	19,4	Orage le 6.
10	9. 11	17,2	Pluie & vent considérables toute la journée. Assez beau temps, mais très-grands vents du 10 au 21; du 22 au 25, beaucoup de pluie.
25	9. 11 ½	137	
27	9. 12	14,0	Temps pluvieux; grand vent.

DATES des OBSERVAT.	THERMOM. DE TEMPÉRATURE placé dans les Souterrains.	THERMOM. EXTÉRIEUR.	*REMARQUES PARTICULIÈRES.*
1784.	degrés. centièmes.	degrés. dixièmes.	
Juillet.			Fort beau temps dans les premiers jours du mois.
8	9. 13	14,4	Temps très-pluvieux, & grand vent de sud, du 8 au 10, jusqu'à midi. Assez beau temps du 11 au 19. Grande pluie, grand vent.
9	9. 13 $\frac{3}{4}$	18,6	
19	9. 14	16,2	
21	9. 14		
28	9. 14		Très-belle aurore boréale le 25.
Août 3	9. 15	21	Assez beau temps les derniers jours de Juillet & les premiers jours d'Août. Le reste du mois a été très-pluvieux; beaucoup de vent; il n'y a eu de chaleur que du 12 au 17: ce mois est celui de l'année où il est tombé le plus d'eau.
Septembre.			Fort beau temps, & assez chaud les premiers jours du mois. Le 9,

DATES des OBSERVAT.	THERMOM. DE TEMPÉRATURE placé dans les Souterrains.	THERMOM. EXTÉRIEUR.	*REMARQUES PARTICULIÈRES.*
1784.	degrés. centièmes.	degrés. dixièmes.	
Septembre. 10	9. 18	16,3	à midi, le thermomètre extérieur étoit à 20,1 degrés. Le temps continue d'être beau jusqu'au 19; mais il est pluvieux le reste du mois.
Octobre.			Les vents de nord-est règnent assez constamment pendant les deux tiers de ce mois. Le thermomètre extérieur ne descend au-dessous du terme de la glace que le 26, marquant, à 7^h du matin, — 0,7.
Novembre. 21	9. 21	3,8	Temps couvert, & fréquens brouillards pendant les deux tiers de ce mois. Le thermomètre extérieur se soutient toujours au-dessus du terme de la glace. Fréquens brouillards dans tout le reste du mois.

DATES des OBSERVAT.	THERMOM. DE TEMPÉRATURE placé dans les Souterrains.	THERMOM. EXTÉRIEUR.	*REMARQUES PARTICULIÈRES.*
1784.	degrés. centièmes.	degrés. dixièmes.	
Décembre.			Du 9 au 10 il tombe beaucoup de neige.
10	9. 20	— 0,3	
11	9. 21	— 0,6	Neige abondante le 12.
16	9. 21	— 3,3	
17	9. 21	— 4,1	Il tombe un peu de neige les 17 & 18.
20	9. 21	+ 2,1	Gelée assez forte le 26.
28	9. 22	— 3,0	A 8 heures du matin, le thermomètre étoit à 4,9 degrés au-dessous de la glace. Depuis le 23 jusqu'à la fin du mois, les vents ont tenu la partie de l'est.
1785.			
Janv. 1.er	9. 21 1/8	3,6	Il dégèle depuis le 30 Décembre, le dégel continue.
3	9. 21 1/8	7,0	Jusqu'au 24, le therm. extér. ne descend au-dessous de la glace que les 11, 12, 13, & pas plus bas que 3 degrés.

DATES des OBSERVAT.	THERMOM. DE TEMPÉRATURE placé dans les Souterrains.	THERMOM. EXTÉRIEUR.	*REMARQUES PARTICULIÈRES.*
1785.	degrés. centièmes.	degrés. dixièmes.	
Janv. 24	9. 22 ½	0,7	Brouillard. Point de gelée dans le reste du mois. Neige le 31.
Fév. 10	9. 23	4,2	Il tombe beaucoup de neige dans les huit premiers jours du mois. Neige considérable les 20, 21 & 22; froid modéré.
22	9. 21 ½	2,5	Dégel le 24.
28	9. 23	— 5,2	Temps superbe; vent violent de nord-nord-est. Pendant tout le mois, jusqu'à ce jour, le therm. extér. n'étoit pas descendu plus bas que 3^d ½ au-dessous de la glace.
à 9^h du soir.		— 7,5	
Mars 1.er	9. 24,5	— 3,0	A 6 heures du matin, le therm. extér. étoit à 8,7 degrés au-dessous de la glace. Le lendemain, 2, à 8^h du mat. il n'étoit plus qu'à 0,8^d.

DATES des OBSERVAT.	THERMOM. DE TEMPÉRATURE placé dans les Souterrains.		THERMOM. EXTÉRIEUR.	*REMARQUES PARTICULIÈRES.*
1785.	degrés.	centièmes.	degrés. dixièmes.	
Mars.				Pendant ce mois, les vents tiennent la partie de l'eſt, & ſont aſſez forts.
18	9	$23\frac{3}{4}$	4,2	
21	9.	$23\frac{2}{4}$	6,3	Aurore boréale le 22, au ſoir.
23	9.	$25\frac{1}{10}$	2,3	
25	9.	25	4,5	Neige aſſez forte les 25 & 28.
30	9.	24	1,0	
Avril.				Neige le 3, après midi.
4	9.	$23\frac{8}{10}$		
11	9.	$24\frac{1}{2}$	10,8	
17	9.	$25\frac{1}{10}$	17,4	
25	9.	$25\frac{2}{10}$	14,3	Beau temps, ſec & chaud; les vents dans la partie de l'eſt.
28	9.	25	9,9	
Mai 5	9.	26	18,0	Les caves ſont fort ſèches. Le temps très-beau & conſtant.

DATES des OBSERVAT.	THERMOM. DE TEMPÉRATURE placé dans les Souterrains.	THERMOM. EXTÉRIEUR.	*REMARQUES PARTICULIÈRES.*
1785.	degrés. centièmes.	degrés. dixièmes.	
Mai 16	9. 26 ½	15,7	Beau temps, & grande sécheresse pendant tout ce mois.
26	9. 26 ¾	18,3	Il pleut dans les derniers jours du mois.
31	9. 26 ¼	17,0	
Juin.			Il tombe de l'eau dans les huit premiers jours de Juin.
14	9. 27 $\frac{1}{10}$	18,3	Il fait chaud jusqu'au 17, & très-sec; ensuite le vent constamment au nord, & froid.
22	9. 27 ⅕	13,0	
29	9. 28	21,6	

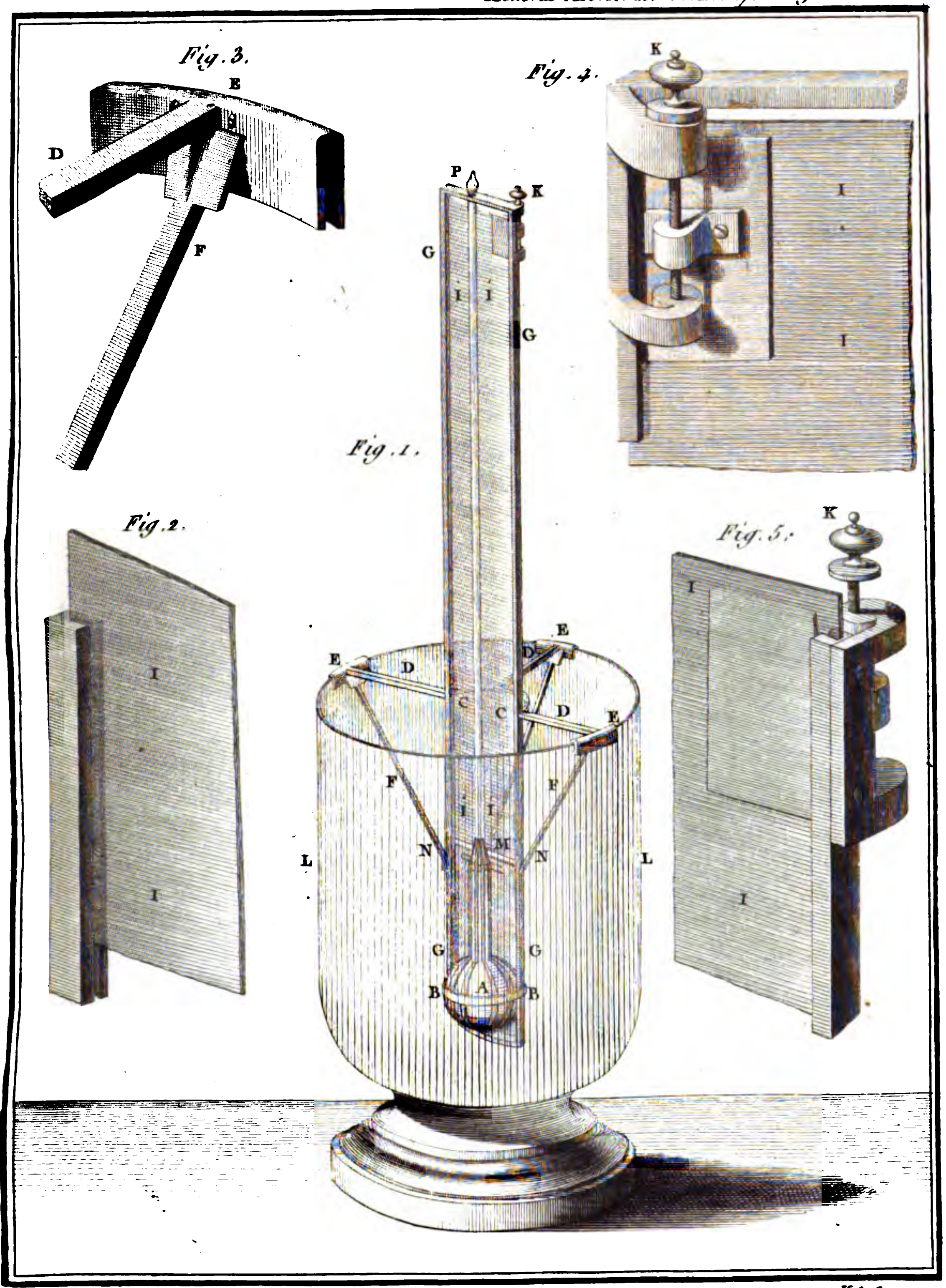
EXPLICATION DES FIGURES.

La *figure 1.re* représente le thermomètre de température, suspendu dans son bocal.

A, Boule du thermomètre ; elle a été faite avec un petit matras de verre blanc, auquel on a conservé une portion de col *A M*.

MP, Tube du thermomètre soudé en *M*, au col du matras.

P, Olive ou renflement ménagé pour recevoir le mercure, quand le thermomètre est placé dans un endroit chaud.



Fossier del.

Y. le Gouaz sc.

I, Bande de glace ſur laquelle eſt gravée la graduation.

G, Cadre de cuivre jaune ou laiton, qui maintient la bande de glace *I*.

B, Eſpèce de grille formée de bandes de laiton, dont l'objet eſt de garantir la boule des chocs extérieurs.

L, Bocal de verre, dans lequel le thermomètre eſt en partie plongé & ſuſpendu.

C C, Demi-cercle de cuivre, fixé au cadre du thermomètre.

D, *F*, Tringles de laiton, ſervant de ſupports.

E, Agrafes par leſquelles le thermomètre ſe trouve ſuſpendu au cylindre du bocal.

K, Vis de rappel, deſtinée à faire deſcendre ou monter, à volonté, la bande de glace qui reçoit la diviſion.

Les *figures 2, 3, 4 & 5*, repréſentent en grand & en particulier, chacune des pièces qui compoſent la figure première, & dont elles portent les mêmes lettres.



MÉMOIRE

SUR LA

DÉCOMPOSITION DU SEL AMMONIAC,

Par les différens intermèdes terreux & falins.

Par M. CORNETTE.

Lû à l'Académie en Mars 1777.

LE but principal du Chimifte, dans la décompofition du fel ammoniac, eft d'extraire de ce fel tout l'alkali volatil qu'il contient, en employant pour intermèdes des fubftances ou terreufes ou falines; mais cette opération qui fe répète journellement dans les laboratoires, n'a point encore été portée à ce point d'exactitude & de perfection dont elle eft fufceptible. C'eft dans ces vues que j'ai entrepris ce travail, & que j'ai cherché à fixer les proportions convenables de terre calcaire & d'alkali fixe, néceffaires pour décompofer totalement le fel ammoniac. Quoique les expériences que je préfente ne changent en aucune manière le fond de cette opération, j'efpère cependant que mes obfervations pourront devenir utiles, fi l'on confidère les variations & le peu d'accord que l'on trouve dans les ouvrages de la plupart des Chimiftes qui en ont parlé.

Le procédé de la décompofition du fel ammoniac par la chaux, paroît avoir été fuivi le plus unanimement par tous les Chimiftes, tant anciens que modernes; ils n'ont eu, ce me femble, d'autres objets en vue que celui de décompofer la totalité du fel ammoniac, & ils ont négligé de déterminer la proportion convenable de cet intermède que l'on devoit employer pour fa parfaite décompofition.

Pour préparer l'alkali volatil cauftique, on met communément trois parties de chaux, fur une partie de fel ammoniac; mais réfléchiffant fur cette opération, & la comparant à celle de la décompofition du fel ammoniac par la craie, je

ne tardai pas à m'apercevoir que l'on employoit plus de chaux qu'il n'en falloit pour la décomposition complète de ce sel. En effet, si l'on considère que pour ces deux opérations, on se sert de parties égales de chaux vive & de craie, on verra promptement qu'il y a pour cette dernière opération une disproportion assez considérable, & que la quantité de chaux vive excède de beaucoup celle de la craie, puisque trois livres de cette substance, d'après les observations de M. Duhamel, diminuent de plus de moitié de leur poids, pour être converties en chaux. C'est d'après ce raisonnement que je me décidai à faire l'expérience suivante.

Je pris quatre onces de chaux vive faite avec la craie de Marly, sur laquelle je versai à plusieurs reprises une once d'eau, afin d'en faciliter l'extinction; je mêlai cette chaux éteinte avec une pareille quantité de sel ammoniac en poudre; j'introduisis ce mélange dans une cornue de verre, & à l'aide d'un entonnoir à long tuyau, j'y ajoutai quatre onces d'eau. Je plaçai cette cornue au fourneau de réverbère, à laquelle j'adaptai un récipient; je conduisis le feu avec ménagement, & je retirai de cette manière quatre onces de liqueur claire & limpide, très-vive & très-pénétrante, & toute aussi caustique que celle que l'on obtient de la décomposition du sel ammoniac par la méthode ordinaire. J'aurois pu, à la vérité, en donnant une chaleur plus forte, obtenir une plus grande quantité d'alkali volatil; mais je ferai observer que les dernières portions qui passent, ne sont presque que de l'eau, & que ce mélange l'auroit beaucoup affoibli.

Pour m'assurer si la décomposition du sel ammoniac étoit parfaite, j'ai cru qu'il étoit essentiel d'examiner le résidu. Je passai de l'eau bouillante sur le *caput mortuum* resté dans la cornue; je filtrai la liqueur, elle passa claire, sans couleur; j'édulcorai à plusieurs reprises la terre restée sur le filtre, & après l'avoir fait dessécher, je trouvai qu'il m'en étoit resté une once deux gros & demi: cette terre avoit encore conservé les propriétés de la chaux, car elle ne faisoit point d'effervescence avec les acides. Je soumis la liqueur

filtrée à l'évaporation, & je la fis rapprocher assez pour faire cristalliser le sel ammoniac, au cas qu'il en fût resté quelque portion non décomposée ; il ne se forma point de cristaux, & je n'aperçus rien qui me décelât l'existence de ce sel. J'étendis l'huile de chaux ou sel marin à base terreuse dans de l'eau distillée, j'en fis précipiter la terre par l'alkali fixe; il ne se dégagea aucune odeur d'alkali volatil, ce qui me confirma que le sel ammoniac avoit été entièrement décomposé. Je rassemblai la terre dans un filtre, & après l'avoir édulcorée plusieurs fois dans l'eau bouillante, j'en trouvai, après sa dessiccation, deux onces cinq gros trente grains, qui, réunis avec la première portion, forment à peu de chose près, la quantité que j'avois employée : cette terre précipitée est très-blanche, très-légère, & diffère en cela beaucoup de celle que j'ai obtenue de la décomposition du sel ammoniac par la craie. Cette expérience prouve donc qu'une partie de chaux suffit pour décomposer une partie de sel ammoniac, & que la quantité excédante que l'on ajoûte ne sert qu'à ralentir l'opération, exiger des vaisseaux plus grands & augmenter la dépense.

Pour mettre le complément à cette expérience, je crus devoir la comparer à celle faite avec trois parties de chaux sur une de sel ammoniac ; l'alkali volatil que je retirai ne me parut ni plus fort, ni plus pénétrant que celui de l'opération précédente, & la quantité de terre que me fournit la décomposition du sel marin à base terreuse, fut à très-peu de chose près correspondante à celle que j'avois obtenue par mon procédé.

J'ai essayé les chaux de Meudon, de Fontainebleau & de Corbeil, elles m'ont toutes donné le même résultat ; mais comme il se trouve des chaux qui contiennent beaucoup de terre étrangère, on doit, dans ce cas, en augmenter la quantité, & la proportionner, en raison de son mélange

Le travail que M. Duhamel a fait sur la décomposition du sel ammoniac par la craie, est si précis, si exact, que ce seroit en vain que l'on voudroit tenter de faire quelques

changemens à cette opération. J'ai répété quelques expériences ; j'en ai varié plusieurs, & je me suis aperçu que la plus légère diminution produisoit une différence sensible dans les résultats. Toutes celles que j'ai faites, m'ont conduit à me prouver que pour réussir à décomposer parfaitement le sel ammoniac, il falloit suivre les doses prescrites par le célèbre chimiste que je viens de citer, c'est-à-dire, trois parties de craie sur une de ce sel ; & que dans ce cas, si l'opération a été bien ménagée, on retire à peu-près le même poids d'alkali volatil concret qu'on a employé de sel ammoniac. Je ferai observer que la craie ne décompose pas aussi-bien ce sel que la chaux : il paroît que cette dernière ayant été ouverte par le feu, & privée par conséquent de son eau & de son air, avoisine de très-près l'état salin ; & que dans ce cas, elle porte une action plus directe sur ce sel, au lieu que la craie aidée même de la chaleur, n'agit pas avec autant d'efficacité. J'ai fait plusieurs expériences pour tenter de combiner entièrement la craie avec le sel ammoniac ; mais il m'est toujours resté à chaque opération beaucoup de terre qui n'avoit point agi sur ce sel.

Pour ce qui est de l'augmentation de poids de l'alkali volatil, plusieurs chimistes avoient pensé qu'on ne devoit l'attribuer qu'à une portion de l'intermède que ce sel avoit enlevé pendant sa sublimation ; mais M. Baumé a démontré le contraire, & a prouvé que la cause de cette augmentation ne provenoit point de la terre calcaire, mais plutôt de l'eau contenue en grande quantité dans la craie. Cet habile chimiste a exposé à l'air de l'alkali volatil concret ; ce sel, au bout de quelque temps, s'est volatilisé, & n'a laissé après lui aucune trace de résidu terreux ; d'où il résulte, d'après M. Baumé, que c'est à l'eau contenue en grande quantité dans la craie que l'on doit attribuer l'augmentation du poids de l'alkali volatil. Mais l'eau n'est point la seule substance qui coopère à cette augmentation, car on ne sauroit douter, d'après les expériences de M. Jacquin, & celles de M. Lavoisier, que l'air fixe ren-

fermé dans la craie ne se combine avec l'alkai volatil, que c'est lui qui sert à lui donner la forme concrète; & c'est peut-être relativement à la combinaison qu'il éprouve, qu'il se dégage beaucoup moins d'air dans sa composition; car si l'opération est dirigée convenablement, on peut la terminer sans ouvrir la tubulure pratiquée au récipient.

L'examen du résidu de la décomposition du sel ammoniac par la craie, peut encore servir à démontrer l'existence de la matière grasse contenue dans l'alkali volatil; car si l'on verse sur cette substance un peu d'acide vitriolique, il s'excite aussi-tôt une vive effervescence, & il se répand une odeur très-forte d'huile empyreumatique, semblable à l'huile animale de Dippel : effet qui n'a pas lieu avec le résidu de la décomposition du sel ammoniac par la chaux; ce qui paroît prouver, comme l'a fort bien remarqué M. Duhamel, que la chaux détruit & enlève à l'alkali volatil la matière grasse qu'il contient, & que c'est peut-être pour cette raison que ce dernier est si fort & si pénétrant.

Quoique j'eusse employé, dans cette opération, du sel ammoniac très-pur, exempt de toute matière fuligineuse, je crus, pour éviter toute objection, devoir répéter cette expérience avec de l'alkali volatil seulement & de la craie.

Je fis un mélange de trois gros de blanc d'Espagne avec deux gros d'alkali volatil concret; je distillai selon l'art, & afin de rendre cette expérience plus sûre & plus décisive, je distillai douze fois sur la même craie de l'alkali volatil; j'examinai le résidu, & je lui trouvai la même odeur d'huile animale comme à l'expérience précédente. Il seroit peut-être possible, en répétant cette opération un très-grand nombre de fois, de retirer de cette terre de l'huile fournie par l'alkali volatil.

Jamais les chimistes n'ont tant varié entr'eux que sur la quantité d'alkali qu'il faut employer pour la décomposition parfaite du sel ammoniac: les uns, tels que Baron, Homberg, & plusieurs autres, prescrivent trois parties de sel de tartre sur une de sel ammoniac; d'autres se contentent de deux parties :

parties ; le plus grand nombre, tels que Lémeri, Lefevre, Hoffmann, ne prennent que parties égales ; & enfin Boërhaave, dans le second volume de sa Chimie, *procédé 106, page 120,* ne prescrit que trois onces de sel de tartre sur dix onces de sel ammoniac.

Tant d'opinions différentes des auteurs que je viens de citer, m'ont déterminé à fixer également les doses d'alkali nécessaires pour la décomposition de ce sel. On verra bientôt que les uns ont demandé en plus ce que les autres ont fait en moins, & on ne tardera pas à s'apercevoir qu'aucun d'entr'eux n'a prescrit les quantités précises d'alkali pour décomposer parfaitement le sel ammoniac.

J'ai fait un mélange de parties égales de sel ammoniac bien pur, & de sel de tartre bien desséché ; j'ai distillé ce mélange : il a passé beaucoup d'alkali volatil en liqueur, quoique cependant j'eusse employé des substances très-sèches. M. Jacquin avoit déjà fait cette remarque ; mais long-temps avant lui, Lefevre, dans sa Chimie imprimée en 1660, *page 1003,* dit qu'on retire en décomposant le sel ammoniac par le sel de tartre, beaucoup d'alkali volatil en liqueur. Je ferai observer que cet alkali volatil ne produit, dans le commencement de la distillation, qu'une légère effervescence avec les acides, & qu'il ne prend la forme concrète que lorsque l'air fixe commence à se dégager. Je présume que ce qui détermine la cause de cette fluidité, ne peut être attribué qu'à une petite portion d'alkali caustique qui se trouve ordinairement avec l'alkali, & qui est ainsi rendu caustique par la calcination que l'on a fait éprouver préliminairement à ce sel. Cela me paroît d'autant plus vraisemblable, que si cet état de fluidité n'étoit dû qu'à de l'eau, au lieu de passer dans le commencement de l'opération en liqueur, il passeroit sous forme concrète, comme cela arrive dans la décomposition du sel ammoniac par la craie. Il y a plus, c'est que si l'on distille du sel ammoniac avec de l'alkali nouvellement desséché, on retire plus d'alkali fluor que lorsqu'on se sert de l'alkali desséché depuis quelque temps,

& qui a déjà repris une portion de son gaz. Quoi qu'il en soit, cette quantité d'intermède n'a pas été suffisante pour décomposer la totalité du sel ammoniac que j'avois employé, puisque, sur la fin de la distillation, il s'en est sublimé une partie non décomposée, quoique cependant tout l'alkali fixe eût servi entièrement; car le résidu examiné ne me parut point alkalin.

Je répétai cette expérience en augmentant la proportion de sel de tartre; je fis un mélange d'une partie & demie de ce sel, sur une partie de sel ammoniac: la décomposition se fit très-bien; je retirai, de cette manière, presque autant d'alkali volatil que j'avois employé de sel ammoniac; cette quantité d'alkali est même un peu plus que suffisante, puisque le résidu verdissoit encore le sirop de violette & faisoit effervescence avec les acides. M. Sage, dans ses expériences sur l'alkali volatil, prescrit la même quantité de sel de tartre pour décomposer le sel ammoniac.

L'alkali minéral bien desséché, employé en même quantité que le sel de tartre, décompose également le sel ammoniac; & quoique l'alkali volatil qu'on extrait par cet intermède soit, quant au fond, semblable à celui obtenu par l'alkali végétal, il en diffère cependant par sa cristallisation; celui-ci cristallise plus facilement : j'ai obtenu des cristaux qui avoient près d'un pouce de longueur; ils étoient en lames hexagones.

La matière restée dans la cornue, peut encore servir à prouver l'existence du principe huileux dans l'alkali volatil par la couleur noire qu'elle présente. J'ai divisé ce résidu en deux parties : sur la première j'ai versé du vinaigre distillé; il y a eu effervescence, & les vapeurs qui se sont dégagées, avoient une légère odeur de foie de soufre; toute la liqueur étoit noire; mais au bout de quelque temps, cette matière noire, comme plus légère, se rassembla à la surface. Je fis dissoudre l'autre portion dans de l'eau distillée; elle forma par le repos deux couches très-distinctes : celle qui étoit à la surface annonçoit, ainsi que je viens de le dire, la

présence d'une substance huileuse; elle paroissoit grasse, & avoit les variétés de couleur de l'iris. Je séparai ce résidu, & après l'avoir bien lavé & desséché, je l'exposai sur les charbons ardens; il perdit aussitôt sa couleur noire, & répandit en brûlant une foible odeur de graisse brûlée. Cette expérience a beaucoup d'analogie avec celle de M. Duhamel; car ce célèbre chimiste rapporte qu'ayant distillé un mélange d'alkali fixe, & d'alkali volatil, il en a obtenu un résidu charbonneux.



OBSERVATION SUR LE MERCURE DOUX

Par M. CORNETTE.

Lû à l'Académie le 12 Déc. 1777.

POUR la préparation du mercure doux, on fait un mélange de quatre parties de sublimé corrosif, sur trois parties de mercure coulant ; on triture ces deux substances dans un mortier de verre ou de porphyre, jusqu'à l'extinction parfaite du mercure. Cette trituration exige beaucoup de temps, & l'Artiste occupé à cette opération, est obligé d'user de beaucoup de précaution pour se garantir de la poudre qui s'élève & qui voltige autour de lui ; même pour peu que la quantité du mélange soit grande, on ne peut éviter les éternumens & les chaleurs à la gorge, qui sont la suite des miasmes que l'on a respiré.

Frappé de tous ces inconvéniens, je crus devoir m'occuper à simplifier cette opération, & chercher à abréger, s'il étoit possible, la trituration si longue du mercure avec le sublimé corrosif. Je pensai qu'en ajoutant à ce dernier du mercure dans un état de division extrême, je pourrois aisément parvenir à mon but.

Je fis pour cet effet un mélange de sublimé corrosif, auquel j'ajoutai une quantité correspondante de précipité de mercure bien lavé, dissous dans l'acide nitreux, & précipité par l'akali fixe ; je mis ce mélange dans un matras que j'exposai à une chaleur assez forte pour le faire sublimer; mais lorsque le sable fut un peu chaud, je fus fort surpris d'apercevoir des vapeurs rutilantes qui s'élevoient du matras, quoique j'eusse préliminairement lavé à plusieurs reprises, dans l'eau distillée bouillante, ce précipité de mercure. Ce composé présente ici quelque rapport avec le turbith minéral, qui, quelque bien lavé qu'il soit, retient toujours une portion d'acide vitriolique qui a servi

à le former. J'augmentai le feu assez fortement pour faire rougir le fond du vaisseau, & je ne tardai pas à m'apercevoir que la chaleur nécessaire pour la sublimation du sublimé corrosif, n'étoit pas suffisante pour celle du précipité de mercure; car ayant cassé le matras, je retrouvai l'un & l'autre bien séparés & formant deux couches très-distinctes; le sublimé corrosif étoit attaché au col du matras, mais le précipité de mercure devenu plus rouge, occupoit le fond & n'avoit formé avec le sublimé corrosif aucune espèce de combinaison.

Quelqu'infructueuse que fût cette première expérience, je crus cependant ne devoir pas abandonner ce travail, persuadé que je pourrois parvenir à mon but, en variant mon procédé. Depuis long-temps, je m'étois aperçu que la couleur du précipité de mercure par l'alkali volatil, étoit différente du précipité de mercure par l'alkali fixe; je présumai dès-lors que cette différence ne pouvoit être attribuée qu'au phlogistique ou matière grasse contenue dans l'akali volatil, & que dans cet état le précipité de mercure devoit être d'une réduction plus facile, & se combiner plus aisément avec le sublimé corrosif que le précipité de mercure ordinaire. Le succès de cette expérience répondit, comme on va le voir, à l'idée que j'avois conçue. Je versai de l'alkali volatil dégagé par l'alkali fixe sur la chaux de mercure qui m'étoit restée; cette chaux, de rouge-foncé qu'elle étoit, prit aussitôt une couleur brune tirant sur le noir; & par cette simple immersion seulement, je reconnus que ce précipité qui avoit résisté auparavant à un si grand feu sans se réduire, devint réductible par la voie humide, puisqu'examiné à la loupe, il laissoit paroître des globules de mercure, & s'amalgamoit avec les métaux, ce qu'il n'avoit pu faire auparavant. Ce fut dans cet état que je l'employai pour opérer la combinaison que j'avois projétée.

Je pris ce même précipité de mercure que j'avois édulcoré à plusieurs reprises dans de l'eau distillée bouillante,

je le mêlai, lorſqu'il fut ſec, avec une proportion convenable de ſublimé corroſif; je procédai à la ſublimation, & j'obtins de cette manière un pain de mercure doux, & dont la combinaiſon étoit ſi intime, que l'eau bouillante n'en put diſſoudre aucune parcelle. On ne peut conteſter, d'après cette expérience, que l'alkali volatil n'ait fourni au précipité de mercure le phlogiſtique qui lui manquoit pour pouvoir opérer cette combinaiſon; le changement de couleur de ce précipité, & la faculté qu'il a acquis de ſe combiner avec le ſublimé corroſif, le prouve d'une manière évidente. On dira peut-être que l'alkali volatil, en s'emparant de l'air vital qui conſtitue cette chaux mercurielle, lui donne ainſi la propriété de ſe réduire par la voie humide. Cette objection pourroit être admiſſible, ſi ce phénomène ne pouvoit s'opérer qu'avec de l'alkali volatil cauſtique; mais comme il a également lieu, & même d'une manière plus marquée avec l'alkali volatil efferveſcent, alors cette objection tombe d'elle-même, & on eſt forcé de reconnoître que, dans ce cas, le précipité mercuriel emprunte de l'alkali volatil une ſubſtance qui facilite ſa réduction. On pourroit peut-être, de cette manière, parvenir à réduire pluſieurs autres chaux métalliques.

On réuſſit également à faire du mercure doux avec la diſſolution de mercure, par l'acide nitreux, précipité par l'alkali volatil, mêlé avec une quantité convenable de ſublimé corroſif *(a)*.

Cette expérience peut auſſi ſervir à faire découvrir le mercure dans les différens corps où il peut ſe trouver engagé. On ſait que cette ſubſtance eſt ſuſceptible de prendre différentes formes, & de ſe maſquer de manière qu'elle

(a) On m'a objecté que le précipité de mercure, par l'alkali volatil, n'étant pas auſſi pur que le mercure crud, on ne pouvoit pas autant compter ſur cette opération que ſur celle faite par la méthode ordinaire. Je répondrai à cela, que comme la préparation du mercure doux, n'eſt qu'une, peu importe que l'on emploie telle ou telle préparation mercurielle, pourvu que l'on parvienne à faire ce composé auſſi ſûr, auſſi parfait, que celui qui réſulte de la trituration du mercure avec le ſublimé corroſif.

cesse d'être apparente, même lorsqu'on la frotte sur des lames d'or ou d'argent : tous les jours les empyriques, fondés sur ce vain raisonnement, cherchent ainsi à abuser de la crédulité du public, en distribuant des remèdes dans la composition desquels ils avancent qu'il n'entre point de mercure, parce qu'on ne peut le rendre sensible; mais ce seroit une erreur de le croire, & on peut reconnoître facilement leur fraude, en se servant de l'alkali volatil, comme pierre de touche: on fait, pour cet effet, évaporer un peu de liqueur, & sur le résidu on verse de l'alkali volatil, qui fait paroître aussitôt le mercure, en le frottant sur une pièce de métal.

Le défaut de succès de la première expérience, faite avec le précipité de mercure ordinaire & le sublimé corrosif, me détermina à répéter un procédé avancé par Lémeri *(b)*, contesté par M. Baumé, & avéré ensuite par M. Monnet; il s'agit d'un sublimé corrosif, dont Lémeri annonce la possibilité, en faisant un mélange de deux parties de sel marin sur une de mercure; il dit avoir obtenu un sublimé presque égal en poids, à la quantité de mercure qu'il avoit employée. M. Baumé conteste cette expérience, & prouve, qu'ayant répété lui-même cette opération, avec la plus scrupuleuse attention, il n'a point eu de sublimé. M. Monnet avouant, à la vérité, que le procédé est difficile, en substitue un autre, avec lequel il prétend avoir réussi parfaitement. Je ne rapporterai point les personnalités qui accompagnent le procédé de M. Monnet, puisqu'elles rejaillissent plutôt sur celui qui les fait, que sur celui auquel on les destine; mais je me contenterai de décrire son procédé, tel qu'il le prescrit *(c)*. » Si la chose est difficile en elle-même, dit M. Monnet, en suivant « strictement la méthode de Lémeri, elle ne le paroîtra « nullement, en suivant celle que je vais donner, sur-tout «

(b) Chimie de Lémeri, édition de Baon. *page 214.*

(c) Traité de la dissolution des Métaux, *page 319.*

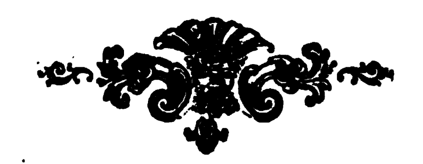
» quand j'en affirmerai le ſuccès: ce qui me paroiſſoit le plus
» difficile pour la réuſſite de cette opération, étoit de rompre
» aſſez l'agrégation du mercure, pour que l'acide marin pût
» s'y joindre, & quitter ſa baſe alkaline, au moyen d'une
» grande chaleur ; voici donc comme je fis. Je pris (c'eſt
» toujours l'auteur qui parle) partie égale de ſel marin
» bien deſſéché, & de précipité de mercure, obtenu de
» l'acide nitreux, par l'alkali fixe; je mêlai bien enſemble
» l'un & l'autre ; je mis ce mélange dans une cornue de
» grès lutée : ayant placé ce vaiſſeau au fourneau de réver-
» bère, je l'échauffai, par degrés, juſqu'à rougir obſcurément
» ſon fond; après le refroidiſſement, je le caſſai, & je trouvai
» dans ſon col un vrai ſublimé de mercure, même aſſez
» abondant. Le réſidu verdiſſoit le ſirop de violettes, preuve
certaine, ajoute-t-il, que le ſel marin s'étoit décompoſé ».

Quelqu'affirmative que me parût l'expérience de M. Monnet, je crus cependant devoir la répéter, d'autant mieux que l'obſervation que j'avois été à portée de faire, quelque temps auparavant, laiſſoit ſur ſon ſuccès une incertitude, qui exigeoit de ma part de nouveaux eſſais.

Je pris pour cet effet une once de précipité de mercure, obtenu de l'acide nitreux, par l'alkali fixe : cette chaux mercurielle avoit été édulcorée pluſieurs fois dans l'eau bouillante; mais malgré toutes ces lotions, je crus devoir l'expoſer à une chaleur aſſez forte pour la dépouiller totalement de l'acide nitreux qu'elle pouvoit contenir, & d'une portion de mercure doux, que ces précipités fourniſſent aſſez ſouvent. D'un autre côté, comme le ſel marin, dont on ſe ſert, eſt preſque toujours mêlé de ſel marin à baſe terreuſe ou de ſel vitriolique, je pris le parti de le préparer moi-même; je me ſervis d'un acide marin, bien pur, qui avoit été rectifié & diſtillé ſur du nouveau ſel marin; je ſaturai cet acide avec la quantité convenable de criſtaux de ſoude, auſſi bien purs, & je me procurai, de cette manière, un ſel marin, tel que je le deſirois. Ce ſel étant bien décrépité, je le mêlai, ainſi que le preſcrit M. Monnet, avec

avec une pareille quantité de mon précipité de mercure; j'introduisis, à l'aide d'un long tuyau de verre, ce mélange dans une cornue de même matière (celle de grès me paroissant peu propre à cet objet); je plaçai cette cornue au fourneau de réverbère, & dont le fond posoit sur un petit têt, pour le garantir du premier contact de la chaleur: je l'échauffai, par degrés, jusqu'à la faire rougir obscurément; la chaux de mercure, à ce degré de chaleur, se revivifia, & passa dans le récipient sous sa forme ordinaire. Ayant déluté les vaisseaux, je n'aperçus aucun sublimé; tout le sel marin étoit resté au fond de la cornue, sans avoir souffert d'altération, & il ne s'étoit combiné avec lui aucune parcelle de mercure.

Il est à présumer, d'après cette expérience, que si M. Monnet a obtenu des résultats différens, c'est que vraisemblablement il aura employé du sel marin ordinaire, & un précipité de mercure, qui contenoit encore de l'acide nitreux: j'avoue, qu'ayant répété cette expérience, avec des substances de cette espèce, j'ai obtenu, à la vérité, un sublimé de mercure; mais il est évident, que ce sublimé ne provient que du défaut de pureté des substances qu'on y a employées; d'où l'on peut conclure, que le sel marin, bien pur, mêlé avec de la chaux de mercure, ne forme aucune espèce de combinaison.



OBSERVATION

Sur un nouveau moyen de se procurer facilement l'espèce de fluide élastique, connu sous le nom de mofette atmosphérique, *& sur la production de ce gaz dans les Animaux.*

Par M. DE FOURCROY.

Lû le 29 Avril 1786.

LES propriétés du fluide élastique, nommé par M. Lavoisier, *mofette atmosphérique*, fixent plus particulièrement l'attention des Chimistes, depuis que M. Cavendish a reconnu qu'il contribuoit à la formation de l'acide nitreux. La découverte de M. Berthollet, sur l'existence de ce gaz dans les matières animales & dans l'alkali volatil, en jetant un grand jour sur la nature de ces matières & sur leurs différences d'avec les substances végétales, doit augmenter encore l'intérêt des Savans pour ce singulier produit aériforme, trop négligé & trop peu distingué par le nom d'*air phlogistiqué*, que lui a donné d'abord M. Priestley.

Aux propriétés négatives de ne point servir à la combustion & à la respiration, de n'altérer ni l'eau de chaux ni la teinture de tournesol, qui étoient autrefois les seules connues de ce fluide élastique, les découvertes modernes permettent d'en ajouter de nouvelles positives qui le caractériseront; telles sont celles de former l'acide nitreux avec l'air vital, & l'alkali volatil avec le gaz inflammable, & sur-tout d'être fixé dans les matières animales. Ces premiers pas dans l'examen de ce gaz, font espérer d'autres découvertes importantes, & engagent à multiplier les expériences sur ses propriétés. Mais c'est jusqu'actuellement celui de tous les fluides élastiques qu'on se procure le plus difficilement, au moins en quantité suffisante pour des essais suivis, & sur-tout dans un état de pureté nécessaire pour l'exactitude des résultats.

La décompoſition de l'air atmoſphérique, par le foie de ſoufre, propoſée par Schéele, pour connoître la proportion d'air pur qui y eſt contenue, eſt très-lente & ſujette à pluſieurs inconvéniens, ainſi que la combuſtion du pyrophore dans des cloches. On peut craindre d'obtenir la mofette mêlée de gaz nitreux, en traitant les matières animales par l'acide du nitre ou de gaz alkalin, en décompoſant la chaux de cuivre unie à l'alkali volatil, comme l'a propoſé M. Berthollet. La décompoſition de cet alkali par l'acide muriatique déphlogiſtiqué, découverte par le même ſavant, ne peut fournir que des petites quantités de mofette, parce que ce procédé eſt très-difficile à pratiquer en grand. Enfin, quoique le réſidu aériforme du mélange de gaz nitreux & d'air atmoſphérique, m'ait paru propre à remplir mes vues, un aſſez grand nombre d'eſſais m'a convaincu que cette expérience exige des tâtonnemens qui la rendent preſque impraticable.

Ces ſix manières différentes d'obtenir la mofette, les ſeules connues & employées juſqu'ici, n'étoient donc point entièrement exemptes d'inconvénient; & je déſeſpérois de trouver un moyen plus ſûr & moins long, de me procurer ce fluide élaſtique; lorſqu'une expérience faite dans d'autres vûes, m'en offrit un qui a l'avantage de donner la mofette très-pure, & d'éclairer ſur un des principaux phénomènes de l'économie animale.

Tout le monde connoît cette veſſie membraneuſe, ſimple ou double, que l'on trouve entre l'eſtomac & les vertèbres de beaucoup de poiſſons, & que les anatomiſtes ont appelé veſſie *aérienne* ou *natatoire*, parce qu'elle leur a paru propre à contribuer au mouvement des poiſſons dans l'eau, & à favoriſer leur aſcenſion dans ce liquide. Il paroît en effet que cette véſicule fait, pour le nager des poiſſons, ce que l'air chaud paſſant des poumons des oiſeaux dans une grande partie de leurs os, d'après la découverte de M. Camper, fait pour le vol de ces animaux; elle contribue à élever les poiſſons dans l'eau

avec encore plus d'avantage, en raiſon de la peſanteur relative des deux fluides, que l'air échauffé ne peut le faire dans les oiſeaux. Cette opinion ſur l'uſage de la veſſie natatoire, eſt d'autant plus probable, que tous les poiſſons qui vivent au fond de l'eau en ſont privés, & que ceux chez qui on la perce ne peuvent plus s'élever. Mais il étoit difficile de ſavoir d'où venoit le fluide élaſtique renfermé dans cette veſſie, & les naturaliſtes deſiroient, depuis les découvertes ſur l'air, qu'on examinât celui qui diſtend cet organe: je me procurai une grande quantité de ces veſſies de carpes, avec plus de facilité que je ne l'eſpérois d'abord; je crevai cent de ces veſſies, ſous des cloches pleines de mercure ou d'eau, & je recueillis un volume de fluide élaſtique preſque égal à celui de deux pintes d'eau.

Ce fluide élaſtique ne fut point abſorbé par l'eau, pendant plus de huit jours; il éteignoit les bougies; il tuoit les animaux; il n'altéroit ni la teinture de tourneſol ni celle des violettes; il ne précipitoit point l'eau de chaux, ni aucune diſſolution métallique: il n'avoit point d'odeur après avoir traverſé l'eau; il en conſervoit une de poiſſon après avoir traverſé le mercure: les alkalis cauſtiques ne l'abſorboient point; il ne perdoit ſa forme élaſtique par le contact d'aucun gaz; en un mot, c'étoit de la mofette atmoſphérique très-pure, & ſans aucun mélange d'autres fluides élaſtiques. Je n'ai point eu d'occaſions d'examiner d'autres veſſies natatoires, que celle des carpes, parce qu'il n'y a que celles-là que l'on trouve, en certaine quantité, dans les marchés de Paris; mais il y a tout lieu de croire que toutes contiennent le même gaz, dont l'origine eſt auſſi la même dans les divers genres de poiſſons qui en ſont pourvus.

Les anatomiſtes ſavent que la veſſie natatoire communique avec l'eſtomac des poiſſons, par un canal moyen entre ces organes. Needham penſoit que l'air de cette veſſie ſe ſéparoit du ſang, & paſſoit dans l'eſtomac, pour y accélérer la digeſtion. M. Vicq-d'Azyr, dans ſon ſecond Mémoire ſur l'anatomie des Poiſſons, croit au contraire, que

ce fluide élaſtique eſt produit par la fermentation des alimens, & paſſe de l'eſtomac dans la veſſie aérienne. Cette opinion, beaucoup plus vraiſemblable que celle de Needham, eſt bien d'accord avec les découvertes modernes. Tous les poiſſons ſe nourriſſent de ſubſtances animales, très-diſpoſées à la putréfaction; cette altération ſeptique ne peut ſe faire ſans dégagement de mofette; ce fluide élaſtique paſſe de l'eſtomac où il ſe dégage, dans la veſſie qu'il dilate: comme il eſt produit ſans interruption, il paroît que les vaiſſeaux inhalans, qui s'ouvrent dans la veſſie natatoire, l'abſorbent peu-à-peu, ainſi que le font les vaiſſeaux chyleux ou lymphatiques, dans toutes les autres claſſes d'animaux carnivores; il ſemble même que lorſque la veſſie aérienne trop dilatée ne peut plus admettre ce fluide élaſtique, le poiſſon en rejette, par la bouche, une partie qui ſort en bulles à la ſurface de l'eau.

Cette théorie jette un nouveau jour ſur les phénomènes de la digeſtion des animaux carnivores, comparée à celle des animaux qui ſe nourriſſent de matières végétales; elle éclaire également ſur la cauſe de la différence de tiſſu, de couleur, de ſaveur, & d'altérabilité, qui exiſte entre la chair de l'une & l'autre de ces claſſes d'animaux, conſidérées par rapport à leur genre de nourriture. Mais je ne dois point m'occuper ici de cet objet, que je réſerve pour un travail particulier, & je n'inſiſterai que ſur l'avantage que ce procédé préſente aux chimiſtes, pour ſe procurer de la mofette. Le volume aſſez petit des veſſies de carpes, que l'on vend au cent dans les marchés de poiſſons, ne doit point faire craindre qu'on ne puiſſe pas en obtenir une quantité ſuffiſante pour les expériences: le bon marché de ces veſſies, dans certains temps de l'année, ne fera revenir la mofette pure qu'à cinq ou ſix ſous la pinte; d'ailleurs, on peut faire des proviſions de ce fluide élaſtique dans des flacons, & le conſerver, ſans altération, pendant pluſieurs mois, ſans craindre que l'eau en change la nature, en raiſon de la pureté de la mofette contenue dans les veſſies de poiſſons.

QUATRIÈME MÉMOIRE,

Pour servir à l'Histoire anatomique des Tendons.

Par M. DE FOURCROY.

ARTICLE IV.

Des capsules muqueuses, propres aux Tendons, qui s'insèrent autour ou dans le voisinage de l'articulation du fémur avec l'os innominé.

IL n'y a point d'articulation qui présente des capsules muqueuses, plus marquées dans son voisinage, que celle de l'os de la cuisse avec la cavité cotyloïde: la multiplicité, la force, l'étendue, & les fonctions importantes des muscles qui entourent cette articulation, en font connoître la cause. Cependant, parmi ces nombreuses membranes capsulaires, il n'y en a que quelques-unes qui aient une existence constante, & qui méritent d'être soigneusement décrites. Duverney & Winslow, ont aperçu plusieurs de ces capsules: Albinus en a remarqué cinq; l'une d'elle lui a servi de modèle & de terme de comparaison pour toutes les autres *(a)*: Jancke en a décrit treize *(b)*: M. Sabatier a fait mention de celles qui sont les plus remarquables. J'en ai plusieurs fois trouvé plus de quinze bien marquées, à l'extrémité des muscles qui s'insèrent à la tubérosité sciatique & aux deux trochanters; mais plusieurs de ces capsules étant sujettes à beaucoup de variétés, je décrirai d'abord celles qui m'ont paru être les plus constantes, & je ferai une mention générale de celles qui ne méritent point autant d'attention, en raison

(a) *Hist. musc.* lib. III, pag. 319, 520, 522, 524 & 527.

(b) *Loco citato*, pag. 14, 15 & 16.

de leur petitesse & des anomalies qu'elles présentent, soit dans leur forme, soit dans leur situation.

§. I.

Lorsqu'on a détaché les fibres du grand fessier de la crête iliaque, du sacrum & du coccix auxquels elles adhèrent, & qu'on l'enlève du moyen fessier & des autres muscles sur lesquels il est placé, pour le suivre jusqu'à son insertion au fémur, on observe qu'il est attaché aux fibres de ces muscles, par un tissu cellulaire fort lâche, mais qu'il a une connexion plus forte & plus remarquable, avec la partie inférieure du tendon du moyen fessier & la face externe de la base du grand trochanter, par une capsule membraneuse, située dans cette région. Si on coupe, par précaution, cette capsule, pour arriver immédiatement au point de l'insertion du tendon du grand fessier, on observe bientôt une facette membraneuse lisse, polie & muqueuse, sur laquelle glisse ce tendon, sans adhérence; mais si l'on est prévenu de son existence, & si on dissèque avec l'attention nécessaire pour la trouver, on remarque vers le bas du tendon du moyen fessier, un repli membraneux, long de plus d'un pouce, & qui est fort différent du tissu cellaire, proprement dit : ce repli est le bord supérieur de la capsule que nous allons décrire.

Cette capsule est située à la face externe du grand trochanter, au-dessous de l'insertion du tendon du moyen fessier, dont elle recouvre une petite partie, & à la face interne du tendon du grand fessier; elle est placée un peu obliquement de haut en bas, & de dehors en dedans; sa forme est ovale & alongée; son extrémité externe est plus élevée, & s'avance jusqu'à la partie supérieure du vaste externe, auquel elle adhère un peu; son extrémité interne & postérieure est entièrement recouverte par le tendon du grand fessier : elle s'étend de haut en bas, depuis la face externe de l'attache tendineuse du moyen fessier, jusqu'à un demi-pouce environ de l'insertion du tendon du grand

fessier. C'est une des plus grandes capsules muqueuses de tout le corps humain; elle offre une bourse membraneuse, aplatie & comprimée: on peut, par une dissection exacte, l'enlever tout-à-fait, sans la percer, alors, elle représente un sac fermé de tous côtés, qui prend une forme irrégulièrement ovoïde, par l'insufflation; sa paroi interne ou postérieure adhère fortement au tissu cellulaire & comme ligamenteux, qui revêt la surface du grand trochanter; sa paroi externe & antérieure est attachée à la face interne du tendon du grand fessier. Lorsqu'on l'ouvre, on trouve sa cavité lisse, polie, & enduite d'une humeur synoviale assez abondante; on n'y rencontre aucune glande ni aucune ouverture.

Cette capsule est destinée à fixer le tendon du grand fessier, & à favoriser ses mouvemens sur la base du grand trochanter. Winslow ne l'a point connue *(c)*. Albinus est l'anatomiste qui l'a le premier & le mieux décrite, & qui en a bien désigné la situation *(d)*. Jancke l'a indiquée sans description; il ne paroît même pas en avoir connu toute l'étendue aussi-bien qu'Albinus, puisqu'il la place entre les tendons du grand fessier & du vaste externe, tandis qu'il n'y a qu'une de ses extrémités qui occupe cette région *(e)*. M. Sabatier en a fait mention dans sa description des muscles, & il en a donné une idée très-convenable, en disant que le tendon du grand fessier passe par-dessus le grand trochanter, auquel il est lié par une large capsule membraneuse *(f)*.

(c) Voyez sa description du grand fessier.

(d) *Histor. musculor.* lib. III, cap. CLXXXIII, pag. 520. *Integit autem (tendo glutei magni) trochanterem majorem ad cujus dorsum suo se tendine flectit: qui ut faciliùs ad trochanterem illum ire & redire possit, interjecta bursa tenuis, magna, parvâ parte sui strictè adnexa trochanteris dorso, statim infra finem glutei medii; reliquo autem trochanteris, & glutei magni tendini, laxè.*

(e) *Loco. cit.* pag. 15, litter. a. *Inter tendines glutei magni, & vasti interni, proximè infra trochanterem majorem.*

(f) Traité d'Anatomie, *tome I, page 339.*

En

§. II.

En détachant le moyen fessier comme on a fait le grand fessier, on trouve entre son tendon & celui du petit fessier & du pyramidal, une large capsule qui les assujétit & qui a des usages semblables à ceux de la première. Cette capsule indiquée par Albinus *(g)* & par M. Sabatier *(h)*, totalement oubliée par Jancke *(i)*, quoiqu'elle se rencontre aussi constamment que la précédente, est très-belle & très-marquée; elle est située vers le sommet du grand trochanter, sous le tendon du moyen fessier qui la comprime; elle adhère à une facette osseuse, revêtue de quelques couches de cartilage, & aux tendons du petit fessier & du pyramidal dont elle recouvre le bord inférieur : son étendue est de près d'un pouce, sa forme ovale & alongée, semblable à celle du grand fessier; l'une de ses parois est collée à la surface du trochanter, l'autre est intimement liée à la face interne du tendon du moyen fessier; son bord ou repli supérieur adhère au bas des tendons du petit fessier & du pyramidal; son bord inférieur est plongé profondément sous le tendon & près de l'insertion du moyen fessier; sa cavité est lisse, polie & humectée d'humeur synoviale; on n'y trouve aucune trace de glande ni de graisse articulaire; elle est très-exactement fermée de tous côtés. On peut, par une dissection délicate, la séparer de toutes ses adhérences, & l'enlever sans la percer; en l'examinant ainsi, on reconnoît que sa paroi postérieure est plus mince que sa paroi antérieure.

Son usage est de faciliter le glissement du tendon du moyen fessier sur la surface osseuse, dans la rotation du fémur en dehors que ce muscle opère; elle paroît être aussi susceptible de favoriser l'action isolée de ce muscle, de manière qu'il puisse se contracter sans entraîner les tendons

---

(g) *Hist. musc.* lib. III, cap. CLXXXIV, pag. 522.
(h) Traité d'Anatomie, *tome I, page 340.*
(i) *Vide loco cit.* pag. 14, 15 & 16.

voisins dans ses mouvemens : la capsule du grand fessier contribue également à lui donner cet usage.

Lorsqu'on a détruit cette capsule & détaché le tendon du moyen fessier jusqu'au point de son insertion, on aperçoit en entier les tendons réunis du petit fessier & du pyramidal. On remarque qu'ils forment sur le grand trochanter un contour que les anatomistes n'ont peut-être pas décrit avec assez d'exactitude ; ils présentent trois plis dont le supérieur & antérieur est arrondi, & appartient au petit fessier ; le moyen est large, aplati & naît du même muscle ; l'inférieur & postérieur, arrondi comme le premier, est produit par le pyramidal, mais continu avec le second, de manière que ces deux muscles semblent être un digastrique ; la portion moyenne & aplatie de ces tendons, est plus renfoncée que l'antérieure & la postérieure ; elle se contourne en-dedans jusqu'à la cavité du grand trochanter.

§. III.

Si l'on dissèque le petit fessier, en détachant les fibres de l'os des isles, & en l'enlevant de haut en bas, jusqu'à son insertion, on trouve une troisième capsule muqueuse sous son tendon & près de son attache au grand trochanter. Cette capsule est située sous la partie antérieure & supérieure de ce tendon, immédiatement au-dessous de l'articulation à laquelle le petit fessier est adhérent, & adhère d'une part au tendon, & de l'autre à la surface osseuse ; elle est plus petite que les deux précédentes : on la trouve toujours facilement vers la pointe du grand trochanter ; elle est contiguë avec la partie la plus haute du tendon supérieur du vaste externe ; sa forme est irrégulièrement arrondie ; elle est liée par un tissu cellulaire très-serré à l'os qu'elle recouvre, & celui qui l'attache au tendon du petit fessier est plus lâche ; sa cavité est lisse, polie & synoviale ; elle facilite, comme les précédentes, le mouvement du tendon sur l'os. Albinus est le premier anatomiste qui en ait parlé dans sa

description du petit fessier (k). Jancke l'a indiquée sans description, & il a annoncé qu'il y en avoit souvent plusieurs dans cet endroit (l). Winslow & M. Sabatier n'en ont fait aucune mention (m).

§. IV.

La dernière & la plus profonde des capsules muqueuses que l'on rencontre dans la région du grand trochanter, est celle qui accompagne le tendon de l'obturateur interne près de son insertion; elle est située dans la fosse de cette éminence, entre le tendon désigné & la surface osseuse; son étendue est très-petite; sa forme est irrégulièrement arrondie : on trouve dans sa cavité fermée de tous côtés, une humeur synoviale qui la lubréfie. Jancke est le seul anatomiste qui ait indiqué l'existence de cette capsule; il en annonce dans le même article une pareille qui accompagne l'insertion du tendon de l'obturateur externe (n). J'ai trouvé quelquefois celle-ci qui ressemble entièrement à la précédente, & qui n'en diffère que parce qu'elle n'est pas constante. Toutes les deux paroissent avoir pour usage de faciliter le mouvement des deux tendons sur une petite portion de la partie interne du grand trochanter, qui a lieu dans la rotation de dedans en dehors, exécutée par ces deux muscles sur le fémur.

§. V.

Une des capsules muqueuses les plus marquées & les plus belles qui se rencontrent dans le voisinage de l'arti-

---

(k) *Hist. musc.* lib. III, cap. CLXXXV, pag. 524. *Ad finem descriptionis glutei minoris.*

(l) *Loco citato*, pag. 15, litter. a. *Inter tendines glutei minimi, vasti externi, & trochanterem; sed modo una, modo plures, omnes que ab anteriore parte.*

(m) Voyez leurs descriptions du petit fessier & du pyramidal, ou pyriforme.

(n) *Loco cit.* pag. 15, littera f. *Ad extremos tendines & obturatoris externi & interni, & quidem aliquot plerumque.*

culation de la cuiſſe, eſt celle qui lie le tendon de l'obturateur interne ſur la poulie oſſeuſe, ſituée entre l'épine & la tubéroſité ſciatique, & avec les jumeaux.

Tous les anatomiſtes qui ont fait quelqu'attention à ces parties acceſſoires des tendons, ont obſervé cette capſule, & en ont fait une mention plus ou moins expreſſe dans leur ouvrage. Winſlow *(o)* & Duverney *(p)* l'ont regardée comme une gaine membraneuſe: Albinus l'a déſignée ſous le nom de *bourſe*, & en a reconnu très-exactement la ſituation *(q)*.

Jancke n'a pas donné de détails très-exacts ſur cette capſule, quoique ce ſoit une de celles dont il paroît s'être occupé avec le plus de ſoin; il remarque qu'elle ſe diviſe en trois ou quatre pour accompagner chaque portion des tendons de l'obturateur interne *(r)*. M. Sabatier l'a auſſi indiquée dans ſa deſcription de ce muſcle *(ſ)*.

On trouve conſtamment cette capſule muqueuſe dans le lieu où le tendon de l'obturateur ſortant de l'intérieur du baſſin, eſt placé en-dehors, ſur la poulie cartilagineuſe creuſée entre l'épine & la tubéroſité ſciatiques; elle commence vers le bord échancré de cette poulie, & ſe prolonge juſqu'à un pouce en-dehors & vers la capſule articulaire de la cuiſſe; elle eſt attachée en haut à l'épine, &

(o) *Expoſ. anatom. Traité des muſcles*, §. *411*. Le gros tendon gliſſe librement dans une eſpèce de gaine membraneuſe, &c.

(p) *L'art de diſſéquer méthodiquement les muſcles du corps humain.* Paris, 1749, *page 195*. Le tendon eſt enfermé dans une gaine, &c.

(q) *Hiſt. muſculor.* lib. III, cap. CLXXXVII, pag. 527. *Atque inter geminos caudam que obturatoris burſa parva, adherens utriſque, interque geminos capſæ articuli coxæ.*

(r) *Loco citato*, pag. 14, lit. a. *Inter muſculum obturatorem & illam iſchii partem quæ inter ejuſdem ſpinam poſteriorem & media eſt, ſuper quam que illius muſculi tendines, quorum plerumque tres vel quatuor ab initio ſunt, tranſeunt. Atque hos omnes tendines capſa hæc ab alterâ parte in ſe recondit, quæ, cum ipſi in unum tendinem abeant, in tres vel quatuor, adpendices dividitur, quarum media medium tendinem ſere ad trochanterem uſque comitatur.*

(ſ) Traité d'Anat. tome 1, *page 344*. Il ſe contourne ſur l'iſchion, & tient à la facette cartilagineuſe qui s'y rencontre, par une large capſule membraneuſe.

en bas à la tubérosité, à la manière d'un ligament annulaire lâche : sa paroi externe est assez épaisse, & fortifiée par du tissu cellulaire membraneux ; sa paroi interne & qui se glisse sous le tendon, est très-mince & transparente; elle adhère foiblement à la surface cartilagineuse qu'elle recouvre ; elle renferme le tendon dans sa cavité : on y trouve deux extrémités d'une forme différente; la postérieure fixée entre les deux éminences du bassin est large & dilatée; l'antérieure prolongée entre les jumeaux, & liant le tendon de l'obturateur interne à ces muscles est rétrécie, & va se terminer avant la cavité du trochanter, en s'attachant en arrière à la face externe du bas de la capsule articulaire du fémur, comme l'a dit Albinus. D'après cette description, on voit que cette capsule muqueuse a beaucoup d'étendue, & qu'elle est d'une forme assez irrégulière : en l'ouvrant, vers son extrémité postérieure, on reconnoît plus facilement cette étendue, sur-tout si l'on y plonge un stylet ; du côté de l'articulation, on lui trouve près de deux pouces de longueur. On peut aussi la souffler avec un tube, introduit par une petite ouverture du côté de l'ischion : sa cavité est lisse, polie, & lubréfiée d'une quantité remarquable de synovie, quoiqu'on n'y rencontre aucune trace de glandes ni de graisse synoviales ; il paroît que cette liqueur peut transsuder à travers sa paroi postérieure, & que c'est à cette transsudation qu'est dû le poli qu'on remarque sur la surface cartilagineuse de l'os du bassin, & qui ressemble à celui d'un cartilage articulaire.

Les usages de cette capsule muqueuse, sont de favoriser le glissement du tendon de l'obturateur sur la poulie de l'ischion, & sur-tout, de rendre les mouvemens de ce muscle indépendans de celui des jumeaux; car il suffit d'en examiner, avec attention, la structure, pour reconnoître, d'après sa situation & son étendue, que le tendon de l'obturateur peut se mouvoir sans entraîner ceux des jumeaux, & réciproquement. Cet usage me paroît être un des principaux des capsules muqueuses des tendons, quoique

les anatomistes qui ont connu ces capsules n'en aient point fait mention.

§. VI.

Les deux dernières capsules que l'on rencontre constamment vers la partie postérieure du haut de la cuisse, sont celles qui attachent les extrémités tendineuses de la longue portion du biceps crural, ou du demi-nerveux, & du demi-membraneux. Ces deux capsules, situées l'une à côté de l'autre, sont très-petites; on les trouve immédiatement au-dessous de l'insertion de ces tendons à la tubérosité sciatique; elles sont aplaties & comprimées entre les tendons; leur forme est irrégulièrement ovale; quand on les ouvre, on y aperçoit une cavité lisse & polie; elles adhèrent fortement aux surfaces tendineuses; cependant, on peut, par une dissection soignée, les enlever de dessus les tendons, sans percer leurs cavités. Elles servent à lier les tendons du demi-nerveux & du demi-membraneux avec celui du biceps, en devant & en arrière de ce dernier, & à faciliter le glissement & le mouvement isolé de chacun de ces trois tendons sur une petite partie de leur surface. Jancke est le seul anatomiste qui en ait parlé *(t)*, quoiqu'elles se rencontrent constamment; mais leur petitesse & leur compression entre les trois tendons auxquels elles appartiennent, a sans doute empêché qu'on n'en reconnût l'existence.

§. VII.

Au-devant de l'articulation de la cuisse, dans la cavité cotyloïde, je n'ai trouvé qu'une capsule muqueuse, assez constante & assez marquée, pour qu'elle méritât une description particulière; c'est celle qui attache le tendon combiné de l'iliaque & du psoas, au bord de l'échancrure ilio-pectinée, sur laquelle ce tendon descend vers la cuisse. Cette capsule a été annoncée par tous les anatomistes qui

(t) *Loco citato*, pag. 16, lett. K, L.

ont fait quelqu'attention à ces parties. Duverney en a parlé dans son Traité sur la dissection des muscles *(u)*: Winslow l'a décrite sous le nom de *capsule ligamenteuse*, fort lisse, & polie *(x)*. C'est la première qu'Albinus a décrite, & il l'a fait avec tant d'exactitude & de précision, qu'il n'y a que très-peu de chose à ajouter à sa description *(y)*. Jancke l'a indiquée sans en donner une description, & ce qu'il en dit *(z)*, est bien au-dessous des détails consignés dans l'ouvrage d'Albinus, comme on peut s'en convaincre, en comparant les deux passages de ces anatomistes, que je rapporte dans les notes. M. Sabatier en a fait une mention expresse dans sa description du muscle iliaque *(a)*.

Pour trouver cette capsule muqueuse, dont l'examen suffit pour donner une idée très-exacte de toutes celles qui ont la forme de bourse ou de vésicules comprimées, comme l'a très-bien senti Albinus qui, en parlant des bourses qui existent entre d'autres muscles, a plusieurs fois renvoyé à la description de celle-ci ; il faut couper en travers la chair & le tendon de l'iliaque & du psoas, un peu au-

---

(u) L'art de disséquer, &c. Paris, 1749, *page 191*.

(x) Exp. anat. Tr. des muscles, §. 373, in-4.° *page 212*, 2.e col.

(y) *Hist. musculor. hom.* lib. III, cap. LXXXVI, pag. 319. *Hic se primum nobis offert singulare naturæ artificium, in aliis quoque musculis, ut in singulis memorabitur, observatum. Ubi illiacus cum psoa magno se demittit ab ischio ad femur, ibi bursam, vel vesicam quamdam fabricata est nullibi neque interruptam neque patentem; à posteriore parte adhærentem sinui ischii, per quem modo dicti musculi delabuntur, infra que eum priori parti capsæ, quæ continet articulum coxæ; à priore tum tendini communi eorumdem musculorum, tum vicinæ carni; inter ea sic complicatam, pressamque, ut pars ejus prior posteriorem ex toto contingat; magnam, tenuem, laxam, obsequiosam, intus humore quodam lubricante super inunctam. Quo fit ut musculi illi ad sinum ischii, capsamque, faciliùs ac promptiùs moveantur.*

(z) *Loco citato*, pag. 15, litt. b. *Inter tendines psoæ & iliaci interni, atque illam ossis innominati partem quam incisuram ileo puberalem adpellare velim, ut pote super quam illi tendines ad trochanterem descendunt.*

(a) Traité d'Anat. *tome I, page 352*. Une large capsule, commune à ces deux tendons, les unit à la face antérieure de l'éminence que l'on vient de nommer.

dessus de leur sortie du bassin, & les enlever de la surface osseuse à laquelle ils adhèrent par un tissu cellulaire assez lâche, en le détruisant très-doucement: lorsqu'on est parvenu au-dessous de l'échancrure ilio-pectinée, on rencontre le bord supérieur de la capsule muqueuse qui forme un repli plus dense & plus marqué que les lames du tissu cellulaire qu'on a trouvé au-dessus; alors on doit les disséquer en-devant & en-arrière, en observer la forme, l'étendue, l'adhérence à l'os & aux muscles, & enfin la cavité intérieure; après l'avoir ouverte, cet examen y fait découvrir la structure suivante. Cette capsule a la forme d'une bourse ou vésicule aplatie par le muscle sous lequel elle est située; elle est irrégulièrement arrondie; sa paroi antérieure est consistante & fortement liée à la substance tendineuse & musculaire qui la recouvre; sa paroi postérieure est mince: elle adhère en partie au bas de l'échancrure osseuse, & en partie à l'extrémité supérieure de la capsule articulaire. Ces deux parois qui se touchent par la compression que le muscle y exerce, forment par leur contour un pli en haut & en bas, qui permet à l'antérieure de glisser sur la postérieure. Lorsqu'on coupe la paroi antérieure vers le bord supérieur, on observe une cavité arrondie qui n'a aucune communication avec les parties voisines; je n'ai pas pu y reconnoître cette communication avec l'articulation de la cuisse que Jancke dit avoir vu dans deux sujets *(b)*. Cette cavité borgne, comme l'a annoncé Albinus *(c)*, est lubréfiée par l'humeur synoviale qui y est fort abondante, de manière que ses deux parois pouvant glisser très-facilement l'une sur l'autre, toute la capsule obéit au mouvement du tendon de l'iliaque; aussi l'usage auquel elle paroît destinée par la Nature, est de faciliter le mouvement des tendons, de l'iliaque & du psoas, tant sur la surface osseuse, que sur la

(b) *Loco citato*, page 8.

(c) Voyez la Description rapportée plus haut.

capsule

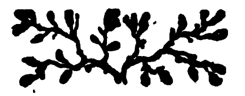
capſule articulaire de la cuiſſe : je l'ai vue quelquefois ſe prolonger par une eſpèce de pointe obtuſe, juſqu'au bord de la partie interne de cette capſule, près de l'inſertion du tendon combiné au petit trochanter. Les mouvemens multipliés qu'elle exécute, font ſans doute ſuinter de ſa paroi poſtérieure un peu d'humeur ſynoviale, qui contribue à la formation de la couche cartilagineuſe que l'on trouve ſur l'échancrure ilio-pectinée, & qui a été décrite par Winſlow *(d)*.

§. VIII.

Outre ces différentes capſules muqueuſes que j'ai trouvées dans mes diſſections, & que je regarde comme très-conſtantes, on en rencontre ſouvent pluſieurs autres ; mais elles ſont ſujettes à de grandes variétés, ſoit relativement au lieu qu'elles occupent, ſoit par rapport à leur forme, ſoit enfin par leur exiſtence même. Telles ſont celles qui ſont ſituées en arrière, entre le grand nerf ſciatique, les jumeaux & le grand feſſier, ſous la partie ſupérieure de ce dernier, ſous le tendon du muſcle carré, entre les tendons du demi-nerveux & du demi-membraneux ; en devant, entre le couturier & le droit interne, entre les différentes portions ſupérieures des trois adducteurs & les muſcles voiſins, à l'inſertion du tendon de l'iliaque interne, entre le pectiné & le vaſte interne. Jancke a indiqué la plupart de ces capſules, mais il n'a pas fait une mention aſſez expreſſe de leur inconſtance & de leur variété *(e)*.

(d) A l'endroit cité ci-deſſus.

(e) *Loco citato*, pag. 15 & 16, litter. c, g, h, i, m, n.



NOUVELLES OBSERVATIONS

Sur la construction des Lunettes diplantidiennes, ou à double image.

Par M. JEAURAT.

15 Nov. 1786.

DANS les Mémoires de l'Académie, *année 1778, pages 39 & 40*, on voit que dès le 27 Juin de cette année, je songeois à procurer aux Astronomes, une lunette à double image, avec laquelle ils pussent observer directement l'instant même du passage du centre des astres par le méridien, sans être privé du moyen de déduire ce passage par l'observation du contact des deux bords au fil de la lunette. Dans le volume suivant, *année 1779, page 23*, on voit que j'achevai le développement de mon idée, que j'approfondis la théorie de la construction de la lunette, que je donnai la solution générale du problème, & que j'indiquai les constructions qu'il convenoit d'éviter pour ne pas augmenter en pure perte la longueur totale de la lunette. Le 4 Mai 1780, le comité de l'Académie arrêta que la Compagnie feroit construire en grand, à ses frais, ma lunette displantidienne, vu la réussite de l'essai qu'en avoit fait en petit l'habile opticien M. Navarre.

Le savant abbé Boscowich, que l'on vient de perdre, n'avoit pas encore quitté la France, pour retourner en Italie, qu'il avoit déjà été instruit de mon travail, par un entretien que j'avois eu avec lui sur cette matière; cependant il a depuis publié à Venise, dans le second volume de ses œuvres, *page 360*, une solution de mon problême des lunettes à double image. Il n'y pensoit plus, dit-il; & il ajoute que mon invention de lunettes à double image n'est parvenue à sa connoissance que par une annonce du Journal de physique; & que si un opticien, qu'il ne nomme pas, ne lui eût demandé la construction de ma nouvelle lunette, il

ne se seroit aucunement occupé de mon invention, & conclud que cette invention ne peut être d'aucune utilité.

Je dois tâcher de justifier l'approbation dont l'Académie a honoré mon travail ; & en le rapprochant de celui de M. Boscowich, sur le même objet, on va voir que je suis fondé à conclure que sa solution n'est que celle d'un cas particulier de la mienne, & que ce cas même n'est pas aussi heureux qu'il seroit à desirer pour le succès de ces sortes de lunettes.

Selon notre savant auteur, la lunette à double image, desirée, n'est pas une lunette simple ; mais, comme je l'ai effectivement pensé avant lui, elle doit comprendre deux lunettes particulières placées l'une dans l'autre ; celle du dedans est composée de deux objectifs a, c, qui produisent en D, une image droite ; & celle du dehors est composée d'un seul objectif percé A, qui produit au même point D, une image renversée, de la même grandeur que l'autre & d'un sens opposé à celle-ci. Fig. 1, 2 & 3.

La lunette en question est donc composée, en totalité, de trois objectifs A, a, c.

Soient donc $\begin{cases} F\text{, le foyer des rayons parallèles de l'objectif } A, \\ f\text{, le foyer des rayons parallèles de l'objectif } a, \\ \varphi\text{, le foyer des rayons parallèles de l'objectif } c. \end{cases}$

Alors les foyers F, f, φ, devant être les données du problème, & les distances respectives Da, Dc, DA, Ca, CA, devant être les cherchées (*Mém. de l'Académie, année 1779, page 31*), certainement la solution desirée sera celle que voici :

Figures 1, 2 & 3. . . . . . . $\begin{cases} Da = f + \frac{\varphi}{Ff}(F+f)^2 \\ Dc = \frac{\varphi}{f}(F+f) \\ DA = F \\ Ca = \frac{\varphi f}{F} + f + \varphi. \end{cases}$

Figures 1 & 2.............$CA = F - \varphi - \frac{\varphi F}{f}$
Figure 3.me..............$CA = -F + \varphi + \frac{\varphi}{f}$ }.

Cette ſolution qui eſt la mienne, a toute la généralité deſirable, & on en déduit facilement celle de M. l'abbé Boſcowich.

Car ſi l'on ſe preſcrit, comme lui, la condition $CA = Ca = 2\varphi$
généralement on a, ſelon moi, ...$Ca = \frac{\varphi f}{F} + f + \varphi$ }.

Alors la ſolution de notre auteur eſt celle de ce cas-ci.................. $2\varphi = \frac{f\varphi}{F} + f + \varphi$;

Ainſi la ſolution de notre auteur, au lieu d'être une ſolution générale, eſt ſeulement celle dans laquelle..................

$$\left\{\begin{aligned} F\varphi &= \varphi f + Ff, \\ f &= \frac{F\varphi}{\varphi + F}, \\ \varphi &= \frac{Ff}{F - f}, \\ F &= \frac{\varphi f}{\varphi - f}. \end{aligned}\right.$$

Ce ſavant, eſtimable à tous égards, n'a donc réellement réſolu qu'un cas particulier du problème, & ce n'eſt qu'à cauſe de la condition qu'il s'eſt preſcrite, qu'il a raiſon de dire que les trois foyers F, f, φ, ſont tellement liés enſemble, que ſi l'on choiſit à volonté deux des foyers, le troiſième foyer eſt néceſſairement aſſujetti aux meſures des deux autres combinés enſemble de la manière indiquée ci-deſſus.

J'ajoute que notre auteur auroit dû dire que ſa ſolution $f = \frac{F\varphi}{\varphi + F}$, pour les lunettes à double image, n'eſt pas une ſolution générale; qu'il n'eſt pas indiſpenſablement néceſſaire d'aſſujettir comme lui la longueur du foyer de l'un des objectifs à celles des deux autres; & qu'il ne faut pas

toujours que la lunette du dedans ait une longueur *Da*, plus grande que celle du dehors, dont la longueur eſt *DA*. Je crois au contraire devoir aſſurer de nouveau que la réuſſite du premier eſſai de M. Navarre eſt dûe à ce que, comme moi, il a préſumé que le cas dont on devoit le moins s'écarter dans la pratique, étoit celui où les deux lunettes particulières ont (*Fig. 2*) une même longueur, & où par conſéquent l'objectif *a* eſt placé dans le vide même de l'objectif percé *A*.

Ce cas, que je crois être le plus favorable,

eſt celui où . . . . $\varphi = \frac{Ff(F-f)}{(F+f)^2}$,

& non pas celui dans lequel . . . . $\varphi = \frac{Ff}{F-f}$.

Au reſte, ſi je contredis ici l'opinion d'un homme dont la perte eſt ſi juſtement regrettée des ſavans, c'eſt qu'en défendant la mienne, je défends en même temps le témoignage de l'Académie dont la gloire lui étoit auſſi chère qu'à moi. J'aime à penſer même que s'il avoit pu vivre aſſez, il auroit vu avec plaiſir l'exécution de ma lunette diplantidienne, ordonnée par l'Académie, pourvu toutefois que je ſois aſſez heureux que de la pouvoir faire conſtruire d'un foyer au moins de 6 pieds; ce qui en a différé juſqu'ici la conſtruction, c'eſt la difficulté de ſe procurer du *flint-glaſſ* propre à conſtruire des objectifs achromatiques d'une grandeur conſidérable.

Pour faciliter l'exécution en grand de ma lunette à double image, je termine ce Mémoire par les Tables qui dirigeront le conſtructeur quant aux dimenſions & quant aux diſtances que doivent avoir entre eux les trois objectifs.

Un inconvénient auquel je remédie, c'eſt que quand on n'aura pas obtenu le foyer propoſé & indiqué dans les tables qui ſuivent, le défaut de réuſſite ne nuira en rien au ſuccès de ma lunette; car avec les foyers qu'on aura obtenus, &

non avec ceux qu'on se sera proposés, on placera exactement les objectifs de la manière convenable, au moyen de la formule que voici, & que donne incontestablement la théorie (*Mémoires de l'Académie, année 1779, page 31*).

$$\text{Figures } 1, 2, 3, \begin{cases} Da = f + \frac{\varphi}{Ff}(F + f)^2 \\ Dc = \frac{\varphi}{f}(F + f) \\ DA = F \\ Ca = \frac{\varphi f}{F} + f + \varphi \\ CA = \pm F \mp \varphi \mp \frac{\varphi F}{f} \\ Aa = \pm F \mp f \mp 2\varphi \mp \frac{\varphi}{Ff}(F^2 + f^2). \end{cases}$$

FIGURE I.[re] *DIMENSIONS des Lunettes diplantidiennes ou à double image, l'une droite & l'autre renversée ; le foyer équivalent* D A *étant plus grand que le foyer relatif* D a.

Généralement . . . . $\begin{cases} Ca = \frac{\varphi f}{F} + f + \varphi \\ CA = F - \varphi - \frac{\varphi F}{f}. \end{cases}$

POUR L'IMAGE RENVERSÉE au Foyer *D*. Pour l'Objectif percé *A*, dont le foyer est *F*.			POUR L'IMAGE DROITE FORMÉE AU FOYER COMMUN *D*. Pour l'objectif plein *a*, dont le foyer est *f*.			Pour l'objectif plein *c*, dont le foyer est *φ*.		
F=*DA*. Foyer & distanc.	Diamètre. Extér.	Diamètre. Intér.	*f*	*D a*	Diam.	*φ*	*D c*	Diam.
Pieds. Pou.	Po. Lig.	Po. Lig.	Pi. Po.	Pi. Pouc. Lig.	Po. Lig.	Pi. Pou. Lig.	Pi. Pou. Lig.	Lig.
2. 0	1. 10	1. 4	1. 0	1. 10. 10	1. 2	0. 2. 5	0. 7. 2	4
2. 6	2. 4	1. 8	1. 3	2. 4. 6	1. 5	0. 3. 0	0. 9. 0	6
3. 0	2. 9	2. 0	1. 6	2. 10. 2	1. 9	0. 3. 7	0. 10. 10	7
3. 6	3. 3	2. 4	1. 9	3. 3. 10	2. 0	0. 4. 2	1. 0. 8	8
4. 0	3. 9	2. 8	2. 0	3. 9. 7	2. 4	0. 4. 10	1. 2. 5	9
4. 6	4. 3	3. 0	2. 3	4. 3. 3	2. 7	0. 5. 5	1. 4. 3	10
5. 0	4. 9	3. 4	2. 6	4. 9. 0	2. 11	0. 6. 0	1. 6. 0	11
5. 6	5. 3	3. 8	2. 9	5. 2. 8	3. 2	0. 6. 7	1. 7. 10	12
6. 0	5. 8	4. 0	3. 0	5. 8. 5	3. 6	0. 7. 2	1. 9. 7	13
6. 6	6. 2	4. 4	3. 3	6. 2. 1	3. 9	0. 7. 9	1. 10. 5	14
7. 0	6. 7	4. 8	3. 6	6. 7. 10	4. 1	0. 8. 5	2. 1. 2	15
7. 6	7. 1	5. 0	3. 9	7. 1. 6	4. 4	0. 9. 0	2. 3. 0	17
8. 0	7. 6	5. 4	4. 0	7. 7. 2	4. 8	0. 9. 7	2. 4. 10	18
8. 6	8. 0	5. 8	4. 3	8. 0. 10	5. 11	0. 10. 2	2. 6. 8	19
9. 0	8. 6	6. 0	4. 6	8. 6. 7	5. 3	0. 10. 10	2. 8. 5	20
9. 6	9. 0	6. 4	4. 9	9. 0. 3	5. 6	0. 11. 5	2. 10. 3	21
10. 0	9. 6	6. 8	5. 0	9. 6. 0	5. 10	1. 0. 0	3. 0. 0	22

Ce système-ci & le suivant, sont préférables au troisième & dernier de la page 569.

FIG. 2. *DIMENSIONS des Lunettes diplantidiennes ou à double image, l'une droite, & l'autre renversée; le foyer équivalent* D'A, *égalant le foyer relatif* D A.

Alors l'objectif *a*, est placé précisément dans le vide de l'objectif percé *A*.

$$\text{Alors, } \varphi = \frac{Ff(F-f)}{(F+f)^2} \left\{ \begin{array}{l} ca = CA = \frac{-\varphi f}{F} + f + \varphi \\ CA = ca = F - \varphi - \frac{\varphi F}{f}. \end{array} \right.$$

Ce système & le précédent, sont préférables à celui de la page 569.

F ou *D A*, ou *D a*. — FOYER & Distances focales.	DIAM. extérieure de l'objectif percé *A*, dont le foyer, est *F*.	DIAM. de l'objectif *a*, placé dans l'autre objectif *A*.	FOYER *f* de l'objec. *a*.	FOYER φ de l'objectif *c*.	*DC* DISTANCE.	*ca*=*CA* DISTAN.	DIAM. de l'objec. *c*, dont le foyer, est φ.
Pi. Pou.	*Pou. Lig.*	*Pou. Lig.*	*Pi. Pou.*	*Pi. Pou. Lig.*	*Pi. Pou.*	*Pi. Pou.*	*Lig. Pou.*
2. 0	1. 10	1. 3	1. 0	0. 2. 8	0. 8	1. 4	0. 5
2. 6	2. 4	1. 7	1. 3	0. 3. 4	0. 10	1. 8	0. 6
3. 0	2. 9	1. 11	1. 6	0. 4. 0	1. 0	2. 0	0. 7
3. 6	3. 3	2. 3	1. 9	0. 4. 8	1. 2	2. 4	0. 9
4. 0	3. 9	2. 6	2. 0	0. 5. 4	1. 4	2. 8	0. 10
4. 6	4. 3	2. 10	2. 3	0. 6. 0	1. 6	3. 0	0. 11
5. 0	4. 9	3. 2	2. 6	0. 6. 8	1. 8	3. 4	1. 0
5. 6	5. 3	3. 6	2. 9	0. 7. 4	1. 10	3. 8	1. 1
6. 0	5. 8	3. 10	3. 0	0. 8. 0	2. 0	4. 0	1. 2
6. 6	6. 2	4. 2	3. 3	0. 8. 8	2. 2	4. 4	1. 4
7. 0	6. 7	4. 5	3. 6	0. 9. 4	2. 4	4. 8	1. 5
7. 6	7. 1	4. 9	3. 9	0. 10. 0	2. 6	5. 0	1. 6
8. 0	7. 6	5. 1	4. 0	0. 10. 8	2. 8	5. 4	1. 7
8. 6	8. 0	5. 5	4. 3	0. 11. 4	2. 10	5. 8	1. 9
9. 0	8. 6	5. 8	4. 6	1. 0. 0	3. 0	6. 0	1. 10
9. 6	9. 0	6. 0	4. 9	1. 0. 8	3. 2	6. 4	1. 11
10. 0	9. 6	6. F4	5. 0	1. 1. 4	3. 4	6. 8	2. 0

FIG. 3.

FIG. 3.e *Dimensions des Lunettes diplantidiennes ou à double image, l'une droite, & l'autre renversée ; le foyer équivalent* D K *devant être, selon l'abbé Boscowich, moindre que le foyer relatif* D A.

Généralement.......... $\begin{cases} ca = \frac{\varphi f}{F} + f + \varphi \\ CA = -F + \varphi + \frac{\varphi F}{f}. \end{cases}$

Ce système de M. Boscowich est moins avantageux que les précédens, car il augmente en pure perte la longueur de la lunette.

$F = DA$, FOYER de l'objectif percé, A.		f, FOYER de l'objectif a.			DA, DISTANCE au foyer commun, D.			φ, FOYER de l'objectif C.			DC DISTANCE au foyer commun, D.		
Pi.	Pou.	Pi.	Pou.	Lig.	Pi.	Pou.	Lig.	Pi.	Pou.	Lig.	Pi.	Pou.	Lig.
2.	0	0.	6.	0	4.	8.	0	0.	8.	0	3.	4.	0
2.	6	0.	7.	6	5.	10.	0	0.	10.	0	4.	2.	0
3.	0	0.	9.	0	7.	0.	0	1.	0.	0	5.	0.	0
3.	6	0.	10.	6	8.	2.	0	1.	2.	0	5.	10.	0
4.	0	1.	0.	0	9.	4.	0	1.	4.	0	6.	8.	0
4.	6	1.	1.	6	10.	6.	0	1.	6.	0	7.	6.	0
5.	0	1.	3.	0	11.	8.	0	1.	8.	0	8.	4.	0
5.	6	1.	4.	6	12.	10.	0	1.	10.	0	9.	2.	0
6.	0	1.	6.	0	14.	0.	0	2.	0.	0	10.	0.	0
6.	6	1.	7.	6	15.	2.	0	2.	2.	0	10.	10.	0
7.	0	1.	9.	0	16.	4.	0	2.	4.	0	11.	8.	0
7.	6	1.	10.	6	17.	6.	0	2.	6.	0	12.	6.	0
8.	0	2.	0.	0	18.	8.	0	2.	8.	0	13.	4.	0
8.	6	2.	1.	6	19.	10.	0	2.	10.	0	14.	2.	0
9.	0	2.	3.	0	21.	0.	0	3.	0.	0	15.	0.	0
9.	6	2.	4.	6	22.	2.	0	3.	2	0	15.	10.	0
10.	0	2.	6.	0	23.	4.	0	3.	4.	0	16.	8.	0

FIG. 4.e *Pour les rayons parallèles* GF, GF.

Dimensions des Objectifs achromatiques, composés de trois lentilles a A, AB, Bc; *celle du milieu* AB, *de cristal d'Angleterre, & les deux autres* AA, Bc, *de verre de Venise: le verre de Venise, selon M. l'abbé Bourriot, pesant 950 grains & le cristal d'Angleterre pesant 1215 grains le pouce cube.*

FOYER *DA,* des rayons parallèles.		RAYONS des courbures *AA.*			RAYONS des courbures *BB.*			RAYONS des courbures *C.*			DIAM. de l'ouverture de l'objectif.	
Pieds.	*Pou.*	*Pieds.*	*Pou.*	*Lig.*	*Pi.*	*Pou.*	*Lig.*	*Pi.*	*Pou.*	*Lig.*	*Pou.*	*Lig.*
1.	0	1.	0.	9	0.	6.	2	0.	9.	3	2.	2
1.	6	1.	7.	2	0.	9.	2	1.	1.	9	2.	7
2.	0	2.	1.	6	1.	0.	3	1.	6.	4	3.	0
2.	6	2.	7.	10	1.	3.	3	1.	10.	10	3.	5
3.	0	3.	2.	2	1.	6.	3	1.	3.	4	3.	10
3.	6	3.	8.	7	1.	9.	3	2.	7.	10	4.	2
4.	0	4.	2.	11	2.	0.	4	3.	0.	5	4.	7
4.	6	4.	9.	3	2.	3.	4	3.	4.	11	5.	0
5.	0	5.	3.	7	2.	6.	4	3.	9.	5	5.	5
5.	6	5.	10.	0	2.	9.	5	4.	2.	0	5.	10
6.	0	6.	4.	4	3.	0.	5	4.	6.	6	6.	3
6.	6	6.	10.	8	3.	3.	5	4.	11.	0	6.	8
7.	0	7.	5.	0	3.	6.	6	5.	3.	6	7.	0
7.	6	7.	11.	4	3.	9.	6	5.	8.	0	7.	5
8.	0	8.	5.	9	4.	0.	6	6.	0.	7	7.	10
8.	6	9.	0.	1	4.	3.	6	6.	5.	1	8.	3
9.	0	9.	6.	5	4.	6.	7	6.	9.	8	8.	8
9.	6	10.	0.	9	4.	9.	7	7.	2.	2	9.	1
10.	0	10.	7.	2	5.	0.	7	7.	6.	8	9.	6
12.	0	12.	8.	8	6.	0.	10	9.	1.	0	9.	10

Voyez Mém. de l'Académie, *année 1779, page 49.*

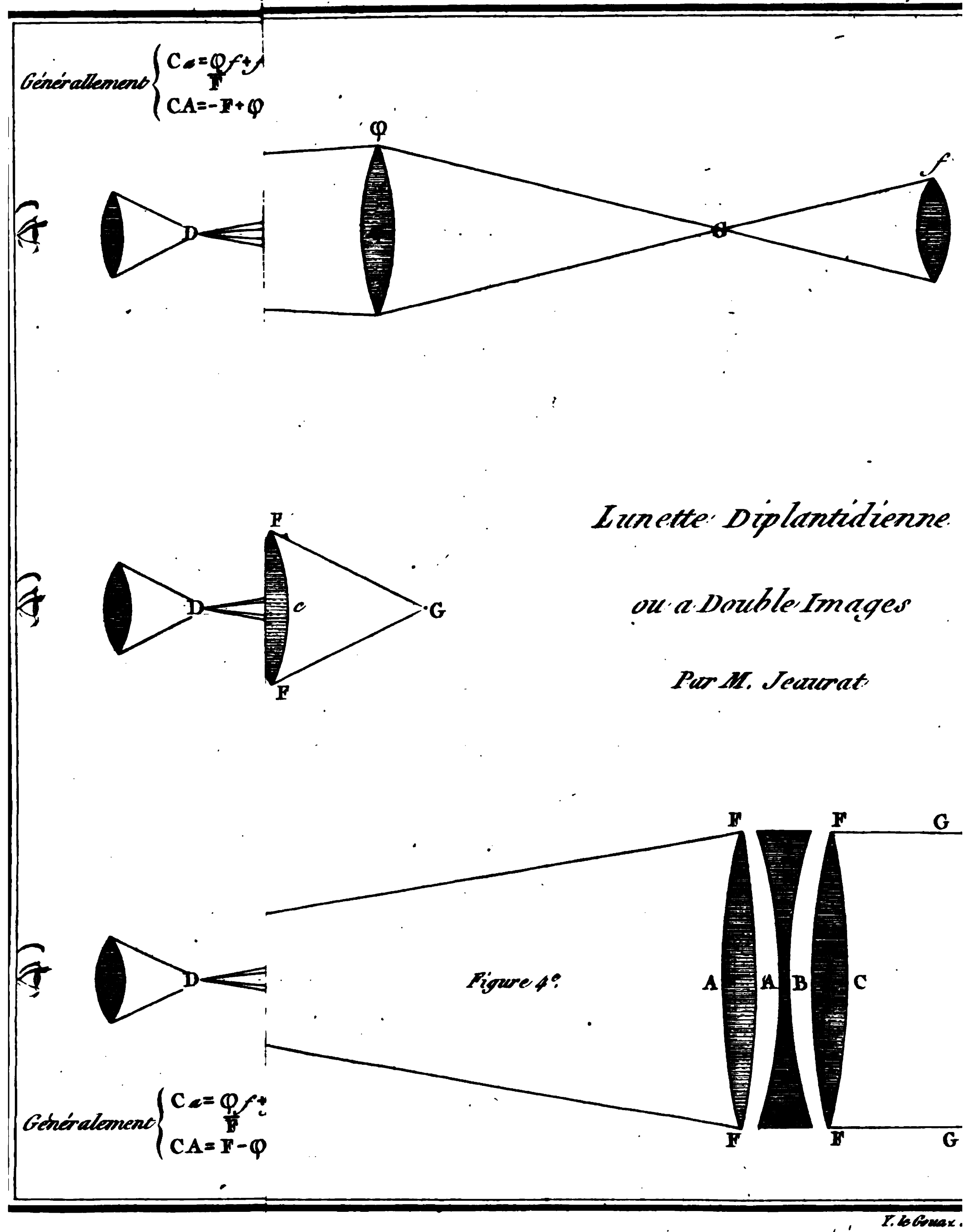

Généralement
C a = φ f + f / F
CA = - F + φ
φ
f
D
F
c
G
F
D
Lunette Diplantidienne
ou a Double Images
Par M. Jeaurat
F
F
G
D
Figure 4e.
A
A
B
C
F
F
G
Généralement
C a = φ f + / F
CA = F - φ

FIGURE 5.me *Pour les Rayons obliques* G F, G F, *qui transmettent l'image* G *en* D, *de manière que* 2 G c = A D.

Dimensions des objectifs achromatiques composés de trois lentilles a A, A B, B c, *celle du milieu* A B *de cristal d'Angleterre, & les deux autres* a A, B c *de verre de Venise; le verre de Venise pesant 950 grains le pouce cube, & le cristal d'Angleterre pesant 1215 grains le pouce cube.*

FOYER φ des rayons parall.			RAYONS de la courbure *a*.			RAYONS des courbures *A*, *A*.			RAYONS des courbures *B*, *B*.			RAYONS de la courbure *c*.			DISTANCE *D a* ou 2 *G c*.		
Pieds.	*Pouc.*	*Lig.*	*Pou.*	*Lig.*	*D.*	*Pou.*	*Lig.*	*D.*	*Pou.*	*Lig.*	*D.*	*Pou.*	*Lig.*	*D.*	*Pou.*	*Lig.*	*D.*
0.	2.	0	0.	3,0		0.	2,2		0.	1,2		0.	1,9		0.	6,0	
0.	2.	6	0.	3,7		0.	2,7		0.	1,5		0.	2,3		0.	7,5	
0.	3.	0	0.	4,5		0.	3,2		0.	1,7		0.	2,7		0.	9,0	
0.	3.	6	0.	5,2		0.	3,7		0.	2,0		0.	3,2		0.	10,5	
0.	4.	0	0.	6,0		0.	4,3		0.	2,3		0.	3,6		1.	0,0	
0.	4.	6	0.	6,7		0.	4,8		0.	2,6		0.	4,0		1.	1,5	
0.	5.	0	0.	7,4		0.	5,4		0.	2,9		0.	4,5		1.	3,0	
0.	5.	6	0.	8,2		0.	6,0		0.	3,2		0.	5,0		1.	4,5	
0.	6.	0	0.	9,0		0.	6,5		0.	3,5		0.	5,4		1.	6,0	
0.	6.	6	0.	9,7		0.	7,0		0.	3,8		0.	5,9		1.	7,5	
0.	7.	0	0.	10,5		0.	7,6		0.	4,0		0.	6,3		1.	9,0	
0.	7.	6	0.	11,2		0.	8,1		0.	4,3		0.	6,7		1.	10,5	
0.	8.	0	1.	0,0		0.	8,6		0.	4,6		0.	7,2		2.	0,0	
0.	9.	0	1.	1,5		0.	9,7		0.	5,2		0.	8,1		2.	3,0	
0.	10.	0	1.	3,0		0.	10,8		0.	5,8		0.	9,0		2.	6,0	
0.	11.	0	1.	4,6		0.	11,9		0.	6,4		0.	9,9		2.	9,0	
1.	0.	0	1.	6,1		1.	1,0		0.	7,0		0.	10,8		3.	0,0	
1.	6.	0	2.	3,2		1.	7,5		0.	10,5		1.	4,2		4.	6,0	
2.	0.	0	3.	0,3		2.	2,1		1.	2,0		1.	9,6		6.	0,0	

Voyez Connoissance des Temps, *année 1786, page 391.*

MÉMOIRE

Sur la non-application de la correction de l'Aberration des Planètes, dans le calcul de leur passage au-devant du Soleil.

Par M. JEAURAT.

5 Juillet 1786.

LE calcul que vient de faire M. de la Lande, pour l'observation du dernier passage de Mercure au-devant du Soleil (4 Mai 1786), a occasionné la question suivante :

Dans la réduction de l'observation d'une planète qui, à notre égard passe au-devant du Soleil, doit-on, comme l'a fait M. de la Lande, employer pour réduction requise la différence des aberrations du Soleil & de la planète; ou, comme le disent M.rs le Monnier, Bailly, Cassini, &c. doit-on employer seulement l'aberration du Soleil? Je suis de ce dernier avis, je dois le dire, je l'ai dit dans notre dernière séance académique, & je crois devoir détailler de nouveau ici les raisons qui m'ont déterminé à être de ce même avis, quoique contraire à celui de M. de la Lande.

Si les deux astres sont tous deux lumineux, point de doute que dans la réduction proposée, il faut employer pour correction requise celle de la différence des aberrations particulières à chacun des astres observés, parce qu'alors on doit employer la correction de l'aberration relative, & non celle d'un seul des deux astres.

Dans l'observation des conjonctions des planètes inférieures, la planète qui passe au-devant du Soleil est alors privée de lumière par rapport à nous; ainsi cette circonstance est certainement différente de la précédente, savoir, celle où les deux astres sont tous deux lumineux.

Je ne ſuis donc pas d'avis, comme M. de la Lande, qu'on ne mette point de différence dans l'application de l'aberration des aſtres, quand les circonſtances ne ſont pas les mêmes.

Lorſqu'une planète paſſe au-devant du Soleil, la planète à nos yeux n'a aucune lumière; les rayons ſolaires, qu'elle intercepte à nos yeux, ne ſont aucunement dans le cas de la correction de l'aberration des aſtres (découverte faite en 1727 par le célèbre Bradley, & confirmée par le fameux Roëmer); la planète même n'eſt aperçue par nous que par le paſſage des rayons ſolaires tangentiels au diſque de la planète: alors la correction deſirable pour l'obſervation donnée, eſt ſeulement celle de l'aberration qu'on doit attribuer à l'arrivée des rayons ſolaires à nous, & tangentiellement au diſque de la planète: je crois donc avoir rempli ici mon objet, puiſque je viens d'expoſer les raiſons qui ont déterminé mon opinion dans la diſcuſſion ci-deſſus énoncée. D'ailleurs, on ſait que l'effet de l'aberration d'une planète eſt égal au mouvement de la planète vue de la Terre pendant l'eſpace de temps que la lumière emploie à venir de la planète à nous; que la lumière du Soleil eſt 8′ 8″ de temps à nous parvenir; & que pendant cet eſpace de temps le Soleil parcourt 20″: ainſi l'aberration du Soleil eſt ſenſiblement de 20″ en tout temps pour nous.



MÉMOIRE

Sur la manière de parvenir à la connoissance exacte de tous les objets cultivés en grand dans l'Europe, & particulièrement dans la France.

Par M. l'Abbé TESSIER.

Assemblée publique de Pâques 1787.

ON ne peut disconvenir que l'agriculture n'ait fait de grands progrès en France, depuis que M.rs Duhamel s'en sont occupés avec cet amour du bien qui caractérisoit les deux frères. Encouragé par leur exemple, & suivant par goût la même carrière, j'ai pensé que pour rendre un véritable service à l'agriculture, il falloit faire connoître l'état exact où elle est dans les diverses parties de l'Europe, & sur-tout de la France. J'ai osé former & commencer même cette entreprise, dans un temps où je n'avois pour appui que du zèle. Depuis cette époque, des circonstances heureuses m'ont favorisé. L'ordre que le Roi m'a donné, de faire à Rambouillet, sous ses yeux, toutes les expériences que je croirois utiles, & l'intérêt particulier que Sa Majesté veut bien y prendre, m'ont procuré des facilités dont j'eusse été coupable de ne pas profiter, puisqu'elles me mettoient à portée de mieux remplir le but que je m'étois proposé. Ce Mémoire est destiné à rendre compte sommairement de la marche que j'ai suivie, de quelques-uns des résultats déjà obtenus, & de l'utilité dont ils peuvent être.

Le premier pas à faire étoit de connoître exactement chacune des espèces & variétés des plantes cultivées en grand pour la nourriture des hommes, pour celle des bestiaux & pour les arts. Des graines de ces plantes ont été demandées d'abord dans toutes les parties de la France, & ensuite dans les différens États de l'Europe; elles sont arrivées avec les

noms des pays d'où on les a tirées. Les premières sont dûes au zèle des Médecins associés & correspondans de la Société de Médecine, les autres à celui de M.rs les Ambassadeurs, Envoyés, Consuls & Vice-Consuls, chez les nations étrangères. J'ai fait semer ces graines dans deux sortes de terrains; j'en ai suivi la végétation, observé tous les phénomènes, décrit les particularités, comparé les produits & la qualité des produits. Mes herbiers en renferment des échantillons desséchés: un individu de chaque espèce & variété se trouvera peint, afin que le caractère & la forme en soient déterminés. M. de Malesherbes, M. de Lassonne, M. le Duc de la Rochefoucauld, M. de Fourcroy, Associé-libre, tous membres de l'Académie, ont parcouru & examiné les champs où ces objets formoient un tableau qui leur a paru intéressant; ils en ont approuvé la disposition, & les précautions prises pour rendre les expériences concluantes.

Mais les graines que j'avois reçues avoient été récoltées sous toutes sortes de latitudes, à différentes expositions & dans des terrains qui ne se ressembloient pas. Il étoit donc aisé de sentir qu'en les cultivant toutes dans un même canton, je ne pouvois prendre une idée juste de leur végétation dans les pays d'où elles venoient. Pour réunir cet avantage aux autres, j'ai eu soin de demander des échantillons des plantes entières, dont on m'avoit envoyé les graines; j'ai desiré qu'on y joignît aussi celles qui, croissant spontanément au milieu des moissons, font souvent un tort considérable aux récoltes. Ces demandes n'ayant point été rejetées, ont produit l'effet que j'en attendois.

La connoissance des plantes a pu s'acquérir par ces deux moyens; il en a fallu un troisième pour obtenir celle des diverses manières de cultiver & de tout ce qui a rapport à l'agriculture de chaque pays. J'ai fait imprimer des questions qui ont été répandues par-tout; elles avoient pour objets principaux la température, le terrain, les engrais & amendemens, les noms communs des plantes, l'ordre des cultures, les mesures de terres & de grains, enfin les bestiaux & leur

éducation. Il m'en est déjà revenu une partie avec des réponses très-instructives.

On ne s'attend pas, sans doute, qu'un plan dont la grande étendue est aisée à apercevoir, puisse être exécuté en peu de temps. Il y a des objets qui doivent être revus plusieurs fois; beaucoup de pays n'ont pas encore envoyé ce qu'on leur a demandé : quand tous les dessins seront faits, il faudra les graver & les colorier. Ces soins exigent quelques années; mais en attendant, j'ai un grand nombre de résultats, dont la somme augmentera sans cesse. Je ne pourrai ici en tracer que quelques-uns, & d'une manière rapide & générale, qui laissera au moins présumer les autres.

Il paroît que le froment est une des plantes économiques la plus cultivée en France & dans le reste de l'Europe. J'en ai distingué d'environ trente sortes, tant espèces que variétés, dont je ne donnerai pas aujourd'hui les caractères: les uns ont la paille pleine & forte, les autres l'ont creuse & grêle; plusieurs sont sans barbes ou arêtes; la plupart ont des barbes; il y en a dont les épis ont presque *la forme* cylindrique, d'autres ont la forme presque carrée: on en voit d'épais, on en voit d'aplatis; selon les espèces ou variétés, les barbes ainsi que les bales, sont ou noires, ou blanches, ou rouges, ou violettes. Ces parties tantôt sont lisses, tantôt sont velues; les grains n'ont pas non plus la même couleur, puisqu'il y en a de blanchâtres, de transparens, de jaunes, de ternes, de plus ou moins bombés, de plus ou moins gros, de plus ou moins alongés. Dans les fromens proprement dits, le fléau sépare facilement les grains de leurs bales; dans les épeautres, qui sont des espèces de fromens, ils ne s'en séparent qu'à l'aide d'un moulin particulier. Toutes ces différences peuvent établir une méthode pour caractériser les divers fromens; mais laissant à part toute distinction botanique, je réduirai pour le moment, tous les fromens à deux sortes, savoir, aux fromens *tendres* & aux fromens *durs*. Dans les premiers, les grains sont flexibles sous la dent & d'une couleur plus

ou

ou moins jaune; leur écorce est fine, & recouvre une farine blanche & abondante : ces grains résistent au froid & sont cultivés en France, la plupart dans les provinces septentrionales & dans le nord de l'Europe. J'en ai reçu de la Russie, de la Suède, de la Pologne, de la Hollande, de tous les états d'Allemagne, des Pays-bas, de la Suisse, de Genève, du cap de Bonne-espérance même & du Maryland, parce que les Hollandois & les Anglois les ont portés dans leurs colonies.

Les fromens ou blés tendres sont ou sans barbes, ou avec des barbes. Parmi les blés tendres sans barbes, celui qui a les épis blancs presque cylindriques, les grains jaunes & la tige creuse, est préféré dans les meilleures provinces à blé de la France, qui sont celles du nord, telles que la Flandre, l'Artois, la Picardie, la Brie, la Beauce, le pays fertile de l'Isle de France appelé *la France*.

La Flandre, le Calaisis, le Cambresis, le Boulonois, & un canton de la Normandie, m'ont fait passer un froment à épi blanc sans barbes & à grains blancs arrondis, que j'ai trouvé aussi dans des envois de Pologne, de Zélande, d'Angleterre, de Limbourg & du cap de Bonne-espérance.

Je n'ai reçu de France que du pays d'Auge en Normandie, par les soins de M. le Marquis Turgot, & de Saint-Diez en Lorraine, un froment sans barbes, à épis presque cylindriques & veloutés ; il m'a aussi été apporté de Hollande, d'Angleterre, de la Sudermanie en Suède, du Holstein & du Mécklenbourg.

La vraie touzelle, espèce de froment à épis cylindriques, sans barbes & à grains blancs, alongés, est connue en Sicile, à Gènes, à Nice, comme en France dans la Provence, le Languedoc & le comtat d'Avignon. Il ne m'en est pas venu du Nord.

Le plus cultivé des blés tendres, tant en France que chez l'étranger, est le blé à épis blancs & à barbes divergentes, tige creuse. Il est répandu par-tout, mais bien plus dans le Midi que dans le Nord, où il n'a sans doute passé que par

les importations, comme ses blés sans barbes ont passé dans le Midi. Les blés durs sont les blés dominans dans les pays chauds. Il s'y trouve quelquefois du blé tendre, & c'est l'espèce dont je viens de parler. Parmi nous elle est plus cultivée en Mars qu'en automne, parce qu'elle est plus sensible au froid que nos blés sans barbes.

Après ce blé barbu, il y en a un autre aussi plus connu dans le midi de la France & de l'Europe que dans le nord; c'est celui qui a la tige pleine, l'épi rouge & les barbes rouges convergentes; ses grains, comme ceux de tous les blés à paille pleine, sont gros, ternes, & ont une peau épaisse, qui à la mouture donne beaucoup de son & de mauvaise farine.

Certaines espèces de fromens épeautres sont particulières à l'Allemagne, à la Hollande & à la Suisse; celle qui est plus petite est d'usage dans quelques cantons de la France éloignés les uns des autres.

Dans les blés tendres il y a des espèces qui ne se cultivent que dans peu de pays, soit parce qu'il y a peu de terrains propres à les produire, soit parce qu'ils ne sont pas d'un bon rapport. Le blé de providence, le blé de miracles, le blé de souris, un petit blé sans barbes, à épis roux & carrés, sont dans ce dernier cas.

Quelques provinces ne cultivent qu'une sorte de blé, tandis que d'autres en cultivent jusqu'à huit sortes.

Les blés durs diffèrent des blés tendres, parce que leurs grains sont ternes ou transparens & durs à casser. On en fait de la belle semoule; ils n'offrent pas un aussi grand nombre d'espèces & de variétés que les blés tendres. Inconnus dans le nord de la France & de l'Europe, on les voit naître dans le comtat d'Avignon, la Provence & le Languedoc, où ils ont été introduits par le commerce de ces provinces avec l'Afrique & tout le Levant. Ce sont des blés durs que j'ai reçus d'Égypte, de Syrie, d'Athènes, de Malte, de la Sardaigne, de la Sicile, de diverses parties de l'Italie, du Piémont, du Portugal, de l'Espagne.

Des blés durs que j'ai semés pendant tous les mois de l'hiver, ont gelé presque entièrement; les mêmes semés en Mars, sont bien venus & ont fructifié. Des blés tendres envoyés des pays où on cultive les blés durs, c'est-à-dire des pays chauds, n'ont pas souffert des rigueurs de l'hiver. Il me semble qu'on peut en donner cette raison; c'est que ceux-ci, originaires des pays froids ou tempérés, en y repassant, ont retrouvé pour ainsi dire leur climat natal, tandis que les autres arrivoient dans un climat étranger qui leur étoit contraire.

Il seroit important de savoir si des blés durs introduits en France depuis un grand nombre d'années, y produisent autant que des blés tendres qui n'ont point sorti du pays; & si des blés tendres de France exportés dans des climats chauds après un grand laps de temps, égaleroient en produit les blés durs de ces climats. Ces transports & ces essais multipliés & suivis, apprendroient peut-être d'où chaque sorte de blé est originaire, parce qu'il y a lieu de croire que c'est du pays où elle produiroit le plus.

Lorsque du froment je passe au seigle, j'observe qu'il n'y en a qu'une seule espèce sans variété; car le seigle de Mars ne diffère pas plus du seigle d'automne, que les blés de Mars ne diffèrent des blés d'automne qui leur correspondent. Les graines des plantes semées avant l'hiver sont seulement plus grosses, parce qu'elles sont le produit d'une végétation plus lente & plus longue.

Il seroit difficile de dire si on cultive le seigle plus dans le Nord que dans le Midi. Ce qu'il y a de certain, c'est qu'il m'est arrivé du seigle de toutes les parties du monde & de tous les points de la France. Dans les pays de bonnes terres, les cultures de seigle se font en petit; on en sème plutôt pour la paille que pour le grain; elles se font en grand dans les pays à terres légères, tels que la Bretagne, la Sologne, les montagnes d'Auvergne & du Gévaudan, le pays de Liége, quelques cantons de la Suisse, de l'Allemagne, de la Bohème & des Canaries.

J'ai compté huit ſortes d'orges, eſpèces & variétés compriſes; on en nourrit les chevaux & autres animaux en Eſpagne, en Portugal, en Barbarie, où ce grain eſt très-multiplié. Les orges polyſtiques ou à pluſieurs rangs, ſont celles qu'on connoît le mieux dans le Midi & dans le Levant.

Les orges diſtiques ou à deux rangs ſont plus communes dans le Nord & en France; cependant il y a des pays ſeptentrionaux où on a accoutumé une orge polyſtique à paſſer l'hiver, afin d'en groſſir le grain & de le rendre meilleur pour faire de la bière. Il faut au plus deux mois à l'orge diſtique pour accomplir ſa végétation, ce qui ſemble indiquer qu'elle eſt naturelle aux pays chauds.

Il n'en eſt pas de même des avoines, qui végètent au moins pendant quatre mois; auſſi n'en ai-je pas reçu du Midi, mais beaucoup du Nord. J'ai reconnu au moins dix ſortes d'avoines : ce qui les diſtingue particulièrement, c'eſt la couleur des grains, leur diſpoſition, leur groſſeur & leur longueur. Tantôt ils ſont épars ſur le panicule, tantôt ils ſont tous rangés d'un côté; dans quelques eſpèces il y a deux arêtes; dans la plupart il n'y en a qu'une plus ou moins aiſée à détacher. On voit des avoines qui ont des poils à leur baſe, tandis que les autres ſont liſſes. On ſait qu'une partie des terres de la Champagne eſt couverte de cette plante. On voit de belles avoines en Flandre, en Picardie, dans l'Iſle-de-France. La Beauce, où il ne pleut pas ſouvent en été, en a rarement des récoltes avantageuſes; la Bretagne en sème avant l'hiver pour avoir des grains bien nourris, dont elle puiſſe faire ſes gruaux.

J'aurois dû ſans doute parler du riz, puiſque c'eſt une plante cultivée en Europe, ſur-tout en Italie, en Eſpagne, en Morée, en Turquie; mais notre climat ſe refuſant à la culture de cette précieuſe graminée, j'ai envoyé en Corſe toutes les eſpèces de riz, ainſi que les cotons : je n'ai point encore été inſtruit des obſervations qu'aura pu faire la perſonne qui s'eſt chargée de les cultiver.

Le maïs eſt connu dans les quatre parties du monde:

il n'est certainement pas originaire d'Europe; mais je crois qu'il est difficile de décider à laquelle des trois autres il appartient plus particulièrement. Une température chaude est celle qui lui convient le mieux; le plus beau qui me soit parvenu avoit été récolté dans un des États-unis de l'Amérique, en Morée, en Italie, en Espagne & aux Canaries. On m'apprend que dans les défrichemens des Marais Pontins, le maïs a une superbe végétation. Les pays de France dont il est en quelque sorte en possession, sont l'Angoumois, la Guyenne, le Languedoc, le comté de Foix, la Franche-comté, où il s'est établi dans le temps que les Espagnols étoient maîtres de cette province, & d'où il s'est répandu dans la Bresse & dans la Bourgogne. On parviendroit peut-être à l'aclimater dans nos provinces septentrionales; mais comme il remplaceroit mal des grains d'une meilleure qualité, qui y viennent abondamment, je ne crois pas qu'on doive s'en occuper. Il y a plusieurs espèces ou variétés de maïs.

Le sorgho exige aussi certains degrés de chaleur; celui que M. Desfontaines a rapporté de la côte de Barbarie, a mûri parfaitement à Montpellier, & difficilement dans le climat de Paris. Le millet à chandelle, qui croît aussi abondamment en Afrique & en Amérique, réussit difficilement aux environs de Paris, où il porte à peine des grains, étant semé sur couche. Les autres millets, les panis & l'alpiste, sont moins délicats ou plus aclimatés; car ils donnent de la graine bien conditionnée dans les pays où l'on ne peut faire réussir le maïs, comme je l'ai vu dans quelques cantons élevés de la Lorraine.

Le sarrasin n'est presque cultivé que dans le nord de l'Europe. Je suis assuré qu'en Russie, en Pologne, en Suède, en Angleterre, dans diverses parties de l'Allemagne, il est très-répandu; il y en a même dans le Maryland. En France, c'est en Bretagne, en Sologne, en Limousin, en Périgord, en haute Auvergne & en Bresse, qu'on en voit le plus. Depuis quelques années, il s'en est introduit une nouvelle

espèce plus productive & plus capable de résister au froid; parce qu'elle vient de Sibérie ou de Tartarie. L'année dernière j'en ai reçu une troisième de Russie, sous le nom de sarrasin de la Chine, dont je ferai part au public quand j'aurai pu la multiplier assez pour en donner.

Parmi les plantes économiques, de la classe de celles qu'on appelle en botanique à fleurs légumineuses, il y en a qu'on n'a pas encore cultivé dans le nord de la France, telles que l'ers, les gesses, les pois chiches, les lupins. L'Égypte, la Morée, la Syrie, la côte d'Afrique, l'Espagne, le Portugal, en sont remplis. Une partie des autres a pénétré jusque dans le nord de l'Europe, mais n'y peut être semée que quand le soleil a échauffé la terre. Tels sont en général les fèves, les pois, les lentilles, les vesces, le fenugrec, les haricots, dont il y a des espèces qu'il est impossible de faire mûrir sous le climat de Paris. J'ai cru d'ailleurs avoir remarqué que celles de ces graines qui venoient du nord avoient une couleur foncée ou sombre, qui annonçoit une dégénération. Si, à cette remarque, on ajoute que dans le Levant, dans l'Afrique & dans les îles Françoises d'Amérique, où la chaleur est considérable, la plupart des plantes ont la fleur légumineuse, on sera autorisé à croire que les plantes de cette famille, dont nous tirons un si grand avantage, sont un bienfait du Midi.

On ne peut douter que l'anis, la coriandre, le fenouil & le cumin ne soient aussi des pays chauds. Ces graines dont on fait usage pour les dragées, les ratafiats, le pain d'épice, &c. ne sont bien parfumées qu'autant qu'on les tire du Midi ou du Levant. Cependant on les a aclimatées en France, en Allemagne, en Hongrie & en Pologne même. C'est sans doute en les cultivant dans des positions abritées, qui compensent la chaleur des climats, ou plutôt qui forment des climats chauds dans des pays froids ou tempérés; car les climats considérés relativement à l'agriculture, varient souvent dans des espaces très-bornés. M. de Malesherbes en a distingué quatre sous le même parallèle dans le sud de la France.

Il les désigne de cette manière: pays d'orangers, d'oliviers & de vignes; pays d'oliviers & de vignes sans orangers; pays de vignes sans orangers ni oliviers; pays où il n'y a pas même de vignes. Le village de Restigné, dans la vallée d'Anjou, est aussi dans une de ces positions abritées qui lui permet de cultiver en grand l'anis & la coriandre. L'anis réussit également dans les environs d'Alby, d'où il passe à Verdun.

Les plantes qui forment les pâtures artificielles, si nécessaires pour nourrir les bestiaux, pour procurer des engrais & reposer les terres, sont ou vivaces ou annuelles. Les vivaces sont plus convenables pour le Nord, où leurs racines ne se desséchant pas, elles ont la facilité de repousser, quand on en a coupé les feuilles. Mais le Midi n'a pu choisir que des fourrages annuels, qui eussent une végétation prompte: la chaleur ardente du Soleil & celle du sol, à certaine époque, brûleroit les racines & empêcheroit de nouvelles repousses. Les trefles vivaces sont très-recherchés en Hollande, en Angleterre, en Allemagne, dans le nord de la France, où leurs productions sont considérables. Les trefles annuels qui paroissent cultivés en Égypte, à Nice, dans les états du Pape, le sont aussi en France, dans la Guyenne, en Languedoc, en Provence, dans le Roussillon, dans le Comminges. La France est peut-être le royaume de l'Europe qui fasse le plus de cas de la luzerne, le meilleur des pâturages artificiels. Le sainfoin ordinaire y est adopté avec d'autant plus de raison, qu'il s'accommode des terres médiocres. A l'égard du sainfoin d'Espagne, je sais qu'on en a tenté la culture en Poitou; mais il est si sensible à la gelée, qu'on ne pourra l'aclimater qu'avec le temps. La Sicile, l'Italie, l'Espagne, & sur-tout l'Isle-de-Malte, en font de grandes récoltes. Les Anglois & les États du nord de l'Amérique, s'occupent plus que les autres nations, de la multiplication du ray-gras, du thymoty & d'autres graminées pour fourrages.

Ce n'est que de la Hollande, de Liége & de Riga, qu'il

m'a été adreſſé de la ſpergule ou eſpargoute : cette plante qui croît facilement dans les terres légères & ſablonneuſes, ſe sème tous les ans pour en faire manger la fane ſur place, aux bêtes à cornes.

Les peuples qui habitent les pays froids & tempérés de l'Europe, font de grands enſemencemens en plantes, dont les racines ſervent à nourrir les hommes & les beſtiaux; différentes raves, différens navets, des carottes rouges, jaunes ou blanches, des choux-raves ou navets, des betteraves de diverſes ſortes, parmi leſquelles ſe trouve l'eſpèce qu'on a appelée depuis peu *racine de diſette*, ſont cultivées en grand en Hollande, en Allemagne, en Pologne, en Angleterre, & même dans le Maryland. Les provinces du nord de la France, à leur imitation, les cultivent beaucoup & avec ſuccès. Un ſeul pays en Allemagne poſsède juſqu'à vingt-deux ſortes de choux.

Les pommes de terre ſont déjà très-répandues en Europe: il y a lieu de croire que leur culture ſe propagera encore davantage. En France, elles ne ſont bien connues en *général*, que dans les provinces frontières; le centre du royaume ne les a pas encore adoptées. Ces racines utiles ſont originaires de l'Amérique; il eſt bien étonnant que pour en renouveler l'eſpèce, qui apparemment s'abâtardit dans les environs de New-Yorck, on en faſſe venir d'Irlande, tandis qu'il paroîtroit plus raiſonnable de les demander dans les parties de l'Amérique, où elles ſont naturelles. Que croire de cette circonſtance dont M. Otto, conſul de France à New-Yorck, garantit l'exactitude? ſeroit-ce parce que, pour renouveler les eſpèces, il eſt indifférent dans quels pays on les prenne; ou parce que des facilités de commerce permettent plutôt aux habitans de New-Yorck de tirer des pommes de terre d'Irlande que de l'Amérique même; ou enfin parce qu'un ancien préjugé, dont on a peine à ſe défendre, leur fait croire que ce qui vient de leur première patrie vaut mieux que ce qui croît dans le voiſinage des pays qu'ils habitent?

Le

Le taratoufe ou topinambour qui fe trouve en Amérique & dans les états du Pape, fe multiplie de plus en plus en France; on commence à en faire quelques plantations en pleins champs : cette plante donne à peine des fleurs dans le climat de Paris; mais il eft fi facile de la faire venir de racines, & fa culture demande fi peu de foin, qu'on peut efpérer de la voir fe répandre dans tout le royaume. Elle offre fur nos tables un mets auffi fain qu'agréable.

Quoiqu'il foit vrai de dire que le chanvre & le lin foient de tous les pays, cependant on cultive le premier plus en grand dans le Nord, & le fecond dans le Midi & le Levant. Les lins qu'on cultive dans le Nord, font plus hauts, mais moins fins que ceux du Midi. Les belles linières du royaume font dans la Flandre, le Cambrefis, le Hainaut, l'Artois, la Normandie & la Bretagne; auffi eft-ce dans ces pays que fe fabriquent les belles toiles, les linons & les baptiftes.

La cameline eft, de toutes les graines à huile, celle qui eft le moins cultivée chez l'étranger, & en France; la moutarde jaune ou graine de beurre l'eft un peu plus; mais on cultive beaucoup le colfat & la navette, & le pavot ou œillette, tant en Allemagne & en Hollande, que dans plufieurs provinces feptentrionales de la France. Je ne vois point ces quatre dernières graines dans le Midi du royaume, & encore moins dans les royaumes méridionaux; c'eft que les plantes de la famille des crucifères paroiffent appartenir au Nord, comme celles des légumineufes appartiennent au Midi. Au refte, les pays méridionaux, affez heureux pour avoir l'olive & les noix, n'ont pas befoin de ces graines qui ne fourniffent en général que des huiles communes & groffières. Il faut obferver cependant que le pavot fe cultive en grand dans la Turquie, mais on fait que c'eft uniquement pour en extraire l'opium.

La graine de foleil eft employée à Rome & à Ancône, pour faire de l'orgeat & de l'huile; je l'ai auffi reçue de

Francfort, parmi les graines économiques de ce pays, ce qui me fait croire qu'on l'y destine à quelqu'usage: on s'occupe en France de la multiplier pour en obtenir de l'huile.

Le chardon à bonnetier & le pastel, si connus dans les arts, se cultivent en Allemagne; la garance, la gaude, la soude, le safran, le safranum, sont des pays chauds. On sait combien le commerce tire de garance du Levant, de soude d'Espagne, de safranum d'Égypte, & de safran du Levant; ces plantes cependant sont aclimatées en France; on voit des cultures de chardons à bonnetier à Rouen, à Orléans, & auprès des lieux où il y a des fabriques de lainage; on en voit de garance en Alsace, en Berry, dans la Crau, à Saint-Paul-trois-châteaux; de safran, en Gâtinois & en Angoumois; de gaude, à Tours; & de soude, à Arles.

Il y a des tabacs dans toutes les parties du monde; j'en ai reçu de plus de vingt pays, très-distans les uns des autres, & placés sous des latitudes très-opposées.

J'ai cultivé à Rambouillet, tous ces objets, de *quelques* pays qu'ils me soient venus; en les comparant, je n'ai pu me refuser à une remarque très-frappante, c'est que la France, à quelques genres & espèces près, possède tout ce que les étrangers m'ont envoyé, tandis qu'aucun pays du monde ne possède tout ce que j'ai reçu de la France: elle doit sans doute cet avantage à son heureuse position, à l'industrie & à la curiosité des hommes qui l'habitent.

Pour donner une idée de l'utilité dont peut être à la botanique, le travail qui m'occupe, je citerai quelques exemples relatifs à la diversité des noms adoptés, pour exprimer une même plante. Le relevé de mes catalogues m'apprend 1.° que la plante appelée *seigle d'Amérique* au Maryland, *blé polonois de la Georgie* en Russie, est connue en France, sous le nom de *blé de Pologne (triticum Polonicum)*; c'est un froment à épis blancs, à balles très-longues & à grains longs; 2.° que le *grano duro* de Florence, le *farro* de Gènes, le *frumento forte* de Palerme, & l'*olle* de

toute la côte de Barbarie, eſt un froment à épis roux & barbus, dont les balles ſont ſerrées & rapprochées, & les grains durs, à demi-tranſparens; 3.° que le *trigo ſancto* de l'Eſpagne & des Canaries, que le blé appelé *froment de Turquie* en Pologne, *blé de providence* en quelques pays, *blé de Smyrne*, & enfin *blé de miracles* dans d'autres, eſt un froment à épis roux, barbus, velus, groupés, à grains blanchâtres & ridés; 4.° que la *touzelle* du Languedoc, de la Provence, du comtat d'Avignon & de Nice, le *grano tozella* de Gènes, le *richette* de Termini en Sicile, eſt en général le froment ſans barbes, à balles liſſes & blanches, & particulièrement celui qui a les grains blancs & longs; 5.° que le *blé Breton* & le *gros blé de Sologne*, ne ſont autre choſe que du ſeigle; 6.° que le *ſoucrion* eſt l'orge à cinq ou ſix rangs, & *la paumoule*, celle à deux rangs; 7.° que l'orge polyſtique nuë, eſt celle qu'on appelle *orge à café* à Saverne & à Phalſbourg, *orge-riz* à Montbriſon, *orge du Pérou* à Thionville, à Brignoles, à Marueje, *orge d'Eſpagne* à Saverne & à Thionville, *orge de Siberie* à Florence, *ſeigle de Syrie* en Ruſſie, *froment de montagne* à Fort-avanture, une des îles Canaries, & enfin *épeautre* en Pologne.

Ce relevé de mes catalogues, m'apprend encore que le même nom eſt donné à pluſieurs plantes qui ne ſe reſſemblent point, par exemple, celui de *millet* au blé de Turquie, au millet proprement dit, au panis, à l'alpiſte & au ſarazin qu'on appelle *millet noir.*

Les réſultats que préſentent les réponſes aux queſtions imprimées, qui déjà me ſont revenues au nombre d'environ quatre-vingts, ne me paroiſſent pas moins intéreſſans à connoitre: j'en donnerai ſeulement un aperçu.

Par l'expoſé de la poſition de Grenoble & de celle de Nantes comparées, on conçoit pourquoi, aux environs de la première, on cultive le *blé de miracles*, *la touzelle*, *l'orge hexaſtique*, le *maïs*, *&c.* tandis qu'on les éleveroit difficilement aux environs de la ſeconde, quoique Nantes ne ſoit

qu'à 45^d 11' de latitude, tandis que Grenoble est à 47^d 12'; c'est que Grenoble est aux pieds des Alpes & abritée par des montagnes, & Nantes exposée à des vents de mer qui sont froids : aussi, la saison rigoureuse, à Nantes, dure-t-elle, depuis la Toussaints jusqu'à la fin du mois de Mai, & à Grenoble, seulement depuis le 1.er Décembre jusqu'à la fin de Février. La réponse à une autre question, fait connoitre qu'à Lille en Flandre, la terre végétale a de deux à quatre pieds de profondeur, qu'elle est plus argileuse que sablonneuse & toujours fraîche; aussi indépendamment du froment, de l'avoine & du lin, y cultive-t-on avec succès le colsat, le houblon & le trefle. C'est avec de la chaux éteinte & les cendres qu'on la divise, & c'est avec la fiente de pigeons, la poudrette & le fumier de cheval qu'on la réchauffe.

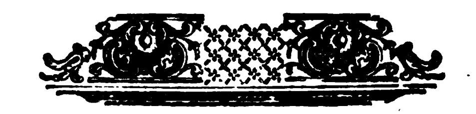
Par une autre question, je suis informé que dans la Bresse, il y a deux sortes de mesures de terre; celle des environs de Bourg, qui se nomme *couppée*, & celle depuis Maximiens & Loyes, jusqu'à Lyon, qui se nomme *bicherée*. La première contient 173 toises de roi & $\frac{11}{18}$; la seconde est le double de la *couppée*. Enfin pour ne pas citer un plus grand nombre de réponses, je n'ajouterai plus que celle-ci:

Outre la manière ordinaire de conserver les grains battus & nétoyés, on voit qu'il y a des pays où on les laisse dans leurs balles, sans les vanner ni cribler; dans d'autres, on les enferme dans la terre; dans d'autres, ils sont placés dans le centre des meules bien faites avec des bottes de paille d'orge.

On demandera peut-être quel est le véritable but de ces recherches, où elles conduiront, & quels avantages en retirera l'humanité; je répondrai que quand elles ne serviroient qu'à augmenter les connoissances, on ne pourroit les regarder comme inutiles. Mais le rapprochement de tous les objets cultivés, de toutes les pratiques employées, n'est-il pas un moyen de montrer aux cultivateurs leurs richesses & leurs ressources? N'est-ce pas

servir l'agriculture, que d'éclairer les hommes qui s'y livrent, & qui, placés dans une province, ignorent ce qui se fait dans les autres? N'est-ce pas favoriser la multiplication des végétaux utiles, que de désigner exactement ceux qui conviennent à chaque pays, selon le climat, la position & la nature du sol? Telle est du moins l'espérance dont je me suis flatté; mais comme on ne peut déterminer toutes les circonstances qui influent plus ou moins sur la végétation, & qui permettent de cultiver une plante plutôt qu'une autre, il sera encore nécessaire que les cultivateurs intelligens fassent des essais particuliers, chacun dans leur pays, afin de conserver la culture des plantes qui leur réussiront le mieux, & pour lesquelles ils auront un débouché facile. Ils me trouveront disposé à leur procurer de mes récoltes ce qu'il me sera possible de donner tous les ans. Déjà M. le baron de Montboissier & M. d'Auteroche, ont commencé dans leurs terres. Déjà l'Académie des Georgophiles de Florence a chargé M. l'abbé Zucchini de cultiver avec soin vingt-cinq sortes de fromens, sept sortes d'orges, neuf sortes d'avoines, que je lui ai fait passer. M. Maurice, à Genève, m'a demandé une collection de tous mes fromens qu'il vient de semer. M. le Comte de la Luzerne a fait essayer à Saint-Domingue quelques plantes d'Égypte, que je lui ai envoyées. M. Picot cultive en Corse tous les cotons & tous les riz que je lui ai fait parvenir.

Si ces tentatives se répètent & s'étendent, on a lieu de croire que l'agriculture y gagnera, & qu'un travail approuvé par le Roi, favorisé par ses bienfaits & honoré de son attention, tournera à l'avantage de ses sujets, & peut-être des nations étrangères.



RÉFLEXIONS

Sur la décompofition de l'eau par les fubftances végétales & animales.

Par M. LAVOISIER.

JE fuppofe que ceux qui lifent ces réflexions, fe rappellent deux faits que j'ai cherché à établir dans de précédens Mémoires, & qui forment en quelque façon la bafe de la théorie que je vais effayer d'indiquer. Ces deux faits font, premièrement, que l'air fixe eft un compofé de vingt-huit parties de charbon & de foixante-douze de bafe d'air vital ou oxygène; & c'eft cette circonftance qui m'a déterminé à le défigner fous le nom d'*acide carbonique;* fecondement, que l'eau eft le réfultat de la combinaifon de quinze parties de bafe de gaz inflammable ou hydrogène, & de quatre-vingt-cinq d'oxygène. Je ne répéterai pas ici les preuves fur lefquelles font fondés ces réfultats; elles fe multiplient de jour en jour, & ce Mémoire, lui-même, leur fervira de confirmation.

Si on prend du charbon qui ait été expofé quelque temps à l'air, qu'on l'introduife dans une cornue, & qu'on l'expofe à un feu violent, on en obtient d'abord de l'air fixe ou acide carbonique, & de l'air inflammable ou gaz hydrogène; après quoi il ne paffe abfolument rien, quelque long-temps que le feu foit continué, & à quelque degré qu'on le porte.

Le charbon perd dans cette opération une petite portion de fon poids, mais il eft toujours dans l'état de charbon, & il jouit encore de toutes les propriétés qui le caractérifent.

Si après avoir ainfi calciné du charbon dans des vaiffeaux fermés, on le laiffe expofé quelque temps à l'air, il

reprend la plus grande partie du poids qu'il avoit perdu par la calcination, & si on le calcine de nouveau, il donne encore du gaz acide carbonique & du gaz hydrogène. M. Priestley est le premier qui nous ait fait connoître ces résultats, & ils ont été confirmés depuis par un grand nombre de physiciens & de chimistes.

Si on répète successivement, sur le même charbon, un grand nombre de fois ces opérations, on s'aperçoit qu'à chaque calcination nouvelle, il perd un peu plus de son poids qu'il n'en avoit acquis par son exposition à l'air; en sorte qu'avec du temps & de la patience, on parvient à faire disparoître tout le charbon & à n'avoir plus à sa place que du gaz acide carbonique & du gaz hydrogène.

Mais une circonstance qui n'a été remarquée par aucun de ceux qui se sont occupés de ce genre d'expérience, c'est que le poids réuni du gaz acide carbonique & du gaz hydrogène, qu'on obtient par ces opérations successives, est plus que triple du poids du charbon soumis à la calcination. Or, comme une substance quelconque ne peut fournir dans une combinaison rien de plus que son propre poids, il en résulte qu'il s'ajoute quelque chose au charbon pendant son exposition à l'air: mais notre atmosphère ne contient principalement que de l'air & de l'eau; il étoit donc évident que c'étoit à l'une ou à l'autre de ces substances qu'étoit dûe l'augmentation de poids des produits.

C'est un principe, que toutes les fois que dans une expérience, plusieurs causes & plusieurs circonstances se compliquent pour produire un effet, on ne peut découvrir à laquelle de ces causes appartient l'effet, qu'en écartant successivement toutes ces causes, à l'exception d'une, & en les interrogeant, pour ainsi dire, chacune séparément. Il falloit, d'après ce principe, au lieu d'exposer à l'air libre le charbon calciné, le mettre en contact, d'un côté, avec de l'air privé d'eau, de l'autre, avec de l'eau privée d'air, & observer les changemens qui en résulteroient dans le produit de l'expérience. Je supprime le détail des opérations

auxquelles ce plan m'a conduit; je dirai ſeulement, qu'ayant expoſé du charbon calciné à de l'air parfaitement ſec, il n'a plus donné, par une nouvelle calcination, de gaz hydrogène, mais ſeulement un peu de gaz acide carbonique & de gaz azotique: lorſqu'au contraire j'ai garanti du charbon du contact de l'air, & que je l'ai imbibé avec une petite quantité d'eau, non-ſeulement la production de gaz acide carbonique & de gaz hydrogène a eu lieu de la même manière, mais elle a été plus rapide & plus abondante; & en répétant un grand nombre de fois l'opération, je ſuis parvenu à volatiliſer tout le charbon, & à n'avoir plus à la place que de l'acide carbonique aériforme & du gaz hydrogène.

La quantité de charbon que j'ai ainſi pouſſé juſqu'à deſtruction totale, étoit de trois gros; le volume total des deux airs que j'en ai obtenus, s'eſt trouvé de 2834 pouces cubiques, chacun deſquels peſoit $0^{\text{grains}}26$, c'eſt-à-dire, environ moitié de l'air de l'atmoſphère.

Ayant enſuite procédé à l'examen de cet air, *je ſuis* parvenu à en ſéparer, par l'alkali fixe cauſtique, 850 pouces

cubiques d'acide carbonique, peſant, à raiſon de $0^{\text{grains}}695$ le pouce cube....	1^{once}	0^{gros}	14^{grains}.
Il m'eſt reſté 1984 pouces d'un gaz inflammable qui brûloit avec une flamme bleue, & qui peſoit......	"	2.	2.
TOTAL..................	1	2.	16.

Le poids du pouce cube d'air inflammable pur, n'eſt que de $0^{\text{grains}}04$; celui qui m'eſt reſté, après l'abſorption, par l'alkali cauſtique peſoit $0^{\text{grains}}0748$, c'eſt-à-dire, près du double; mais je me ſuis aſſuré par des expériences très-délicates, & dont il ſeroit trop long de rendre compte, qu'il tenoit en diſſolution environ 44 grains de charbon, qu'il étoit en outre mêlé avec 24 grains d'acide carbonique qui n'en avoit point été ſéparé par l'alkali cauſtique, & que c'étoit à ces deux cauſes qu'il devoit ſon excès de peſanteur.

Il

Il n'eſt entré que 3 gros de charbon dans cette expérience, & cependant le produit aériforme s'eſt trouvé de 1 once 2 gros 16 grains; ce n'eſt donc point au charbon ſeul qu'eſt dûe la totalité de ce produit : or, comme je n'ai employé que du charbon & de l'eau, ce qui n'eſt pas dû au charbon eſt néceſſairement dû à l'eau; donc le mélange de gaz acide carbonique & de gaz hydrogène que j'ai obtenu, & qui peſoit 1 once 2 gros 16 grains, étoit compoſé de 7 gros 16 grains d'eau & de 3 gros de charbon.

Maintenant, ſi on ſubſtitue, dans le produit aériforme que j'ai obtenu, au gaz acide carbonique, ſa valeur, à raiſon de 28 parties de charbon & de 72 d'oxygène, on aura:

Acide carbonique compoſé de	oxygène.....	6 gros	10 grains	1 once	0 gros	38 grains.
	charbon.....	2.	28			
Gaz hydrogène........					1.	6.
Charbon tenu en diſſolution dans le gaz hydrogène..					″	44.
TOTAL.......				1.	2.	16.

Si de ce réſultat, on déduit les trois gros de charbon employés dans l'expérience, il reſtera:

Oxygène.............	6 gros	10 grains
Gaz hydrogène pur......	1.	6.
TOTAL.......	7.	16.

ce qui revient exactement au poids de l'eau, & ce qui confirme encore que cette ſubſtance, regardée juſqu'ici comme un élément, eſt un compoſé de 85 parties d'oxygène & de 15 parties d'hydrogène, comme nous croyons l'avoir précédemment démontré, M. Meuſnier & moi. *Voyez Mémoires de l'Académie, année 1781, pages 269 & 468.*

Ce n'eſt donc point, à proprement parler, l'analyſe du charbon qu'on fait dans cette expérience, c'eſt réellement

l'analyse de l'eau; & il en résulte seulement une preuve, que l'oxygène a plus d'affinité avec le charbon quand il est rouge & embrasé qu'avec le gaz hydrogène, comme nous l'avons déjà annoncé.

Cette expérience, dans laquelle il n'entre que deux substances, m'a éclairé sur des distillations beaucoup plus compliquées, dans lesquelles on obtient également des quantités très-considérables de gaz acide carbonique & de gaz hydrogène. J'ai refait, sous ce point de vue, quelques-unes des principales expériences rapportées par le docteur Halles dans sa Statique des végétaux. J'ai soumis à la distillation, dans un appareil pneumato-chimique, des plantes, des bois de plusieurs espèces, & j'ai observé premièrement, que dans toutes ces distillations on obtenoit un mélange de gaz acide carbonique & de gaz inflammable. Secondement, que la quantité du produit aériforme varioit beaucoup, suivant l'espèce de végétal soumis à la distillation, & suivant surtout la manière dont on conduisoit la distillation. Troisièmement, que dans un grand nombre de végétaux, la proportion de gaz acide carbonique & de gaz hydrogène étoit à peu-près constante; qu'elle étoit d'un peu plus de deux parties de gaz hydrogène carbonisé contre une d'acide carbonique, c'est-à-dire, que la nature des produits aériformes & leur proportion étoit à peu-près la même que dans une simple distillation d'eau & de charbon. Quatrièmement, qu'il n'en étoit pas de même dans les végétaux qui contiennent de l'huile toute formée; que dans la distillation de ces derniers, il se dégageoit un excès très-considérable de gaz hydrogène qui n'étoit pas dû à la décomposition de l'eau, mais à celle de l'huile elle-même.

Une conformité aussi grande dans les résultats, annonçoit une identité dans la cause qui les produisoit, & je n'ai plus douté dès-lors qu'une grande partie du gaz hydrogène & du gaz acide carbonique qui se dégageoit lorsqu'on distille les végétaux à feu nu, ne fussent un effet de la décomposition de l'eau; que la matière charbonneuse ne fût

toute formée dans les végétaux, comme je l'avois annoncé dès 1778, & je n'ai plus vu dans la décomposition des végétaux par le feu, qu'un jeu de l'affinité de l'oxygène qui entre dans la composition de l'eau, & qui quitte le gaz hydrogène pour s'unir au charbon & former de l'acide carbonique.

Quoique ces conséquences me parussent étroitement liées avec les faits, & que le raisonnement ne me parût pas pouvoir les attaquer, je n'ai pas cru cependant devoir les adopter sans les avoir encore confirmées par de nouvelles expériences; & voici le raisonnement que j'ai fait. Si le gaz hydrogène & le gaz acide carbonique que donnent les végétaux par la distillation, proviennent réellement de la décomposition de l'eau par le charbon; si, comme je l'ai fait voir ailleurs, le charbon n'est susceptible d'opérer la décomposition de l'eau qu'à un degré de chaleur fort supérieur à celui de l'eau bouillante, il en résulte que si on enlève aux végétaux, par une chaleur douce & long-temps continuée, la plus grande partie de l'eau qui entre dans leur combinaison, ils ne doivent plus donner, lorsqu'on les distillera ensuite à feu nu, de gaz acide carbonique ni de gaz hydrogène, ou au moins que la quantité en doit être considérablement diminuée; que si au contraire on les expose tout d'un coup à un feu brusque, en sorte que la partie charbonneuse soit à nu & suffisamment échauffée avant que l'eau ait eu le temps de se dégager, on obtiendra un produit aériforme beaucoup plus abondant. L'expérience n'a pas démenti ce que la théorie m'avoit annoncé: des copeaux de bois exposés à une chaleur vive & brusque, m'ont donné, comme M. Priestley l'avoit déjà observé, des produits aériformes très-abondans, parce que la matière charbonneuse a été portée à l'incandescence avant que l'eau ait eu le temps de se dégager; lorsqu'au contraire je n'ai employé qu'un feu doux & long-temps continué, que je ne l'ai haussé que successivement & par degrés, il a passé de l'eau dans la distillation, les copeaux se sont complétement desséchés; & lorsqu'ensuite j'ai augmenté l'intensité du feu,

je n'ai presque point obtenu de gaz acide carbonique & beaucoup moins de gaz hydrogène.

Le concours de l'eau est donc, à un petit nombre d'exceptions près, indispensablement nécessaire pour obtenir des végétaux, lorsqu'on les décompose par le feu, du gaz acide carbonique, & la quantité qu'on en obtient est d'autant plus abondante, que les végétaux contiennent plus d'eau, dans l'instant où la matière charbonneuse approche de devenir incandescente; nouvelle preuve que le gaz acide carbonique & une grande partie du gaz hydrogène qu'on obtient des végétaux, sont un résultat de la décomposition de l'eau, & que la totalité du premier de ces produits, & au moins une grande partie du second, n'existoient pas dans les végétaux au moins sous cette forme avant qu'on les soumît à la distillation.

Ces expériences, ou plutôt les conséquences naturelles qui en résultent, renversent entièrement le système que le docteur Halles, & après lui, un grand nombre de *physiciens* s'étoient formé sur la constitution des végétaux. On s'étoit persuadé, d'après la quantité énorme des fluides élastiques qui s'en dégagent lorsqu'ils se résolvent dans leurs principes, que l'air étoit le ciment des corps, que c'étoit lui qui lioit entr'elles les molécules des autres élémens. Nous voilà aujourd'hui forcés de reconnoître que cet air fixe l'acide carbonique auquel on faisoit jouer un si grand rôle, n'existe pas même dans les végétaux, & qu'il est un produit, un résultat de la distillation; en sorte que les anciens supposoient dans les végétaux ce qui n'y est pas, tandis qu'ils n'y reconnoissoient pas le charbon tout formé, qui cependant y existe.

Quelques chimistes modernes ont regardé les acides végétaux & animaux, tels que l'acide tartareux, l'acide saccharin ou oxalique, l'acide acéteux, l'acide formique, &c. comme des composés d'acide carbonique & d'hydrogène dans différentes proportions, parce qu'en effet ces acides distillés à feu nu donnent une grande quantité de ces deux airs; mais des expériences analogues à celles que

je viens de rapporter, me portent à croire que ces acides, comme toutes les ſubſtances végétales, ne contiennent point d'acide carbonique tout formé, ou au moins qu'ils n'en contiennent qu'en très-petite quantité; que celui qu'on en obtient par voie de diſtillation eſt également un réſultat de la décompoſition de l'eau par la matière charbonneuſe, qui eſt un de leurs principes conſtituans.

Cet article exige un peu plus de développement, & pour le rendre plus intelligible, je citerai l'exemple du ſucre, celle de toutes les ſubſtances végétales ſur laquelle j'ai fait un plus grand nombre d'expériences.

L'analyſe la plus rigoureuſe n'y découvre en dernier réſultat que de l'eau & du charbon, autrement dit, que de l'oxygène de l'hydrogène & du carbone; la très-petite quantité des autres principes qui peuvent y être contenus, ne paroît pas être eſſentielle au ſucre, elle ne forme pas une de ſes parties conſtituantes: mais le point important ſeroit de connoître l'ordre dans lequel ces principes ſont combinés entr'eux, & voici l'idée que je m'en forme. Il paroît d'abord qu'il y a dans le ſucre une portion d'oxygène & d'hydrogène combinés dans l'état d'eau, qui n'eſt pas eſſentielle à la conſtitution du ſucre, & qui forme en quelque façon ſon eau de criſtalliſation; mais le ſucre contient en outre une grande quantité d'oxygène & d'hydrogène unies au carbone, & qui paroiſſent former une combinaiſon triple. Cette combinaiſon qui s'opère par la végétation, & que l'art ne paroît pas avoir encore imité, eſt très-commune dans le règne végétal; elle eſt en général connue ſous le nom de *corps ſucré, de corps muqueux, &c.* Le charbon eſt dans un excès conſidérable dans ce genre de combinaiſon; à l'égard de l'hydrogène & l'oxygène, ces deux principes y ſont à peu-près dans la proportion néceſſaire pour conſtituer de l'eau; il y a ſeulement un léger excès d'oxygène. Ainſi quoique le ſucre, & en général les matières végétales, contiennent les matériaux de l'acide carbonique, ceux de l'huile & ceux de l'eau, elles ne contiennent réellement aucune de ces

subſtances toute formée, parce que ces principes n'y ſont point combinés deux à deux, mais comme je l'ai déjà dit, qu'ils y forment une combinaiſon triple.

Cela poſé, il eſt aiſé de prévoir les différens genres d'altérations que doit éprouver le ſucre dans diverſes circonſtances; ces altérations peuvent avoir lieu, ſoit par ſouſtraction, en tout ou en partie, de quelques-uns de ces principes, ſoit par addition; & je me ſuis convaincu que dans tous les cas, le réſultat de l'expérience s'accorde parfaitement avec la théorie. Je vais en citer quelques exemples.

Si on échauffe lentement du ſucre, en obſervant de ne lui faire éprouver qu'une chaleur peu ſupérieure à celle de l'eau bouillante, l'oxygène & l'hydrogène qui formoient avec le carbone une combinaiſon triple, ſe réuniſſent pour former de l'eau; cette eau paſſe dans la diſtillation en enlevant avec elle, 1.° le léger excès d'oxygène que contenoit le ſucre; 2.° un peu de carbone & d'hydrogène qui s'y combinent, & il en réſulte un acide huileux très-flegmatique, que les auteurs modernes ont nommé *acide ſirupeux*, & que nous avons déſigné dans notre nouvelle nomenclature ſous le nom d'*acide pyro-mucique*. Cet acide eſt accompagné 1.° d'une très-petite portion d'huile libre qui réſulte également de la combinaiſon de l'hydrogène & du carbone; 2.° d'un peu de gaz acide carbonique, réſultant de la décompoſition d'une petite portion d'eau par le carbone; 3.° d'un peu de gaz hydrogène tenant du carbone en diſſolution: enfin il reſte dans la cornue du charbon pur ou carbone, qui forme environ moitié du poids du ſucre.

Les phènomènes ſont fort différens, ſi, au lieu d'une chaleur douce, on emploie une chaleur bruſque: alors une beaucoup plus grande quantité d'oxygène s'unit avec le carbone; une beaucoup plus grande quantité d'acide carbonique eſt formée; enfin, une beaucoup plus grande quantité de gaz hydrogène libre s'échappe en emportant avec lui du carbone en diſſolution. On peut même augmenter le produit en acide carbonique & en gaz hydrogène,

pour ainsi dire, à volonté, en recohobant sur le charbon l'eau & l'acide pyro-mucique qui ont passé dans la distillation; & en recommençant un grand nombre de fois cette cohobation, on finit par tout convertir en charbon, en gaz acide carbonique & en gaz hydrogène carbonisé, sans qu'il reste aucune apparence d'huile, ni d'eau, ni d'acide pyro-mucique.

Si, au lieu d'enlever ainsi à la fois au sucre l'oxygène & l'hydrogène, comme on le fait par voie de distillation, on pouvoit trouver un procédé pour ne lui enlever que l'oxygène, il resteroit alors de l'hydrogène & du carbone, c'est-à-dire, de l'huile, & l'on résoudroit un des plus intéressans problèmes de l'analyse végétale, la conversion du sucre & des substances analogues en huile; problème que je ne regarde pas comme impossible à résoudre.

Mais c'est sur-tout par addition qu'on peut le plus aisément changer la proportion des principes qui composent le sucre: si on l'oxygène, soit par l'acide nitrique, soit par l'acide muriatique oxygéné, ou par quelqu'autre procédé que ce soit, on le convertit en un acide dont la nature varie suivant la proportion de carbone, d'hydrogène & d'oxygène qui s'établit, & qui est ou tartareux, ou oxalique, ou malique, ou acéteux.

Loin que cette propriété de former des acides soit particulière au sucre quand on l'oxygène, elle est au contraire commune à presque toutes les substances animales & végétales, comme l'ont fait voir, principalement pour l'acide oxalique, M.rs Schéele & Berthollet; non pas que ces acides y soient réellement contenus antérieurement à l'oxygénation, comme ils l'ont supposé; mais le carbone & l'hydrogène entrant dans la composition de toutes les substances animales & végétales, & à peu-près dans la proportion nécessaire pour constituer l'acide oxalique, il en résulte qu'on ne peut les oxygéner sans former une quantité plus ou moins grande de cet acide.

L'esprit-de-vin, comme je l'ai fait voir, *Mém. de l'Acad.*

année 1784, page 593, eſt compoſé d'hydrogène, de carbone & d'eau, à la différence des huiles qui contiennent les mêmes principes (l'hydrogène & le carbone), mais dans une proportion un peu différente & privés d'eau. Il n'eſt donc point étonnant qu'en oxygénant l'eſprit-de-vin, on détruiſe la partie ſpiritueuſe, qu'il ſe produiſe de l'eau, & qu'on forme en même temps de l'acide acéteux & de l'acide oxalique. M. Berthollet me paroît donc s'être trompé, lorſqu'il a conclu que ces acides exiſtoient tout formés dans l'eſprit-de-vin; cette liqueur ſpiritueuſe n'en contient que les radicaux, & les acides eux-mêmes ſont formés par l'acte de l'oxygénation.

Toutes ces réflexions s'appliquent également aux matières animales comme aux végétales: ces ſubſtances ſont également le réſultat d'une combinaiſon triple d'oxygène, d'hydrogène & de carbone; elles ne contiennent ni eau, ni acide carbonique, ni huile toute formée, mais elles en contiennent tous les élémens. Le moindre degré de chaleur, pourvu qu'il ſoit un peu ſupérieur à celui de l'eau bouillante, ſuffit pour réunir l'oxigène & l'hydrogène, l'hydrogène & le carbone, & pour former de l'huile & de l'eau; mais auſſi les phénomènes ſe compliquent un peu davantage, parce qu'il exiſte, comme M. Berthollet le démontre, un quatrième principe dans les matières animales, l'azote, qui, avec l'hydrogène, forme de l'alkali volatil ou ammoniac. L'obſervation qu'a faite M. Fourcroy, de la converſion de la partie muſculaire des animaux, en graiſſe, après un laps de temps très-conſidérable, dans les cimetières, vient à l'appui de cette théorie; l'oxygène a été ſouſtraite par une circonſtance quelconque, & il n'eſt reſté que de l'hydrogène & du carbone, qui ſont les matériaux qui compoſent la graiſſe.

Je ſuis bien éloigné de vouloir inférer de ces réflexions, qu'il n'exiſte pas de l'huile toute formée dans les animaux & dans les végétaux: les graiſſes ſe montrent à nu & toutes ſéparées dans les animaux; on les extrait à froid, & par

par simple expression des substances végétales ; enfin les huiles essentielles de la plupart des plantes s'évaporent d'elles-mêmes & se répandent dans l'air par la seule chaleur de l'atmosphère. Il n'est donc ici question que des huiles empyreumatiques, de celles qu'on obtient par voie de distillation, du bois, de toutes les parties des plantes, des chairs, des matières animales, de la corne de cerf, &c. La Nature ne forme point ces huiles, elle ne fait qu'en préparer les matériaux; & c'est l'art qui, à l'aide de la chaleur, achève l'ouvrage commencé par la Nature.

On objectera peut-être que si cette explication étoit vraie, on devroit obtenir de l'huile en recohobant de l'eau sur du charbon; & en effet, dans cette opération, le carbone décompose l'eau, il lui enlève son oxygène pour former de l'acide carbonique; alors l'hydrogène qui devient libre, se trouve en contact avec le carbone, & il semble qu'il devroit se combiner avec lui & former de l'huile. Cette objection m'avoit d'abord paru sérieuse, mais la réflexion a bientôt dissipé ce qu'elle m'avoit d'abord présenté d'imposant. On ne peut conclure qu'un effet arrivera constamment, qu'autant que les circonstances dans lesquelles il a coutume de se produire, seront absolument les mêmes, & c'est ici que ce principe trouve son application. Quoique de l'eau & du charbon contiennent tous les mêmes principes que le sucre, de l'eau & du charbon ne sont cependant pas du sucre & j'en ai déjà donné la raison; c'est que le sucre est une combinaison triple de carbone, d'oxygène & d'hydrogène, & que le mixte n'est plus le même, dès que les principes se sont combinés deux à deux. Or il ne faut qu'un degré de chaleur très-médiocre pour détruire la combinaison triple, & à ce degré il peut se former de l'huile: il n'en n'est pas de même de la décomposition de l'eau par le charbon, elle ne peut avoir lieu qu'à une chaleur rouge; & non-seulement cette chaleur est supérieure à celle nécessaire pour former les huiles, mais elle suffit même pour les décomposer. Il n'est donc pas étonnant qu'il se

forme de l'huile dans la décompoſition du ſucre qui ſe fait à un feu doux, & qu'il ne s'en forme pas dans la décompoſition de l'eau par le charbon qui exige un feu vif.

Je ne ſuivrai pas ici le détail des altérations qu'on peut faire ſubir à l'eſprit-de-vin & à quelques autres ſubſtances végétales, quand on les oxygène; je dois attendre que mes expériences ſoient encore plus complètes : je dirai ſeulement que quand on oxygène de l'eſprit-de-vin, il commence par ſe former de l'eau par l'union de ſon hydrogène avec l'oxygène qu'on y ajoute; qu'en conſéquence la proportion qui exiſtoit entre l'hydrogène & le carbone conſidérés comme parties conſtituantes de l'eſprit-de-vin, change, & que c'eſt à cette altération dans les proportions, qu'eſt dûe d'abord la formation de l'éther, & quand l'oxigénation eſt portée plus loin, celles de l'acide oxalique, de l'acide acéteux, &c. Le travail que j'ai entamé à cet égard, ſeroit déjà achevé, ſi je n'avois été arrêté par des exploſions dangereuſes qui arrivent dans la combuſtion de l'éther, & qui m'ont empêché d'en faire l'analyſe par combuſtion, comme j'avois fait précédemment celle par l'eſprit-de-vin.

J'ai déjà fait obſerver, qu'entre les trois principes qui entrent dans la compoſition des végétaux & des animaux, le carbone étoit en excès; & c'eſt probablement la principale cauſe de l'action que ces ſubſtances exercent ſur l'eau : le carbone, qui eſt en excès, attaque l'oxigène de l'eau, & forme de l'acide carbonique; en même temps, une portion d'hydrogène correſpondante, qui eſt devenue libre, ſe dégage, ou bien elle ſe recombine avec du charbon, pour former de l'huile; enfin, dans les matières animales, elle ſe combine avec l'azote, & forme de l'ammoniaque. M. Berthollet a déjà développé ces phénomènes, à l'égard de la fermentation putride, qui n'eſt autre choſe qu'une décompoſition de l'eau par les ſubſtances animales & végétales. Je me propoſe de donner, très-inceſſamment, & dans un grand détail, tout ce qui concerne la fermentation ſpiritueuſe.

Qu'il me soit permis, avant de quitter cet objet, de faire observer qu'il y a quatre manières principales d'oxygéner les substances végétales & animales : on peut les oxygéner par la combustion à l'air libre ; par la distillation à feu nu, à l'aide de l'eau qu'ils contiennent ; par une fermentation quelconque, vineuse ou putride ; enfin, par leur combinaison avec les acides auxquels l'oxygène tient peu, tels que l'acide nitrique ou l'acide muriatique oxygéné. Ces trois genres d'oxygénation produisent des effets analogues, avec cette différence seulement, que dans l'oxygénation par l'air, il y a dégagement de calorique ; dans celle par l'eau, il y a dégagement d'hydrogène ; dans celle par l'acide nitrique, il y a dégagement de gaz nitreux. On peut donc dire que la combustion est une oxygénation, & réciproquement, que l'oxygénation par l'eau & par les acides, est une sorte de combustion : j'adopterois volontiers cette dernière manière de parler, & je serois très-porté à admettre en chimie deux espèces de combustion, l'une par l'air, accompagnée d'éclat & de lumière ; l'autre, paisible, qui se fait par la décomposition de l'eau & par celle des acides : je nommerois la première, *combustion ardente*, & la seconde, *combustion obscure*. Je m'attends bien que ce nouveau langage ne sera pas adopté sans quelques contradictions ; mais je prie les lecteurs de considérer, qu'à mesure que la science se perfectionne, il est indispensable d'en modifier & d'en perfectionner le langage. La chimie ne forme pas encore, à proprement parler, comme les mathématiques, un corps de science : les faits lui ont été fournis de toutes mains, & se sont accumulés sans ordre ; ce sont des matériaux qu'il faut débrouiller, qu'il faut classer, pour en former l'édifice.

Je voudrois qu'il me fût permis de m'arrêter à faire voir ici la liaison qui existe entre les idées, les expériences & les mots ; comment les sciences physiques doivent marcher, en quelque façon, toujours sur trois colonnes qui ne doivent présenter qu'un seul front ; comment la science

ne peut ſe perfectionner ſans le langage, ni le langage ſans la ſcience : ces vérités ont été profondément ſenties par le ſavant Magiſtrat qui s'eſt chargé de la partie chimique de l'Encyclopédie, & l'on ne peut douter que la nomenclature qu'il a adoptée, la clarté & la ſimplicité qu'elle a portées dans la ſcience, n'aient beaucoup contribué aux progrès rapides qu'elle fait dans ce moment. Un des premiers principes de la logique & de la grammaire des ſciences, eſt d'exprimer par un ſeul mot, autant qu'il eſt poſſible, ce qui a été une fois analyſé, décrit & défini ; de claſſer ſous une dénomination commune toutes les opérations, toutes les ſubſtances analogues, & de les différencier enſuite par une épithète : c'eſt en ſuivant ces principes, que je me crois permis de donner le nom générique de *combuſtion* à toute opération où il y a combinaiſon de carbone & d'oxygène, & peut-être en général à toute oxygénation, & à différencier enſuite les diverſes combuſtions, par les circonſtances qui accompagnent cette combinaiſon.

J'adopterai d'autant plus volontiers cette diſtinction de *combuſtion ardente* & de *combuſtion obſcure*, que nous ſommes déjà forcés d'en admettre une ſemblable à l'égard de la chaleur, & de diſtinguer, avec Schéele, la chaleur ardente & la chaleur obſcure.

Je terminerai ce Mémoire par quelques réflexions relatives à la végétation. Toutes les fois qu'on ſe propoſe de décompoſer une ſubſtance formée de la réunion de deux principes, on peut attaquer ſéparément l'un ou l'autre de ces principes ; c'eſt ce qu'exprimoient les anciens chimiſtes, lorſqu'ils diſoient que les mixtes ont différens côtés, différens *latus*, & que les combinaiſons ſe forment par les *latus* analogues. L'eau étant compoſée de deux ſubſtances, l'oxygène & l'hydrogène, elle eſt ſuſceptible d'être décompoſée par l'un ou l'autre de ces *latus*. Dans toutes les combuſtions, ſoit ardentes, ſoit obſcures, c'eſt principalement par le *latus* de l'oxygène que s'opère la

décompoſition; mais il eſt une opération de la Nature, dans laquelle cette même décompoſition s'opère par le *latus* oppoſé, ou plutôt, par une double affinité, c'eſt la végétation.

Pour ſe faire une idée de ce qui ſe paſſe dans cette grande opération, que la Nature ſembloit avoir environnée juſqu'ici d'un voile épais, il faut ſavoir qu'il ne peut y avoir de végétation ſans eau & ſans acide carbonique: ces deux ſubſtances ſe décompoſent mutuellement dans l'acte de la végétation, par leur *latus* analogue; l'hydrogène quitte l'oxygène pour s'unir au charbon, pour former les huiles, les réſines, & pour conſtituer le végétal; en même temps, l'oxygène de l'eau & de l'acide carbonique ſe dégage en abondance, comme l'ont obſervé M.[rs] Prieſtley, Inguenhouz & Sennebier, & il ſe combine avec la lumière, pour former du gaz oxygène.

Je ne fais qu'annoncer cette théorie, dont je ne ſuis pas encore en état de développer les preuves, & qui d'ailleurs ne préſente pas encore à mes yeux des réſultats évidens: ce ne ſera que l'année prochaine que je pourrai répéter les premières expériences que j'ai faites à ce ſujet, les rapprocher de celles de M.[rs] Prieſtley, Inguenhouz & Sennebier, & en ajouter quelques autres que je médite.

Nota. Ce Mémoire a été lû & dépoſé avant que nous nous fuſſions occupés, M.[rs] de Morveau, Berthollet, de Fourcroy & moi, de l'ouvrage que nous avons publié depuis, ſous le nom d'*Eſſai d'une nouvelle Nomenclature chimique;* mais en l'envoyant à l'impreſſion, j'ai cru devoir y introduire les nouvelles dénominations que nous avons adoptées.



MÉMOIRE

Sur la nature de la ſubſtance ſaline acide que l'on retire de la cerise, de la groſeille, de la pêche, de l'abricot, de la framboiſe, de la mûre, de la pomme, de la poire, de l'épine-vinette & de la grenade.

Par M.rs DE LASSONE & CORNETTE.

Aſſemblée publique d'après Pâques 1786.

QUOIQUE le travail dont nous allons rendre compte, n'offre rien que de très-ſimple en lui-même, & paroiſſe au premier coup-d'œil peu intéreſſant & peu ſuſceptible d'attention, nous avons cru néanmoins que dans un moment où toutes les parties de la phyſique ſont cultivées avec tant de ſuccès, où les découvertes dans tous les genres ſe ſuccèdent ſi rapidement, nous pouvions porter notre attention ſur des objets ſimples, familiers à toutes les claſſes des citoyens; perſuadés qu'on nous ſauroit quelque gré d'avoir dirigé nos recherches ſur des ſubſtances que l'on ſert journellement ſur nos tables, qui, dans la ſaiſon, ſervent, pour ainſi dire, d'alimens au peuple, & dont une partie des principes qu'ils contiennent, n'eſt pas encore parfaitement bien connue.

Occupés depuis long-temps de l'analyſe du règne végétal, & plus particulièrement de l'examen des fruits fondans, nous avons cherché à connoître non-ſeulement les différens phénomènes qui ſe paſſoient pendant leur fermentation ſpiritueuſe, & l'eſpèce de vin que chacun d'eux pouvoit fournir; mais nous nous ſommes ſpécialement attachés à nous procurer la partie ſaline & à en découvrir la nature.

L'étendue de ce travail ne nous permettant pas d'entrer dans un long détail ſur tous ces points, nous paſſerons légèrement ſur le premier, déjà connu en partie des

chimistes, & nous nous arrêterons davantage sur le second qui a le plus fixé notre attention, & qui fait le sujet de ce Mémoire.

Pour établir plus d'ordre & de précision, ces fruits seront divisés en deux manières, en fruits acides & en fruits doux, parce que ces derniers contenant davantage de matière sucrée & de mucilage, il nous a paru qu'ils ne devoient pas être confondus avec les autres.

Nous nous sommes procuré une certaine quantité de chacune des espèces de fruits bien mûrs, que nous avons désignés au titre de ce Mémoire; ces fruits ont été écrasés dans des terrines de grès, & délayés chacun avec une certaine quantité d'eau: ces liqueurs filtrées ont été divisées en deux parties; la première, contenue dans des terrines de grès, désignées chacune avec des numéros indicatifs, a été exposée à la cave. Notre intention, en adoptant ce procédé, étoit de favoriser à la longue la précipitation de la matière saline; quelques jours après, ces liqueurs se couvrirent de moisissure à la surface, & au bout d'un mois, il s'étoit formé dans les vaisseaux qui contenoient le suc des fruits doux, une pellicule épaisse, semblable à une gelée: ils avoient laissé déposer beaucoup de terre & de matière muqueuse; ce qui nous obligea de les refiltrer de nouveau, & de répéter plusieurs fois, dans le cours de cette expérience, la même opération. Les sucs acides s'étoient également couverts de moisissure; mais nous ne trouvames point à leur surface cette croûte gelatineuse, comme nous l'avions observée aux fruits doux, & à peine, dans ce même espace de temps, avoient-ils fait quelque dépôt. Le suc de Berbéris seulement avoit laissé précipiter un sel déjà connu par Simon Poli, & dont nous parlerons ci-après; les autres sucs du même genre en donnèrent plus tard, & la petite portion de sel qui s'étoit précipitée, étoit tellement confondue avec la terre & la partie mucilagineuse, que son extraction en fut très-difficile.

Les liqueurs filtrées des fruits doux, mises de nouveau

à la cave, présentèrent les mêmes phénomènes dont nous venons de parler; moisissure à la surface, précipitation de terre & de matière muqueuse, tout eut également lieu, & malgré nos soins, nous ne pumes de cette manière obtenir le sel essentiel de ces fruits.

L'autre portion de ces sucs que nous avions séparée, fut divisée en deux parties; l'une fut saturée avec de l'alkali fixe, & l'autre avec de l'alkali minéral. Nous ne parlerons pas de l'effervescence qui s'est passée pendant leur combinaison; elle fut vive avec les fruits acides, mais nulle ou presque nulle avec les fruits doux. Ces liqueurs épaissies, en consistance de sirop clair, & exposées dans un endroit frais, ne donnèrent aucuns cristaux salins; la liqueur sans doute trop épaisse, ne put en faciliter le rapprochement, & nous ne retirames par ce procédé aucune espèce de sel: mais ayant versé du vinaigre distillé sur chacun de ces mélanges, dans la vue de décomposer le sel neutre qui s'étoit formé, nous observames que les sucs des fruits acides avoient perdu leur transparence; & quelque temps après, ils avoient laissé déposer une très-petite quantité de matière saline dont nous examinerons ailleurs les propriétés.

Les sucs des fruits doux ne parurent point altérés par leur mélange avec le vinaigre; leur consistance épaisse & leur viscosité s'étoient opposées à la précipitation de la partie saline: aussi ne se forma-t-il, au fond des vaisseaux qui les contenoient, aucun dépôt salin. Peut-être, en les faisant chauffer jusqu'à l'ébullition, aurions-nous pu avoir plus de facilité à nous en procurer; mais notre crainte, en détruisant le mucilage, d'altérer la partie saline, nous fit renoncer à ce moyen.

Nous ne fumes pas plus heureux en nous servant de ces liqueurs fermentées. Depuis long-temps nous nous étions occupés des moyens de faire du vin avec chacun de ces fruits, & nous étions convaincus, d'après plusieurs expériences, qu'ils ne se comportoient pas tous de même pendant leur fermentation vineuse; que les sucs des fruits acides, moins chargés de corps muqueux, de matière

matière ſucrée, & plus ſalins que les autres, laiſſoient dépoſer plus promptement & plus aiſément leur ſel; mais auſſi que comparables en quelque ſorte au raiſin à demi-mûr, ils exigeoient, pour être convertis en vin paſſable, ſelon la remarque de Juncker, l'addition du ſucre : obſervation confirmée depuis par M. Baumé, tandis que le ſuc des fruits doux plus muqueux, plus chargé de matière ſucrée, & par conſéquent plus fermenteſcible, donnoit du vin ſans addition, mais fourniſſoit plus difficilement leur ſel, & ne le laiſſoit dépoſer qu'après la deſtruction totale du mucilage. Nous eſpérions cependant que leur viſcoſité ayant été ainſi atténuée, & en grande partie détruite par la fermentation vineuſe, la partie ſaline ſe précipiteroit plus aiſément. Nous ne tardames pas à apercevoir que la fermentation n'agiſſoit pas auſſi efficacement ſur ces ſucs que ſur celui du raiſin; que ſans doute moins riches en matière ſucrée & auſſi moins abondans en eſprit ardent, il y reſtoit une plus grande quantité de mucilage non altéré; car ayant expoſé ces liqueurs à l'air, non-ſeulement elles ne laiſsèrent point précipiter de ſel, mais il ſe forma au bout de quelque temps à leur ſurface, notamment du cidre & de la poirée, une pellicule gelatineuſe aſſez épaiſſe: circonſtance qui nous a paru propre à expliquer pourquoi les perſonnes dont l'eſtomac eſt foible & délicat, ne peuvent pas s'habituer à l'uſage de cette boiſſon.

Peu ſatisfaits juſqu'ici de nos expériences, nous réſolumes de tenter un autre procédé. Nous étions autoriſés à croire que la ſubſtance ſaline, dans les ſucs de ces fruits bien mûrs, étoit tellement enveloppée par le corps muqueux, que l'on ne pouvoit la retirer ſans de grandes difficultés, & même ſans la décompoſer en partie; & que la fermentation vineuſe ne pouvant le faire en quelque ſorte qu'au détriment de la partie ſaline contenue en petite quantité dans ces fruits, ce moyen devoit être rejeté.

Nous penſames que nous remplirions mieux notre objet avec des fruits à demi-mûrs, ſur-tout en n'employant point

pour extraire la partie ſaline le ſecours de la chaleur, dans la crainte que l'action de cet agent n'en altérât la nature.

Nous nous procurames, chacun dans leur temps, une ſuffiſante quantité de ces fruits encore verds dont nous fimes extraire le ſuc : ces liqueurs filtrées ſur le champ, furent conſervées dans des bouteilles de verre; elles furent toutes couvertes d'huile & placées l'une & l'autre à la cave. Notre but principal, en adoptant ce procédé, étoit d'avoir la partie ſaline de ces fruits plus à nud, plus exempte de mucilage, & d'éviter en même temps les altérations qu'ils n'auroient pas manqué d'éprouver, s'ils euſſent été placés dans un autre lieu. Notre deſſein étoit de les expoſer à la gelée & de les concentrer comme le vinaigre; ce degré de froid devoit produire un double avantage, celui non-ſeulement de rapprocher les ſucs, & d'en faciliter, ſans aucune altération la précipitation de la matière ſaline, mais un autre non moins important, celui de détruire la partie muqueuſe; car nous nous ſommes aſſurés pluſieurs fois que les ſubſtances de ce genre ne réſiſtoient pas au froid, & que les mucilages expoſés à la gelée étoient détruits & altérés dans leur principe.

La ſaiſon étant devenue favorable, nous avons profité des premiers froids de l'hiver dernier, pour faire les expériences que nous avions projetées; ces ſucs expoſés à cette température, ne tardèrent pas à ſe geler, & nous eumes ſoin de retirer ſur chacun d'eux la glace à meſure qu'elle ſe formoit. Lorſqu'ils furent diminués environ des trois quarts, nous aperçumes qu'il s'étoit fait au fond de quelques terrines, principalement de celles qui contenoient les ſucs des fruits acides, un dépôt ſalin; le même effet eut lieu quelque temps après ſur la poire & ſur la pomme; mais les ſucs de pêches & d'abricots, ſans doute plus aqueux & moins ſalins, exigèrent un plus grand rapprochement, & laiſſèrent de même dépoſer leur ſel, en moindre quantité à la vérité que les autres ſucs.

Ce ſel ainſi dépoſé, étoit chargé de la matière colorante

& extractive de ces fruits ; mais par des lotions réitérées dans l'eau froide & même dans l'esprit-de-vin, nous sommes parvenus à le dépouiller des matières étrangères qui le coloroient & qui en altéroient la pureté.

Ces différens sels examinés chacun séparément, nous ont offert les résultats suivans ; ils étoient acides, rougissoient les teintures bleues des végétaux, se dissolvoient difficilement dans l'eau, faisoient effervescence avec les alkalis, & formoient avec eux des sels susceptibles de cristallisation ; ils nous ont donné du sel de Seignette avec l'alkali minéral, & du sel végétal avec l'alkali fixe ; ils brûloient sur les charbons ardens, répandoient une odeur particulière à la crême de tartre, & enfin comme elle ils étoient rendus solubles dans l'eau par l'intermède du borax : découverte faite par M. le Fevre, médecin à Uzès, & dont l'un de nous (M. Lassone) dès l'année 1755, a développé la théorie, & a indiqué dans ce temps les propriétés de cette nouvelle combinaison.

Nous ne sommes pas les premiers qui ayons reconnu la préexistence de la crême de tartre dans quelques-uns des fruits dont nous venons de parler : Simon Poli l'avoit trouvée dans l'épine-vinette, & M. Rouelle dans la poire. Nous nous faisons un devoir & un plaisir de rendre un hommage public à la mémoire de ce dernier, dont le nom sera toujours époque dans les fastes de la chimie.

Notre principal objet, en présentant les expériences dont nous venons de rendre compte, n'a point été de déterminer au juste la quantité de crême de tartre que pouvoit contenir chaque espèce de fruit; il nous suffisoit de démontrer dans chacun d'eux l'existence de ce sel, & de prouver qu'il étoit identique dans tous.

Nous ferons observer que pour obtenir des résultats fixes & constans, il est essentiel d'opérer sur une certaine quantité de fruits ; car dans la plupart, la partie saline y est en si petite quantité & tellement enveloppée par le corps muqueux, qu'à peine seroit-elle rendue sensible, si

on n'en employoit qu'une dose ordinaire, & sur-tout si le fruit étoit parvenu à sa parfaite maturité. On ne doit pas d'ailleurs perdre de vue, que la quantité de ce sel doit varier en raison de l'humidité ou de la sècheresse qu'il aura fait dans la saison.

Nous regrettons de n'avoir pu comprendre dans le nombre des fruits que nous avons examinés, la fraise & la prune; mais un accident arrivé aux vaisseaux qui contenoient le suc de ces fruits, ne nous a pas permis de présenter ce travail aussi complet que nous l'aurions desiré. Nous espérons profiter de la saison prochaine pour répéter ces expériences, & nous nous proposons d'en ajouter un grand nombre d'autres que nous communiquerons dans le temps à l'Académie.



OBSERVATIONS DES SATELLITES DE JUPITER, Faites à Périnaldo en 1786.*

Par JACQUES-PHILIPPE MARALDI.

JUILLET.

Temps vrai.

12^j 3^h 58′ 33″ m. IMMERSION du 1.er satel. il fait beau ; on voit fort bien les bandes. Lunette de 15 pieds, de Campani.

17. 3. 26. 1. m. Immerf. du 2.e fat. les bandes ne font pas diftinctes. Lunette de 15 pieds, de Campani.

28. 2. 13. 8. m. Immerf. du 1.er fat. Il fait beau ; on voit fort bien les bandes. Lunette acromatique de 3 pieds, de l'Étang.

29. 1. 51. 21. m. Immerf. du 3.e. M. Maraldi, oncle. Lun. de 3 pieds, de l'Étang.

1. 51. 31. m. Immerfion du 3.e. Maraldi, neveu. Lun. de 15 pieds, de Campani. Il fait beau ; les bandes font bien diftinctes ; l'air eft humide.

3. 32. 2. m. Émerfion du 3.e. Maraldi, oncle : il eft fort fenfible ; je ne l'attendois pas fi bas.

3. 32. 15. m. Émerfion du 3.e ; Maraldi, neveu.

AOÛT.

4. 0. 26. 32. m. Émerf. du 2.e fat. Les bandes ne font pas diftinctes ; l'air eft humide. Lunette acromat. de l'Étang.

4. 8. 17. m. Immerf. du 1.er. Les bandes font bien diftinct. Lunette de 3 pieds acromat. de l'Étang.

11. 0. 34. 33. m. Immerfion du 2.e. Maraldi, oncle. Il fait beau : on voit affez bien les bandes, quoiqu'il y ait du brouillard fur terre depuis la mer jufqu'à un quart de lieue du pays. Lunette acromatique de 3 pieds, de l'Étang.

AOÛT.

Temps vrai.		
11	$3^h\ 3'\ 31''$ m.	Émersion du 2.e Il fait beau : on voit parfaitement les bandes, mais le vent agite un peu la lunette. Il n'y a plus de brouillard du tout. *Idem, idem.*
18.	3. 43. 4. m.	Immers. du 2.e. Il fait beau ; les bandes sont bien distinctes. Lunette acromatique de 3 pieds, de l'Étang.
28.	10. 52. 4. s.	Immers. du 1.er Il fait beau ; les bandes sont bien distinctes. Lunette acromatique de 3 pieds, de l'Étang.

SEPTEMBRE.

2.	9. 56. 21. s.	Immersion du 3.e satellite. Jupiter est médiocrement terminé. Lunette acromat. de 3 pieds, de l'Étang. Maraldi, oncle.
	9. 56. 4. s.	Immers. du 3.e sat. Maraldi, neveu. Lun. de 15 pieds, de Campani.
	11. 40. 22. s.	Jupiter se découvre : on voit le 3.e très-apparent, quoique très-petit. Maraldi, oncle.
	11. 40. 20. s.	Jupiter se découvre : on voit le 3.e très-*sensible.* Maraldi, neveu.
10.	2. 1. 5. m.	Immersion du 3.e. Maraldi, oncle. Je le voyois encore un moment auparavant lorsqu'il est sorti des nuages. Lorsque je suis revenu à la lunette, je ne l'ai plus vu.
	3. 39. 38. m.	Émers. du 3.e Maraldi, oncle. Il fait beau. Lunette de 3 pieds acrom. de l'Étang.
	2. 3. 10. m.	Immersion du 3.e sat. Maraldi, neveu.
	3. 39. 48. m.	Émers. du 3.e. Maraldi, neveu. Lunette de 15 pieds, de Campani.
*12.	0. 29. 20. m.	Immers. du 2.e sat. Maraldi, oncle. Il fait beau. Lunette de 3 pieds acromat. de l'Étang.
	0. 29. 17. m.	Immers. du 2.e sat. Maraldi, neveu. Il fait beau. Lunette de 15 pieds, de Campani.
	2. 41. 43. m.	Imm. du 1.er sat. Maraldi, oncle. Il fait beau. Lunette de 3 pieds acromatique, de l'Étang.
	2. 41. 54. m.	Immers. du 1.er sat. Maraldi, neveu. Il fait beau. Lunette de 15 pieds, de Campani.

* On a observé jusqu'à $3^h\ 0'$ après minuit, on n'a pas vu le 2.e ; ainsi l'Émersion n'a pas été visible.

OCTOBRE.

Temps vrai.

28^j	1^h	3′	34″	m.	Immersion du 1.er sat. Les bandes ne sont pas distinctes; l'air est humide.
6.	9.	28.	31.	s.	Immers. du 1.er sat. Il fait beau; les bandes sont bien dist. Lunette de 3 pieds, de l'Étang.
	9.	48.	56.	s.	Immers. du 2.e sat. Il fait beau; même lunette.
13.	11.	25.	24.	s.	Immers. du 1.er sat. Les bandes sont bien dist. Lunette acromat. de 3 pieds, de l'Étang.
14.	0.	28.	54.	m.	Immers. du 2.e sat. Les bandes sont bien dist. Lunette acromat. de 3 pieds, de l'Étang.
21.	1.	19.	41.	m.	Immers. du 1.er sat. les bandes sont bien dist. Lunette acromat. de 3 pieds, de l'Étang.
	3.	8.	0.	m.	Immers. du 2.e sat. les bandes sont distinctes; l'air est humide. Même lunette.
23.	2.	17.	9.	m.	Immersion du 3.e sat. Il fait très-beau; les bandes sont distinctes. Même lunette.
	3.	57.	27.	m.	Émers. du 3.e satellite. Mêmes circonstances.
28.	3.	14.	49.	m.	Immersion du 1.er. Il fait très-beau. Lunette acrom. de 3 pieds, de l'Étang.
	5.	45.	22.	m.	Imm. du 2.e. Les bandes sont dist. même lun.

NOVEMBRE.

20.	7.	58.	11.	s.	Émers. du 3.e Les bandes sont distinctes; l'air est humide. Même lunette.
22.	0.	0.	58.	m.	Émers. du 1.er. Les bandes sont tr. dist. même lun.
23.	6.	28.	52.	s.	Émers. du 1.er. Les bandes ne sont pas bien dist. Lunette acromat. de 3 pieds, de l'Étang.
27.	10.	17.	13.	s.	Imm. du 3.e. Il fait beau; les bandes sont bien dist. Lunette acrom. de 3 pieds, de l'Étang.
	11.	54.	41.	s.	Émersion du 3.e Mêmes circonst. & même lun.

DÉCEMBRE.

5.	2.	12.	58.	m.	Immers. du 3.e sat. Les bandes ne sont pas bien distinctes. Même lunette.
6.	3.	45.	14.	m.	Émersion du 1.er. On ne dist. point les bandes; Jupit. n'est pas bien terminé. Même lun.
15.	0.	4.	22 $\frac{1}{2}$.	m.	Émers. du 1.er. Il fait beau; les bandes sont dist. Lunette acromatique de 3 pieds, de l'Étang.
27.	6.	17.	5.	s.	Émers. du 2.e. Il fait beau; les bandes sont bien distinctes. Même lunette.

MÉMOIRE
SUR LES
INTÉGRATIONS PAR ARCS D'ELLIPSE.

Par M. LE GENDRE.

SI on fait varier une tranſcendante par rapport aux différentes conſtantes qu'elle renferme, les coéfficiens des différences partielles qu'on obtiendra, pourront être des tranſcendantes d'un ordre moins élevé, mais ils ne ſeront jamais d'un ordre ſupérieur. Comme ils ſe déduiſent immédiatement de la tranſcendante principale, & qu'on peut les comprendre dans les mêmes tables, on doit les regarder, en général, comme étant du même ordre, à l'exception du petit nombre de cas où l'abaiſſement pourroit avoir lieu.

Cela poſé, nous démontrerons facilement que *les arcs d'hyperbole dépendent entièrement des arcs d'ellipſe, & n'offrent point une eſpèce particulière de tranſcendante.* Il y a donc une multitude d'intégrales qu'on rapportoit à la rectification de l'ellipſe & de l'hyperbole, & qui ne dépendent que de celle de l'ellipſe. Cette obſervation m'a fait penſer qu'il y auroit de l'avantage à introduire dans le calcul les arcs d'ellipſe, à-peu-près comme les arcs de cercle & les logarithmes. D'après les formes que j'ai choiſies, je penſe que les géomètres trouveront la choſe praticable & même commode dans bien des cas. Mais il ne ſuffit pas d'indiquer un réſultat, il faut être en état de l'évaluer avec toute l'approximation néceſſaire. Il ſeroit donc très-avantageux que d'habiles calculateurs priſſent la peine de dreſſer des tables d'arcs d'ellipſe avec l'étendue convenable, & qu'ils joigniſſent en même-temps à chaque arc la valeur du coéfficient aux différences partielles, dont on verra que l'uſage eſt très-fréquent. D'abord il faudroit que les géomètres réduiſiſſent le

le calcul des arcs elliptiques aux formules les plus convergentes qu'il est possible ; c'est sur quoi l'on trouvera quelques recherches dans ce Mémoire. Nous donnerons ensuite un essai de la manière d'intégrer par arcs d'ellipse, avec différentes applications qu'on pourroit étendre davantage, en prenant pour exemples les intégrales que M.rs Maclaurin & d'Alembert ont ramenées à la rectification des sections coniques.

(I.)

Formule des Arcs d'ellipse.

Soit 1 le demi-grand axe de l'ellipse, c son excentricité, b ou $\sqrt{(1 - c^2)}$ la moitié du second axe; si on prend sur le cercle circonscrit un arc quelonque $DZ = \varphi$, & qu'on abaisse la perpendiculaire ZP sur le grand axe, on aura Fig. 1.

$$CP\ (x) = \sin.\ \varphi,$$

$$PM\ (y) = b \cos.\ \varphi,$$

& l'arc $BM = \int d\varphi \sqrt{(1 - c^2 \sin.^2 \varphi)}$.

Cette intégrale prise de manière qu'elle s'évanouisse lorsque $\varphi = 0$ est une fonction de c & φ, qu'on peut désigner par $E\ (c, \varphi)$, ou simplement E. Ainsi, nous aurons

$$E\ (c, \varphi) = \int d\varphi \sqrt{(1 - c^2 \sin.^2 \varphi)}.$$

L'angle φ est ce que nous appellerons l'*amplitude* de l'arc E.

Il sera plus commode, dans certains cas, de compter les arcs d'ellipse du grand axe ; alors, si on fait $AZ = \varphi$, & qu'on désigne l'arc AM par $F(c, \varphi)$, on aura

$$F\ (c, \varphi) = \int d\varphi \sqrt{(1 - c^2 \cos.^2 \varphi)};$$

cette intégrale commençant lorsque $\varphi = 0$.

Le quart d'ellipſe AMB ſera également déſigné par $E(c, 90°)$ ou par $F(c, 90°)$: nous le repréſenterons par $E\,1\,(c)$, ou ſimplement $E\,1$.

On voit aiſément que les arcs d'une ellipſe quelconque, ſe ramèneront toujours à celle dont le demi-grand axe eſt l'unité, & qu'en faiſant $CA = a$, on auroit

$$BM = aE\left(\frac{c}{a}, \varphi\right).$$

(II.)

Valeur des Arcs d'ellipſe lorſque l'excentricité n'eſt pas très-grande.

LORSQUE l'excentricité c ne ſera pas trop près de l'unité, la valeur de $E(c, \varphi)$ ſera repréſentée avec toute l'exactitude néceſſaire par cette ſuite :

$$E(c; \varphi) = \varphi$$

$$- \tfrac{1}{2} c^2 \left(\tfrac{1}{2}\varphi - \frac{\sin. 2\varphi}{2^2}\right)$$

$$- \frac{1}{2.4} c^4 \left(\frac{1.3}{2.4}\varphi - \frac{4 \sin. 2\varphi}{2^4} + \frac{\sin. 4\varphi}{2^4.2}\right)$$

$$- \frac{1.3}{2.4.6} c^6 \left(\frac{1.3.5}{2.4.6}\varphi - \frac{15 \sin. 2\varphi}{2^6} + \frac{6 \sin. 4\varphi}{2^6.2} - \frac{\sin. 6\varphi}{2^6.3}\right)$$

$$- \frac{1.3.5}{2.4.6.8} c^8 \left(\frac{1.3.5.7}{2.4.6.8}\varphi - \frac{56 \sin. 2\varphi}{2^8} + \frac{28 \sin. 4\varphi}{2^8.2} - \frac{8 \sin. 6\varphi}{2^8.3} + \frac{\sin. 8\varphi}{2^8.4}\right)$$

$$- \&c.$$

Les Tables à double entrée étant d'une grande étendue, ſi on ne peut eſpérer que cette formule ſoit calculée pour toutes les valeurs convenables de c & de φ, il ſeroit au moins fort avantageux qu'on fît une Table des coéfficiens de c^2, c^4, c^6, &c. juſqu'à un certain terme, pour toutes les valeurs de φ de minute en minute. Le travail ne ſeroit pas très-long, & il mettroit à portée de calculer aſſez promptement un arc d'ellipſe quelconque; il ſeroit même

très-commode pour ceux qui entreprendroient de calculer des Tables d'arcs d'ellipſe dans toute leur étendue.

Pour avoir la valeur de $F(c,\varphi)$, il ſuffit de changer quelques ſignes dans la formule précédente, & on aura

$$F(c,\varphi) = \varphi$$

$$- \tfrac{1}{2} c^2 \left(\tfrac{1}{2} \varphi + \frac{\text{ſin.} 2\varphi}{2^2} \right)$$

$$- \frac{1}{2.4} c^4 \left(\frac{1.3}{2.4} \varphi + \frac{4 \,\text{ſin.} 2\varphi}{2^4} + \frac{\text{ſin.} 4\varphi}{2^4.2} \right)$$

$$- \frac{1.3}{2.4.6} c^6 \left(\frac{1.3.5}{2.4.6} \varphi + \frac{15 \,\text{ſin.} 2\varphi}{2^6} + \frac{6 \,\text{ſin.} 4\varphi}{2^6.2} + \frac{\text{ſin.} 6\varphi}{2^6.3} \right)$$

$$- \text{\&c.}$$

Quant au quart d'ellipſe $E\,1$, il eſt clair qu'en déſignant par π le rapport de la circonférence au diamètre, on aura

$$E\,1 = \frac{\pi}{2} \left(1 - \tfrac{1}{2}.\tfrac{1}{2} c^2 - \frac{1}{2.4}.\frac{1.3}{2.4} c^4 - \frac{1.3}{2.4.6}.\frac{1.3.5}{2.4.6} c^6 \text{ \&c.} \right)$$

On peut rendre ces formules plus convergentes, en mettant l'intégrale E ſous cette forme

$$\sqrt{\left(1 - \tfrac{1}{2} c^2\right)} \int d\varphi \sqrt{\left(1 + \frac{c^2}{2 - c^2} \text{coſ.} 2\varphi\right)}.$$

Développant cette quantité, & faiſant $\frac{c^2}{2 - c^2} = n$, on aura

$$\frac{E}{\sqrt{(1 - \frac{1}{2} c^2)}} = \varphi$$

$$+ \tfrac{1}{2} n . \frac{\text{ſin.} 2\varphi}{2}$$

$$- \frac{1}{2.4} n^2 \left(\tfrac{1}{2} \varphi + \frac{\text{ſin.} 4\varphi}{2^3} \right)$$

$$+ \frac{1.3}{2.4.6} n^3 \left(\frac{3 \,\text{ſin.} 2\varphi}{2^3} + \frac{\text{ſin.} 6\varphi}{2^3.3} \right)$$

$$- \frac{1.3.5}{2.4.6.8} n^4 \left(\frac{1.3}{2.4} \varphi + \frac{4 \,\text{ſin.} 4\varphi}{2^5} + \frac{\text{ſin.} 8\varphi}{2^5.2} \right)$$

$$+ \frac{1.3.5.7}{2.4.6.8.10} n^5 \left(\frac{10 \,\text{ſin.} 2\varphi}{2^5} + \frac{5 \,\text{ſin.} 6\varphi}{2^5.3} + \frac{\text{ſin.} 10\varphi}{2^5.5} \right)$$

$$- \text{\&c.}$$

De-là résulte, pour le quart d'ellipse, cette suite très-convergente

$$E\,1 = \frac{\pi}{2}\,\sqrt{(1 - \tfrac{1}{2}c^2)}$$

$$r.\left(1 - \frac{1}{2.4}.\frac{1}{2}n^2 - \frac{1.3.5}{2.4.6.8}.\frac{1.3}{2.4}n^4 - \frac{1.3.5.7.9}{2.4.6.8.10.12}.\frac{1.3.5}{2.4.6}n^6 - \&c\right).$$

La valeur de $F(c,\varphi)$ ne différeroit de celle de $E(c,\varphi)$ que par le signe de n, c'est pourquoi nous nous dispenserons de la rapporter.

(III.)

Valeur des Arcs, lorsque l'ellipse est fort alongée.

CES formules cessent d'être convergentes, lorsque l'ellipse est tellement alongée que c & n sont presque égales à l'unité. Il faut recourir alors à quelqu'autre moyen d'approximation, & pour cela nous ferons usage du théorème du comte Fagnani, concernant les arcs d'ellipse *dont la* différence est assignable en ligne droite.

Si on différencie la quantité

$$V = \frac{\text{sin.}\,\varphi\,\text{cos.}\,\varphi}{\sqrt{(1 - c^2\,\text{sin.}^2\varphi)}},$$

on aura

$$c^2\,dV = d\varphi\sqrt{(1 - c^2\,\text{sin.}^2\varphi)} - \frac{(1-c^2)\,d\varphi}{(1 - c^2\,\text{sin.}^2\varphi)^{\frac{3}{2}}}.$$

Soit tang. $\psi = b$ tang. φ, on trouvera

$$\frac{b^2\,d\varphi}{(1 - c^2\,\text{sin.}^2\varphi)^{\frac{3}{2}}} = d\psi\sqrt{(1 - c^2\,\text{cos.}^2\psi)}.$$

Donc

$$c^2\,dV = d\varphi\sqrt{(1 - c^2\,\text{sin.}^2\varphi)} - d\psi\sqrt{(1 - c^2\,\text{cos.}^2\psi)};$$

& en intégrant

$$E(c,\varphi) - F(c,\psi) = c^2\,V = \frac{c^2\,\text{sin.}\,\varphi\,\text{cos.}\,\varphi}{\sqrt{(1 - c^2\,\text{sin.}^2\varphi)}}.$$

Ainsi, $D\,Z$ étant un arc quelconque φ, si on prend un arc $A\,R = \psi$, tel que tang. $\psi = b$ tang. φ, la différence des arcs BM, AN sera égale à la ligne droite $\frac{c^2 \text{ sin. } \varphi \text{ cos. } \varphi}{\sqrt{(1 - c^2 \text{ sin.}^2 \varphi)}}$. Fig. 1.

Celle-ci n'est autre chose que la différence des tangentes $M\,T$, NS; ainsi on aura

$$BM - AN = MT - NS.$$

Soit $\psi + \varphi = 90°$, on aura

$$\text{tang. } \varphi = \frac{1}{\sqrt{b}}, \text{ \& tang. } \psi = \sqrt{b}.$$

Prenant donc tang. $D\,I = \frac{1}{\sqrt{b}}$ ou tang. $A\,I = \sqrt{b}$, le point I déterminera sur l'ellipse un point très-remarquable K, tel que la différence des arcs $B\,K$ & $K\,A$ sera $1 - b$, la même qu'entre les demi-axes $C\,A$, $C\,B$; de sorte qu'on aura

$$BK - AK = CA - CB.$$

Cette différence est en même-temps le *maximum* de la quantité $\frac{c^2 \text{ sin. } \varphi \text{ cos. } \varphi}{\sqrt{(1 - c^2 \text{ sin.}^2 \varphi)}}$. On peut remarquer qu'en menant au point K la tangente $b\,K\,a$, terminée aux deux axes, la partie $b\,K$ sera égale au demi-grand axe, & la partie $a\,K$ au demi-petit axe.

Dans les ellipses peu excentriques, le point K sera presque au milieu de l'arc $B\,K\,A$; dans celles qui sont fort alongées, l'ordonnée $K\,L$ sera très-près du sommet A, mais moins encore que le foyer.

La formule intégrale $\int d\,\varphi \sqrt{(1 - c^2 \text{ sin.}^2 \varphi)}$ ne peut plus se développer en suite suffisamment convergente dans toute son étendue. Mais si on lui donne la forme

$$\int d\,\varphi \text{ cos. } \varphi \sqrt{(1 + b^2 \text{ tang.}^2 \varphi)},$$

& qu'on n'étende pas l'intégrale au-delà de K, le terme b^2

tang.$^2\,\varphi$, qui devient b au point K, sera toujours très-petit par rapport au premier terme 1 : on aura donc cette suite très-convergente,

$$BM = \int d\varphi \operatorname{cos}\varphi \times$$
$$\left(1 + \frac{1}{2} b^2 \operatorname{tang.}^2\varphi - \frac{1}{2.4} b^4 \operatorname{tang.}^4\varphi + \frac{1.3}{2.4.6} b^6 \operatorname{tang.}^6\varphi - \&c\right),$$

qui, étant intégrée suivant les méthodes ordinaires, donne BM, ou

$$E(c,\varphi) = \left(\frac{1}{2} b^2 + \frac{1.3}{2.4} \cdot \frac{1}{2} b^4 + \frac{1.3.5}{2.4.6} \cdot \frac{1.3}{2.4} b^6 + \&c.\right)$$
$$\cdot\left(-\operatorname{fin.}\varphi + \log. \frac{1 + \operatorname{fin.}\varphi}{\operatorname{cof.}\varphi}\right) + \operatorname{fin.}\varphi$$
$$- \frac{1}{2.4} . b^4 \operatorname{fin.}\varphi . \frac{\operatorname{tang.}^2\varphi}{2}$$
$$+ \frac{1.3}{2.4.6} b^6 \operatorname{fin.}\varphi \left(\frac{\operatorname{tang.}^4\varphi}{4} - \frac{5}{4} . \frac{\operatorname{tang.}^2\varphi}{2}\right)$$
$$- \frac{1.3.5}{2.4.6.8} b^8 \operatorname{fin.}\varphi \left(\frac{\operatorname{tang.}^6\varphi}{6} - \frac{7}{6} . \frac{\operatorname{tang.}^4\varphi}{4} + \frac{7.5}{6.4} . \frac{\operatorname{tang.}^2\varphi}{2}\right)$$
$$+ \&c.$$

Pour avoir l'arc BK, on prendra tang. $\varphi = \frac{1}{\sqrt{b}}$; & faisant, pour abréger,

$$H = \frac{1}{2} b^2 + \frac{1.3}{2.4} . \frac{1}{2} b^4 + \frac{1.3.5}{2.4.6} . \frac{1.3}{2.4} b^6 + \&c.$$
$$G = 1$$
$$- \frac{1}{2.4} b^3 . \frac{1}{2}$$
$$+ \frac{1.3}{2.4.6} b^4 \left(\frac{1}{4} - \frac{5}{4} . \frac{b}{2}\right)$$
$$- \frac{1.3.5}{2.4.6.8} b^5 \left(\frac{1}{6} - \frac{7}{6} . \frac{b}{4} + \frac{7.5}{6.4} . \frac{b^2}{2}\right)$$
$$+ \&c.$$

on aura

$$BK = \frac{G}{\sqrt{(1+b)}} + H\left(-\frac{1}{\sqrt{(1+b)}} + \log.\frac{1+\sqrt{(1+b)}}{\sqrt{b}}\right);$$

quantité dans laquelle, au lieu de

$$-\frac{1}{\sqrt{(1+b)}} + \log.\frac{1+\sqrt{(1+b)}}{\sqrt{b}},$$

on pourra mettre la ſuite régulière

$$\log.\left(\frac{2}{\sqrt{b}}\right) - 1 + \tfrac{1}{2}.\frac{b}{2} - \frac{3.5}{2.4}.\frac{b^2}{4} + \frac{3.5.7}{2.4.6}.\frac{b^3}{6} - \&c.$$

Maintenant le quart d'ellipſe $E\,1\,(c)$ ſera $2\,BK - 1 + b$, puiſque la différence des arcs BK, AK eſt $1 - b$; donc

$$E\,1\,(c) = \frac{2\,G}{\sqrt{(1+b)}} - 1 + b + 2\,H\left(\frac{-1}{\sqrt{(1+b)}} + \log.\frac{1+\sqrt{(1+b)}}{\sqrt{b}}\right),$$

Si on développe cette quantité ſuivant les puiſſances de b, qui ſont extrêmement petites dans l'hypothèſe de l'ellipſe très alongée, on aura, en négligeant les termes de l'ordre b^8 ſeulement

$$E\,1\,(c) = 1 - \tfrac{1}{4}\,b^2 - \frac{13}{64}\,b^4 - \frac{9}{64}\,b^6$$

$$+ \left(\tfrac{1}{2}\,b^2 + \frac{1.3}{2.4}.\tfrac{1}{2}\,b^4 + \frac{1.3.5}{2.4.6}\,\frac{1.3}{2.4}\,b^6 + \&c.\right)\log.\frac{4}{b};$$

or, il eſt à remarquer que les deux ſuites qui entrent dans cette expreſſion, ne contiennent que des puiſſances paires de b, & voici comment on peut s'en aſſurer *à priori*.

L'intégrale $\int d\varphi \cos.\ \varphi\ \sqrt{(1 + b^2 \operatorname{tang.}^2 \varphi)}$, en tant qu'elle repréſente le quart d'ellipſe, peut être conſidérée comme compoſée de deux parties; la première, depuis $\varphi = 0$ juſqu'à tang. $\varphi = \frac{1}{b}$, la ſeconde, depuis tang. $\varphi = \frac{1}{b}$ juſqu'à tang. $\varphi = \infty$.

La première partie se déterminera par la formule, *page 622*, & c'est le plus grand arc qu'on puisse tirer de cette formule; or puisque nous avons

$$\text{tang.}\ \varphi = \frac{1}{b},\ \text{sin.}\ \varphi = \frac{1}{\sqrt{(1+bb)}},\ \text{cos.}\ \varphi = \frac{b}{\sqrt{(1+bb)}},$$

& que la quantité

$$-\ \text{sin.}\ \varphi + \log.\left(\frac{1+\text{sin.}\ \varphi}{\text{cos.}\ \varphi}\right)$$

devient

$$\log.\left(\frac{2}{b}\right) - 1 + \frac{3}{2}\cdot\frac{b^2}{2} - \frac{3\cdot 5}{2\cdot 4}\cdot\frac{b^4}{4} + \&c.$$

il est clair que l'arc $E\,(c, \varphi)$ se réduit dans ce cas à une fonction paire de b; car on peut considérer comme telle $\log.\ \frac{2}{b}$.

La seconde partie de

$$\int d\varphi\ \text{cos.}\ \varphi\ \sqrt{(1 + b^2\ \text{tang.}^2\ \varphi)}$$

devant être prise depuis $\text{tang.}\ \varphi = \frac{1}{b}$, jusqu'à $\text{tang.}\ \varphi = \frac{1}{0}$, je fais $\text{tang.}\ \varphi = \frac{1}{bx}$, & j'ai l'intégrale

$$\int \frac{b^2\,dx\sqrt{(1+xx)}}{(1+b^2x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

à prendre, depuis $x = 0$ jusqu'à $x = 1$; or la quantité

$$(1 + b^2\,x^2)^{-\frac{3}{2}}$$

se change en cette suite très-convergente

$$1 - \frac{3}{2}\,b^2x^2 + \frac{3\cdot 5}{2\cdot 4}\,b^4x^4 - \&c;$$

il est donc clair que le résultat de l'intégration sera encore une fonction paire de b.

Donc le quart d'ellipse entier $E1$ est une fonction paire de b, & les suites qui l'expriment en sont d'autant plus convergentes. On peut donc simplifier la valeur de

$E1$

E I *page 623*, en omettant toutes les puissances impaires de *b*; mais nous donnerons ci-dessous un moyen encore plus simple de parvenir à la loi de cette expression.

Il est facile maintenant d'évaluer, dans tous les cas, l'arc ou la fonction $E(c, \varphi)$, lorsque l'ellipse est fort alongée. Si on a tang. $\varphi < \frac{1}{\sqrt{b}}$, la formule *(page 622)* donnera immédiatement la valeur de *E*. Si on a tang. $\varphi > \frac{1}{\sqrt{b}}$, il faudra calculer l'arc *B N* par son complément *A N* au quart d'ellipse, & celui-ci par l'arc *B M*, qui en diffère d'une ligne droite connue. On fera donc alors

$$\text{tang. } \varphi' = \frac{1}{b} \text{ cot. } \varphi,$$

& on aura l'arc *B N*, ou

$$E(c,\varphi) = E\,\text{I}\,(c) - E(c,\varphi') + \frac{c^2 \text{ sin. } \varphi' \text{ cos. } \varphi'}{\sqrt{(1 - c^2 \text{ sin.}^2 \varphi')}}.$$

(IV.)

Des différencielles les plus simples qui s'intègrent par des arcs d'ellipse.

Les formules qui se rapportent le plus immédiatement à la rectification de l'ellipse, sont d'abord celles-ci:

$$\int d\varphi \sqrt{(1 - c^2 \text{ sin.}^2 \varphi)} = E(c,\varphi)$$
$$\int d\varphi \sqrt{(1 - c^2 \text{ cos.}^2 \varphi)} = F(c,\varphi).$$

Les deux intégrales sont supposées commencer lorsque $\varphi = 0$; la première est un arc d'ellipse compté depuis le petit axe, la seconde un arc d'ellipse qui a son origine au grand axe. On pourroit ne point introduire deux fonctions *E*, *F*, puisqu'il est évident qu'on a

$$F(c,\varphi) = E(c,90°) - E(c,90° - \varphi);$$

mais le calcul pourra être plus commode en les admettant toutes deux.

Ces premières formules en donnent deux autres que voici :

$$\int d\varphi \sqrt{(1 + \frac{c^2}{1 - c^2} \text{cof.}^2 \varphi)} = \frac{1}{\sqrt{(1 - c^2)}} . E(c, \varphi)$$

$$\int d\varphi \sqrt{(1 + \frac{c^2}{1 - c^2} \text{fin.}^2 \varphi)} = \frac{1}{\sqrt{(1 - c^2)}} . F(c, \varphi).$$

De-là, il eft facile d'intégrer la formule

$$\int d\varphi \sqrt{(f + g \text{ fin.}^2 \varphi)},$$

ainfi que

$$\int d\varphi \sqrt{(f + g \text{ cof.}^2 \varphi)},$$

qui revient au même, quels que foient les valeurs & les fignes de f & de g. Cependant la formule

$$\int d\varphi \sqrt{(g \text{ cof.}^2 \varphi - f)},$$

dans laquelle il faut fuppofer $g > f$, fi l'intégrale commence lorfque $\varphi = 0$, ne paroît pas fe ramener immédiatement à l'une de nos quatre formules générales. Il en eft de même de l'intégrale

$$\int d\varphi \sqrt{(f - g \text{ fin.}^2 \varphi)},$$

g étant plus grand que f. Mais ces deux cas ne font pas différens l'un de l'autre, & on va voir qu'il ne faut qu'une fubftitution pour les ramener aux arcs d'ellipfe. Si l'intégration n'eft pas immédiate, c'eft qu'alors l'angle φ n'a qu'une valeur limitée; au lieu que dans les formules fondamentales l'angle φ peut être de plufieurs circonférences, & la fonction $E(c, \varphi)$ repréfente toujours l'arc d'ellipfe correfpondant à celui du cercle circonfcrit.

Soit donc $f = g \text{ cof.}^2 \alpha$, la formule $\int d\varphi \sqrt{(g \text{ cof.}^2 \varphi - f)}$ deviendra

$$\sqrt{g} . \int d\varphi \sqrt{(\text{cof.}^2 \varphi - \text{cof.}^2 \alpha)}.$$

Ainfi la limite de φ eft α ; foit fin. φ = fin. α fin. ψ, l'angle ψ n'aura plus de limites, & on aura

$$\int d\varphi \sqrt{(\text{cof.}^2 \varphi - \text{cof.}^2 \alpha)} = \int \frac{d\psi \text{ cof.}^2 \psi \text{ fin.}^2 \alpha}{\sqrt{(1 - \text{fin.}^2 \alpha \text{ fin.}^2 \psi)}}.$$

Mettant c à la place de fin. α, on aura

$$\int \frac{c^2 d\psi \cos.^2 \psi}{\sqrt{(1 - c^2 \sin.^2 \psi)}} = c^2 \int d\psi \sqrt{(1 - c^2 \sin^2 \psi)}$$
$$- (1 - c^2) \int \frac{c^2 d\psi \sin.^2 \psi}{\sqrt{(1 - c^2 \sin.^2 \psi)}}.$$

La quantité

$$\int d\psi \sqrt{(1 - c^2 \sin.^2 \psi)}$$

eſt repréſentée par $E(c, \psi)$, & par conſéquent

$$\int \frac{-c\, d\psi \sin.^2 \psi}{\sqrt{(1 - c^2 \sin^2 \psi)}}$$

l'eſt par $\frac{dE}{dc}$. Donc on aura

$$\int d\varphi \sqrt{(\cos.^2 \varphi - \cos.^2 \alpha)} = c^2 E(c, \psi) + (1 - c^2)\, c \frac{dE}{dc}.$$

Je conſidère maintenant la différentielle

$$(\sin. \varphi)^{2i} (\cos. \varphi)^{2k} d\varphi (1 - c^2 \sin.^2 \varphi)^{\frac{2m+1}{2}},$$

dans laquelle i & k ſont des entiers poſitifs, m un entier poſitif ou négatif. Il eſt clair que l'intégrale de cette formule ſera connue, ſi on a en général celle de

$$d\varphi (1 - c^2 \sin.^2 \varphi)^{\frac{2m+1}{2}};$$

ſoit

$$1 - c^2 \sin.^2 \varphi = \Delta^2;$$

& on trouve par les méthodes ordinaires

$$(a') \ldots\ldots\ldots\ldots (2m+1) \int d\varphi . \Delta^{2m+1} = 2m(2 - c^2) \int d\varphi . \Delta^{2m-1}$$
$$- (2m - 1)(1 - c^2) \int d\varphi . \Delta^{2m-3} + c^2 \Delta^{2m-1} \sin. \varphi \cos. \varphi$$

Il suffit donc de connoître les deux intégrales

$$\int \Delta\, d\varphi,\ \int \frac{d\varphi}{\Delta}$$

pour avoir en général $\int \Delta^{2m+1} d\varphi$, ainsi que $\int \frac{d\varphi}{\Delta^{2m+1}}$. Or on a

$$\int \Delta\, d\varphi = E(c,\varphi),$$

$$\int \frac{d\varphi}{\Delta} = E - c\frac{dE}{dc},$$

$$\int \frac{d\varphi}{\Delta^3} = E - c\frac{dE}{dc} - c^2\frac{ddE}{dc^2},$$

$$\int \frac{d\varphi}{\Delta^5} = E - c\frac{dE}{dc} - 2c^2\frac{ddE}{dc^2} - \frac{1}{3}c^3\frac{d^3E}{dc^3}$$

&c.

formules qui suivent toutes de la première, en différenciant par rapport à c, & substituant au lieu de $\frac{d\Delta}{dc}$ sa valeur $\frac{\Delta^2 - 1}{c\Delta}$.

Mais j'observe qu'on peut éviter d'avoir, dans ces formules, les différences partielles de E au-delà du premier ordre. En effet, la formule (a'), donne

$$\int \Delta\, d\varphi = (1 - c^2)\int \frac{d\varphi}{\Delta^3} + \frac{c^2 \sin.\varphi \cos.\varphi}{\Delta};$$

ainsi on a entre E, c, φ l'équation remarquable

$$(b') \ldots (1-c^2)\frac{ddE}{dc^2} + \frac{1-c^2}{c}\cdot\frac{dE}{dc} + E - \frac{\sin.\varphi \cos.\varphi}{\Delta} = 0,$$

au moyen de laquelle on pourra toujours éliminer les différences partielles de E au-delà du premier ordre.

Je conclus qu'en général les formules

$$\int \Delta^{2m+1} d\varphi,\ \int \frac{d\varphi}{\Delta^{2m+1}}$$

sont réductibles à la forme $\alpha E + \zeta\frac{dE}{dc} + \xi$, α & ζ ne

dépendant que de c, & ξ étant une fonction algébrique de c & de sin. φ. Voici quelques-unes des valeurs les plus simples de ces formules.

$$\int \Delta d\varphi = E.$$

$$\int \frac{d\varphi}{\Delta} = E - c\frac{dE}{dc}.$$

$$\int \Delta^3 d\varphi = (1 - \tfrac{1}{3}c^2)E + \frac{c(1-c^2)}{3}\cdot\frac{dE}{dc}$$
$$+ \frac{c^2}{3}\cdot\Delta \text{ sin. } \varphi \text{ cos. } \varphi.$$

$$\int \frac{d\varphi}{\Delta^3} = \frac{1}{1-c^2}E - \frac{c^2}{1-c^2}\cdot\frac{\text{sin. }\varphi\text{ cos. }\varphi}{\Delta}.$$

$$\int \Delta^5 d\varphi = \frac{15-11c^2+4c^4}{15}E + \frac{4c(1-c^2)(2-c^2)}{15}\cdot\frac{dE}{dc}$$
$$+ \frac{4c^2(2-c^2)}{15}\Delta \text{ sin. } \varphi \text{ cos. } \varphi + \frac{c^2}{5}\Delta^3 \text{ sin. } \varphi \text{ cos. } \varphi.$$

$$\int \frac{d\varphi}{\Delta^5} = \frac{3-c^2}{3(1-c^2)^2}\cdot E + \frac{c}{3(1-c^2)}\cdot\frac{dE}{dc}$$
$$- \frac{2c^2(2-c^2)}{3(1-c^2)^2}\cdot\frac{\text{sin. }\varphi\text{ cos. }\varphi}{\Delta} - \frac{c^2}{3(1-c^2)}\cdot\frac{\text{sin. }\varphi\text{ cos. }\varphi}{\Delta^3},$$

&c.

Il faudra faire attention, dans l'application de ces formules, aux limites de l'intégrale; car si l'angle φ, à l'une des limites dépend de c d'une manière quelconque, $\frac{dE}{dc}$ prise en supposant φ constant, doit être augmentée de $\frac{dE}{d\varphi}\cdot\frac{d\varphi}{dc}$ ou de $\Delta\,\frac{d\varphi}{dc}$.

L'équation (b') à laquelle nous sommes parvenus, *page 628*, mérite que nous en tirions quelque conséquence. Si on fait $\varphi = 90°$, elle conviendra au quart d'ellipse, & on aura

$$(1 - c^2)\frac{ddE_1}{dc^2} + \frac{1-c^2}{c}\frac{dE_1}{dc} + E_1 = 0:$$

équation qui d'ailleurs se vérifieroit aisément par la for-

mule de l'*article II.* On peut aussi la mettre sous cette forme

$$(1-b^2)\frac{ddE1}{db^2}-\left(\frac{1+bb}{b}\right)\frac{dE1}{db}+E1=0;$$

& alors on en tire une démonstration très-simple de la proposition de l'*article III*, savoir, que le développement de E 1 ne doit donner aucune puissance impaire de b : car soit b^m la moindre puissance impaire comprise dans E 1, il faudroit que $m\,(m-1)\,b^{m-2}-m\,b^{m-2}$ se détruisît, ce qui ne peut être qu'en supposant $m=0$, ou $m=2$. Donc m ne peut pas être impair.

Nous connoissons la forme de la suite égale à E 1, lorsque l'ellipse est très-alongée, il sera facile, par l'équation précédente, d'avoir la loi de ses coéfficiens. Voici celle qui m'a paru la plus simple :

$$\begin{aligned}E1=1&+\left(b^2+\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2}b^4+\frac{3\cdot5}{4\cdot6}\cdot\frac{1\cdot3}{2\cdot4}b^6+\frac{3\cdot5\cdot7}{4\cdot6\cdot8}\cdot\frac{1\cdot3\cdot5}{2\cdot4\cdot6}b^8+\&c.\right)\log.\frac{2}{\sqrt{b}}\\
&-b^2\cdot\frac{1}{4}\\
&-\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2}\,b^4\left(\frac{7}{12}-\frac{1}{2\cdot3\cdot4}\right)\\
&-\frac{3\cdot5}{4\cdot6}\cdot\frac{1\cdot3}{2\cdot4}b^6\left(\frac{13}{20}-\frac{1}{2\cdot3\cdot4}-\frac{1}{4\cdot5\cdot6}\right)\\
&-\frac{3\cdot5\cdot7}{4\cdot6\cdot8}\cdot\frac{1\cdot3\cdot5}{2\cdot4\cdot6}b^8\left(\frac{19}{28}-\frac{1}{2\cdot3\cdot4}-\frac{1}{4\cdot5\cdot6}-\frac{1}{6\cdot7\cdot8}\right)\\
&-\&c.\end{aligned}$$

Je reviens aux intégrales qui dépendent des arcs d'ellipse. On peut intégrer en général les formules

$$\frac{\Delta^{2m+1}d\varphi}{\text{cos.}^{2m}\varphi},\quad\frac{\Delta^{-2m-1}d\varphi}{\text{cos.}^{2m}\varphi};$$

& d'abord on peut les ramener aux formules

$$\frac{\Delta\,d\varphi}{\text{cos.}^{2m}\varphi},\quad\frac{d\varphi}{\Delta\,\text{cos.}^{2m}\varphi},$$

ou simplement à la dernière; car on a

$$\int \frac{\Delta^{2n+1} d\varphi}{\text{cof.}^{2m}\varphi} = (1 - c^2) \int \frac{\Delta^{2n-1} d\varphi}{\text{cof.}^{2m}\varphi} + c^2 \int \frac{\Delta^{2n-1} d\varphi}{\text{cof.}^{2m-2}\varphi}$$

$$\int \frac{d\varphi}{\Delta^{2n+1}\,\text{cof.}^{2m}\varphi} = \frac{1}{1-c^2} \int \frac{d\varphi}{\Delta^{2n-1}\,\text{cof.}^{2m}\varphi} - \frac{c^2}{1-c^2} \int \frac{d\varphi}{\Delta^{2n+1}\,\text{cof.}^{2m-2}\varphi}.$$

Les cas les plus simples des formules $\frac{\Delta\, d\varphi}{\text{cof.}^{2m}\varphi}$, $\frac{d\varphi}{\Delta\,\text{cof.}^{2m}\varphi}$ se résoudront ainsi:

$$\int \Delta\, d\varphi = E, \int \frac{\Delta\, d\varphi}{\text{cof.}^2\varphi} = -c\frac{dE}{dc} + \frac{\Delta\,\text{fin.}\,\varphi}{\text{cof.}\,\varphi}$$

$$\int \frac{d\varphi}{\Delta} = E - c\frac{dE}{dc}, \int \frac{d\varphi}{\Delta\,\text{cof.}^2\varphi} = \frac{-c^2}{1-c^2}E - c\frac{dE}{dc} + \frac{\Delta\,\text{tang.}\,\varphi}{1-c^2}.$$

On aura les cas plus composés par les formules suivantes:

$$\int \frac{d\varphi}{\Delta\,\text{cof.}^{2m+2}\varphi} = \frac{2m(1-2c^2)}{(2m+1)(1-c^2)} \int \frac{d\varphi}{\Delta\,\text{cof.}^{2m}\varphi}$$

$$+ \frac{(2m-1)c^2}{(2m+1)(1-c^2)} \int \frac{d\varphi}{\Delta\,\text{cof.}^{2m-2}\varphi} + \frac{\Delta\,\text{tang.}\,\varphi}{(2m+1)(1-c^2)\,\text{cof.}^{2m}\varphi}$$

$$\int \frac{\Delta\, d\varphi}{\text{cof.}^{2m+2}\varphi} = (1 - c^2) \int \frac{d\varphi}{\Delta\,\text{cof.}^{2m}\varphi}$$

$$+ c^2 \int \frac{d\varphi}{\Delta\,\text{cof.}^{2m-2}\varphi}.$$

Considérons maintenant les différencielles de la forme

$$\text{cof.}^n\,\theta\, d\theta\, (1 + \alpha\,\text{cof.}\,\theta)^{\frac{2m+1}{2}},$$

n étant positif, & $2m + 1$ pouvant être positif ou négatif. L'intégrale de ces quantités se réduira toujours à celle de

$$d\theta\, (1 + \alpha\,\text{cof.}\,\theta)^{\frac{2m+1}{2}}:$$

or, en faisant

$$1 + \alpha\,\text{cof.}\,\theta = R^2,$$

on a

$$(2m+1)\int R^{2m+1}d\theta = 4m\int R^{2m-1}d\theta - (2m-1)$$
$$.(1-\alpha^2)\int R^{2m-3}d\theta + 2\alpha R^{2m-1}\text{fin.}\theta;$$

donc les formules

$$\int R^{2m+1}d\theta, \int \frac{d\theta}{R^{2m+1}},$$

se ramèneront toujours facilement à celles-ci ;

$$\int R\,d\theta, \int \frac{d\theta}{R}.$$

La question étant ainsi simplifiée, examinons les différens cas qui peuvent se rencontrer.

1.° Si α est positif & plus petit que l'unité, on fera $\frac{2\alpha}{2+\alpha} = c^2$; & mettant $\int R\,d\theta$ sous la forme

$$2\sqrt{(1+\alpha)}.\int \tfrac{1}{2}\,d\theta\sqrt{(1-c^2\,\text{fin.}^2\tfrac{\theta}{2})},$$

Il est clair qu'on aura

$$\int d\theta\sqrt{(1+\alpha\,\text{cof.}\theta)} = 2\sqrt{(1+\alpha)}.E(c,\tfrac{1}{2}\theta)$$
$$\int \frac{d\theta}{\sqrt{(1+\alpha\,\text{cof.}\theta)}} = \frac{2}{\sqrt{(1+\alpha)}}.(E - c\frac{dE}{dc});$$

intégrales qui sont prises, comme toutes les précédentes, de manière qu'elles s'évanouissent lorsque $\theta = 0$.

2.° Si α est négatif & plus petit que l'unité, on donnera à la quantité

$$\int d\theta\sqrt{(1-\alpha\,\text{cof.}\theta)},$$

la forme

$$2\sqrt{(1+\alpha)}\int\tfrac{1}{2}d\theta\sqrt{(1-c^2\,\text{cof.}^2\tfrac{1}{2}\theta)}$$

en prenant $c^2 = \frac{2\alpha}{1+\alpha}$,

Alors

$$\int\tfrac{1}{2}d\theta\sqrt{(1-c^2\,\text{cof.}^2\tfrac{1}{2}\theta)}$$

se

se rapporteroit directement à un arc d'ellipse compté depuis le grand axe, & on auroit

$$\int d\theta \sqrt{(1 - \alpha \operatorname{cos}. \theta)} = 2 \sqrt{(1 + \alpha)} . F(c, \tfrac{1}{2}\theta)$$

$$\int \frac{d\theta}{\sqrt{(1 - \alpha \operatorname{cos}. \theta)}} = \frac{2}{\sqrt{(1 + \alpha)}} . (F - c \frac{dF}{dc}).$$

Si l'on veut ne faire usage que des arcs d'ellipse comptés depuis le petit axe, on fera tang. $\frac{1}{2}\theta = \sqrt{(1 - c^2)}$. tang. φ; & on aura

$$\int d\theta \sqrt{(1 - \alpha \operatorname{cos}. \theta)} = 2 \sqrt{(1 + \alpha)} . [E(c, \varphi) - \frac{c^2 \operatorname{sin}. \varphi \operatorname{cos}. \varphi}{\sqrt{(1 - c^2 \operatorname{sin}.^2 \varphi)}}]$$

$$\int \frac{d\theta}{\sqrt{(1 - \alpha \operatorname{cos}. \theta)}} = \frac{2}{\sqrt{(1 + \alpha)}} . (E - c \frac{dE}{dc}).$$

3.° Si α est plus grand que l'unité, on fera comme au n.° 2,

$$c^2 = \frac{1 + \alpha}{2\alpha}, \operatorname{sin}. \tfrac{1}{2}\theta = c \operatorname{sin}. \varphi,$$

& on aura,

$$\int d\theta \sqrt{(1 + \alpha \operatorname{cos}. \theta)} = 2c \sqrt{(1 + \alpha)} \int \frac{d\varphi \operatorname{cos}.^2 \varphi}{\sqrt{(1 - c^2 \operatorname{sin}.^2 \varphi)}};$$

&

$$\int \frac{d\theta}{\sqrt{(1 + \alpha \operatorname{cos}. \theta)}} = \frac{2c}{\sqrt{(1 + \alpha)}} \int \frac{d\varphi}{\sqrt{(1 - c^2 \operatorname{sin}.^2 \varphi)}};$$

Donc, suivant les formules ci-dessus,

$$\int d\theta \sqrt{(1 + \alpha \operatorname{cos}. \theta)} = 2c \sqrt{(1 + \alpha)} . [E(c, \varphi) + \frac{1 - c^2}{c} . \frac{dE}{dc}]$$

$$\int \frac{d\theta}{\sqrt{(1 + \alpha \operatorname{cos}. \theta)}} = \frac{2c}{\sqrt{(1 + \alpha)}} . (E - c \frac{dE}{dc}).$$

4.° Enfin, il faut considérer le cas de $\int d\theta \sqrt{(\alpha \operatorname{cos}. \theta - 1)}$, en supposant $\alpha > 1$. Ce cas est entièrement semblable au précédent; & si l'on fait

$$c^2 = \frac{\alpha - 1}{2\alpha}, \operatorname{sin}. \tfrac{1}{2}\theta = c \operatorname{sin}. \varphi,$$

on aura,

$$\int d\theta \sqrt{(\alpha \text{cof.}\theta - 1)} = 2c\sqrt{(\alpha - 1)} \cdot [E(c, \varphi) + \frac{1 - c^2}{c} \cdot \frac{dE}{dc}]$$

$$\int \frac{d\theta}{\sqrt{(\alpha \text{cof.}\theta - 1)}} = \frac{2c}{\sqrt{(\alpha - 1)}} \cdot (E - c\frac{dE}{dc});$$

d'où ſe déduiroit généralement l'intégrale de

$$\text{cof.}^n \theta d\theta (\alpha \text{cof.}\theta - 1)^{\pm (\frac{2m+1}{2})}$$

n étant poſitif.

(V.)

Rectification de l'hyperbole par l'ellipſe.

Fig. 2. SOIT l'excentricité $CA = 1$, le demi-axe tranſverſe $CF = c$, le demi-axe conjugué

$$CB = b = \sqrt{(1 - c^2)},$$

l'abſciſſe $CP' = \frac{c}{\text{cof.}\varphi}$, l'ordonnée $P'M = b$ tang. φ;

on aura l'arc

$$FM' = \int \frac{d\varphi}{\text{cof.}^2\varphi} \sqrt{(1 - c^2 \text{cof.}^2 \varphi)},$$

quantité qui s'intègre par les méthodes précédentes.

Décrivons une ellipſe AMB qui ſoit telle, par rapport à l'hyperbole FM', que le ſommet de l'une ſoit le foyer de l'autre; prenons de plus $CX = CP'$, afin de déterminer ſur l'ellipſe l'arc AM, qui réponde à la même valeur de φ que l'arc hyperbolique FM'; on aura

$$AM \text{ ou } F = \int d\varphi \sqrt{(1 - c^2 \text{cof.}^2 \varphi)},$$

& de-là

$$FM' = \text{tang.}\varphi \sqrt{(1 - c^2 \text{cof.}^2\varphi)} - c^2 F - b^2 c \frac{dF}{dc};$$

quantité où la partie algébrique

$$\text{tang. } \varphi \sqrt{(1 - c^2 \text{ cos.}^2 \varphi)},$$

représente la tangente en M' ou en M terminée au premier axe. Il est donc évident que la rectification de l'hyperbole dépend de celle de l'ellipse, & n'offre point de transcendante particulière.

La différence entre l'arc infini $FM'Q$ & son asymptote CO, est égale à la quantité

$$c^2 E1 + b^2 c \frac{dE1}{dc}, \text{ ou à } \int \frac{c^2 d\varphi \text{ sin.}^2 \varphi}{\sqrt{(1 - c^2 \text{ cos.}^2 \varphi)}}.$$

Cette intégrale étant prise depuis $\varphi = 0$, jusqu'à $\varphi = 90^\circ$; en faisant $\frac{c^2}{2 - c^2} = n$, cette intégrale sera

$$\frac{\pi c \sqrt{2n}}{4} \left\{ \begin{array}{l} 1 + \frac{1.3}{2.4} \cdot \frac{1}{2} n^2 + \frac{1.3.5.7}{2.4.6.8} \cdot \frac{1.3}{2.4} n^4 + \&c. \\ - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} n - \frac{1.3.5}{2.4.6} \cdot \frac{1.3}{2.4} n^3 - \&c. \end{array} \right\}.$$

Par exemple, dans l'hyperbole équilatère, $n = \frac{1}{3}$, & la somme de cette suite est à peu-près $0,5992\, c$. Donc la différence entre l'asymptote & la courbe est un peu moindre que les $\frac{3}{5}$ du demi-axe.

Nous savons que sur chaque point M de l'ellipse, il y a un point correspondant N tel que la différence des arcs KM, KN est assignable en ligne droite, & qu'on a

$$KM - KN = 1 - b - \frac{c^2 \text{ sin. } \varphi \text{ cos. } \varphi}{\sqrt{(1 - c^2 \text{ cos.}^2 \varphi)}},$$

On trouvera de même sur l'hyperbole trois points M', K', N' correspondans aux points MKN sur l'ellipse, en prenant les abscisses CP', CL', CQ' égales aux lignes CX, CH, CY respectivement. Alors les valeurs de φ seront les mêmes aux points correspondans, & il est aisé de voir que les tangentes en M', K', N' seront égales aux tangentes en M, K, N, terminées les unes & les autres au premier

axe. Cela posé, la différence des arcs $M'K'$, $K'N'$ sera aussi assignable en ligne droite, & on aura

$$M'K' - K'N' = \frac{\sqrt{(1 - c^2 \cos.^2 \varphi)}}{\sin. \varphi \cos. \varphi} - 1 - b,$$

formule qui pourroit se déduire de la précédente pour l'ellipse, & de la valeur générale d'un arc hyperbolique; mais qu'il est plus simple de démontrer directement par la différenciation.

Remarquons encore qu'au point K', on a

$$\text{tang.}\,\varphi = \sqrt{b},\ CL' = (1+b)\sqrt{(1-b)},\ L'K' = b\sqrt{b};$$

& que la tangente en K' étant égale à b comme au point K de l'ellipse, cette tangente est moyenne proportionnelle entre les tangentes aux points M' & N', de même que l'ordonnée $L'K'$ est moyenne proportionnelle entre les ordonnées $P'M'$, $Q'N'$.

Enfin, si on appelle D la différence déterminée ci-dessus entre l'asymptote & la courbe, on aura

$$FK' = \frac{1+b-D}{2}.$$

Réciproquement, cette différence D est égale à la somme des demi-axes de l'ellipse, moins deux fois l'arc FK'.

Pour plus d'uniformité, il est bon de donner aussi l'expression d'un arc d'hyperbole FM', par le moyen de l'arc d'ellipse BN compté depuis le petit axe. Soit donc l'ordonnée $P'M' = b^2 \text{ tang. } \varphi$, φ étant l'amplitude du nouvel arc

$$BN = E = \int d\varphi \sqrt{(1 - c^2 \sin.^2 \varphi)},$$

on trouvera l'arc d'hyperbole

$$FM' = \int \frac{b^2\, d\varphi}{\cos.^2 \varphi \sqrt{(1 - c^2 \sin.^2 \varphi)}},$$

& par les formules ci-dessus,

$$FM' = \text{tang.}\,\varphi \sqrt{(1 - c^2 \sin.^2 \varphi)} - c^2 E - b^2 c \frac{dE}{dc}$$

expression où la partie algébrique

$$\text{tang. } \varphi \sqrt{(1 - c^2 \text{ sin. } \varphi^2)}$$

représente la tangente de l'arc d'ellipse terminée au petit axe.

(VI.)

Application à d'autres exemples.

Soit L la longueur d'un pendule, H la hauteur dûe à sa plus grande vîtesse, φ l'angle dont il s'est écarté de la verticale au bout du temps t, la gravité $= 1$; on aura

$$t = \int \frac{\frac{1}{2} d\varphi \sqrt{L}}{\sqrt{(\frac{H}{2L} - \text{sin.}^2 \frac{1}{2}\varphi)}}:$$

il y a donc deux cas à considérer, selon que $\frac{H}{2L}$ sera plus grand ou plus petit que l'unité.

Dans le premier cas, il est clair que le corps tournera toujours dans le même sens, & aura dans ses révolutions successives la même vîtesse aux mêmes points de la circonférence; soit $\frac{2L}{H} = c^2$, on aura

$$t = c\sqrt{L} \int \frac{\frac{1}{2} d\varphi}{\sqrt{(1 - c^2 \text{ sin.}^2 \frac{\varphi}{2})}} = c\sqrt{L}[E(c, \frac{\varphi}{2}) - c\frac{dE}{dc}];$$

L'arc elliptique $E(c, \frac{\varphi}{2})$ augmentera indéfiniment avec le temps, & la durée d'une révolution sera

$$2c\sqrt{L}[E1(c) - c\frac{dE1}{dc}].$$

Dans le second cas qui est proprement celui des oscillations, on fera

$$\frac{H}{2L} = c^2, \text{ sin. } \tfrac{1}{2}\varphi = c \text{ sin. } \psi,$$

& on aura

$$t = \sqrt{L}\int \frac{d\psi}{\sqrt{(1 - c^2 \text{ſin.}^2 \psi)}} = \sqrt{L}[E(c, \psi) - c\frac{dE}{dc}].$$

Donc la durée d'une oſcillation ſera

$$2\sqrt{L}\,[\,E\,1\,(c) \;-\; c\,\frac{dE\,1}{dc}\,].$$

On voit que ces deux cas conſidérés analytiquement, ne diffèrent pas l'un de l'autre, puiſque les formules finales ſont de la même forme; d'où réſulte cette concluſion.

Fig. 2. Soient deux pendules de longueur L, qui, en partant de la verticale CA aient des vîteſſes dûes aux hauteurs H, H', l'une plus grande que le diamètre $2\,L$, l'autre plus petite dans le même rapport, en ſorte que $\frac{2\,L}{H} = \frac{H'}{2\,L} = c$. Si on prend les deux arcs AM & AN tels que

$$\text{ſin.}\,\tfrac{1}{2}\,AN \;=\; c\,\text{ſin.}\,\tfrac{1}{2}\,AM,$$

les temps employés à parcourir les arcs AM & AN par ces deux pendules, ſeront entr'eux :: c : 1. Donc, *le temps* d'une révolution du premier, & le temps d'une oſcillation du ſecond ſeront dans le même rapport de c à 1.

Il eſt démontré que l'attraction des ſphéroïdes, conſidérée de la manière la plus générale, ne dépend que de l'intégrale

$$\int \frac{z^2\,dz}{\sqrt{[(1 - \beta z^2)(1 - \gamma z^2)]}},$$

priſe depuis $z = 0$, juſqu'à $z = 1$, les quantités β & γ étant plus petites que l'unité, & pouvant être ſuppoſées poſitives.

Pour obtenir cette intégrale par les méthodes précédentes, ſoit γ la moindre des quantités β, γ; faiſons

$$\frac{\gamma}{\beta} = c^2 \;\&\; z\sqrt{\beta} = \text{ſin.}\,\varphi,$$

on aura la transformée

$$\frac{1}{\beta\sqrt{\beta}}\int \frac{d\varphi\,\text{ſin.}^2\varphi}{\sqrt{(1 - c^2\,\text{ſin.}^2\varphi)}};$$

d'où résulte

$$\int \frac{z^2 dz}{\sqrt{[(1 - \beta z^2)(1 - \gamma z^2)]}} = - \frac{1}{c \beta \sqrt{\beta}} \cdot \frac{dE}{dc};$$

Enfin, pour dernier exemple, nous nous proposerons de ramener à la rectification de l'ellipse la formule générale,

$$\int \frac{dz}{\sqrt{(A + Bz^2 + Cz^4)}};$$

il faut, pour cela, considérer différens cas.

1.° Si les facteurs de $A + Bz^2 + Cz^4$ sont tous imaginaires, & qu'on représente cette quantité par

$$\alpha^2 + 2\alpha\beta z^2 \cos. \theta + \beta^2 z^4,$$

on fera

$$\alpha + \beta z^2 = \frac{z\sqrt{4\alpha\beta}}{\sin. \varphi}, \sin. \tfrac{1}{2}\theta = c,$$

& on aura

$$\frac{dz}{\sqrt{(A + Bz^2 + Cz^4)}} = \frac{1}{\sqrt{4\alpha\beta}} \cdot \frac{d\varphi}{\sqrt{(1 - c^2 \sin.^2 \varphi)}},$$

dont l'intégrale est à l'ordinaire,

$$\frac{1}{\sqrt{(4\alpha\beta)}} \cdot [E(c, \varphi) - c \frac{dE}{dc}].$$

2.° Supposons

$$A + Bz^2 + Cz^4 = \alpha^2 (1 + \beta^2 z^2)(1 - \gamma^2 z^2),$$

on aura à intégrer la formule

$$\frac{dz}{\sqrt{[(1 + \beta^2 z^2)(1 - \gamma^2 z^2)]}};$$

soit $\gamma z = \sin. \varphi$, cette formule deviendra

$$\frac{d\varphi}{\sqrt{(\gamma^2 + \beta^2 \sin.^2 \varphi)}},$$

que l'on sait intégrer.

3.° Supposons

$$A + Bz^2 + Cz^4 = \alpha^2 (1 + \beta^2 z^2)(z^2 - \gamma^2);$$

la formule à intégrer sera,

$$\frac{dz}{\sqrt{[(1 + \beta^2 z^2)(z^2 - \gamma^2)]}};$$

& on voit que l'intégrale ne peut commencer que lorsque $z = \gamma$. Soit donc $z = \frac{\gamma}{\text{cos.}\, \varphi}$, & on aura la transformée

$$\frac{d\varphi}{\sqrt{(1 + \beta^2 \gamma^2 - \text{sin.}^2 \varphi)}}, \text{ ou } \frac{c\, d\varphi}{\sqrt{(1 - c^2 \text{sin.}^2 \varphi)}};$$

en faisant $c^2 = \frac{1}{1 + \beta^2 \gamma^2}$.

4.° Soit,

$$A + Bz^2 + Cz^4 = \alpha^2 (1 + \beta^2 z^2)(1 + \gamma^2 z^2),$$

en sorte qu'on ait à intégrer

$$\frac{dz}{\sqrt{[(1 + \beta^2 z^2)(1 + \gamma^2 z^2)]}}.$$

Supposant $\beta < \gamma$, on fera $z = \frac{1}{\gamma}$ tang. φ, & on aura pour transformée

$$\frac{d\varphi}{\sqrt{[\gamma^2 - (\gamma^2 - \beta^2)\, \text{sin.}^2 \varphi]}},$$

qui s'intègre toujours à l'ordinaire.

5.° Soit enfin

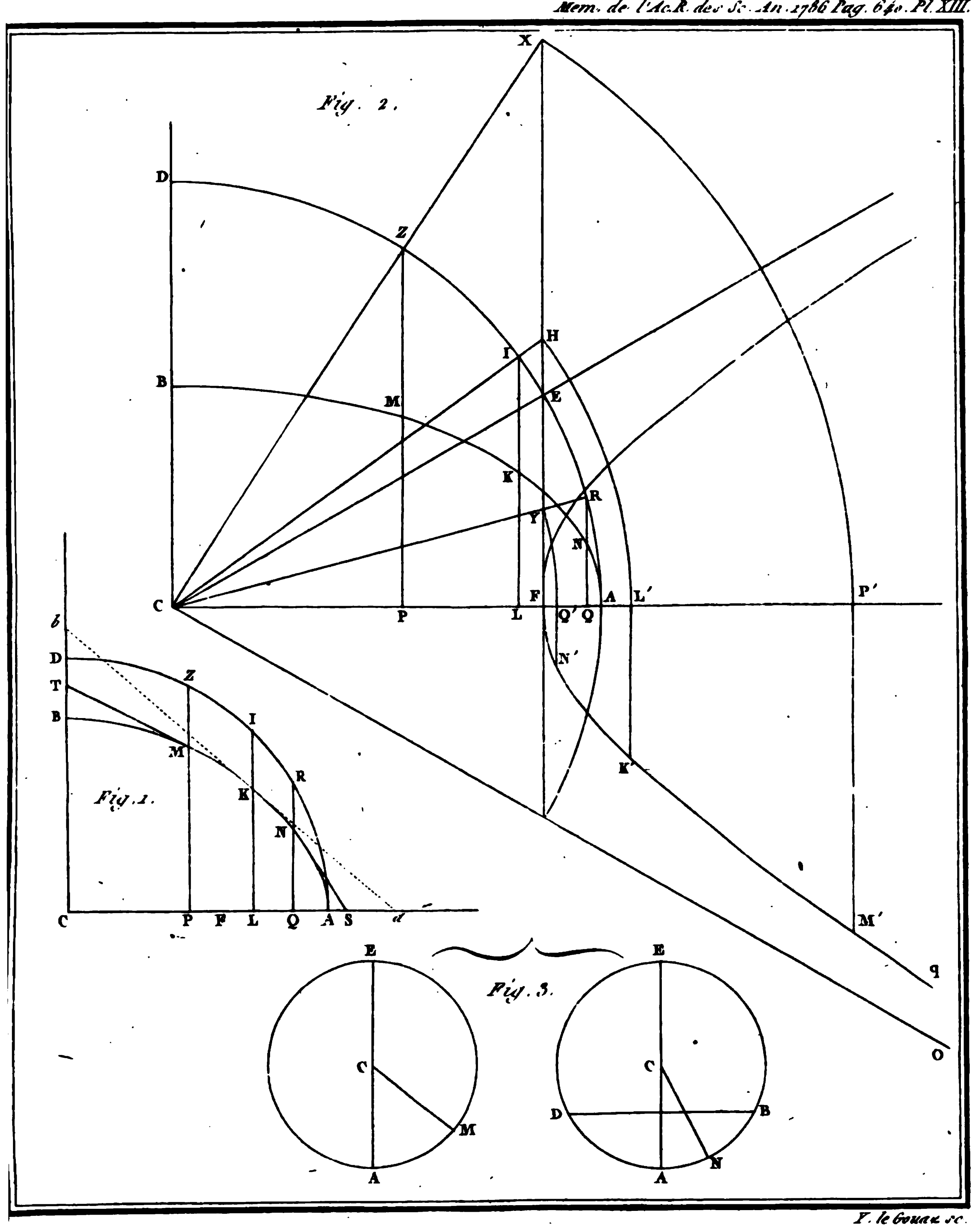
$$A + Bz^2 + Cz^4 = \alpha^2 (1 - \beta^2 z^2)(1 - \gamma^2 z^2),$$

& la formule à intégrer, sera

$$\frac{dz}{\sqrt{[(1 - \beta^2 z^2)(1 - \gamma^2 z^2)]}};$$

soit $\beta < \gamma$, on fera $z = \frac{\text{sin.}\, \varphi}{\gamma}$, & on aura la transformée $\frac{d\varphi}{\sqrt{(\gamma^2 - \beta^2 \text{sin.}^2 \varphi)}}$ qui s'intègre à l'ordinaire. Mais on ne trouve par-là l'intégrale de la proposée que depuis $z = 0$, jusqu'à $z = \frac{1}{\gamma}$.

Depuis


Fig. 2.
X
D
Z
H
I
B
M
E
K
R
Y
N
C
F
A
L'
P'
P
L
Q'
Q
N'
K'
M'
q
O
Fig. 1.
b
D
T
B
Z
I
M
R
K
N
C
P
F
L
Q
A
S
d
Fig. 3.
E
C
M
A
E
C
D
B
A
N

Y. le Gouaz sc.

Depuis $z = \frac{1}{\gamma}$, jusqu'à $z = \frac{1}{\beta}$, l'intégrale feroit imaginaire. Il ne reste donc à trouver l'intégrale de cette formule que depuis $z = \frac{1}{\beta}$, jusqu'à $z = \infty$; la formule alors doit s'écrire ainsi :

$$\frac{dz}{\sqrt{[(\beta^2 z^2 - 1)(\gamma^2 z^2 - 1)]}}.$$

Soit $z = \frac{1}{\beta \operatorname{cof.} \varphi}$, & on aura la transformée

$$\frac{d\varphi}{\sqrt{(\gamma^2 - \beta^2 \operatorname{cof.}^2 \varphi)}}$$

qui a une analogie singulière avec l'autre cas, & qui s'intègre toujours par les mêmes principes.

Il est aisé de voir qu'on pourroit traiter de même la formule $\frac{P\,dz}{\sqrt{(A + Bz^2 + Cz^4)}}$, P étant une fonction rationnelle de la forme

$$\alpha + \beta z^2 \pm \gamma z^4 \pm \text{\&c.}$$

Enfin la formule

$$\frac{dx}{\sqrt{(A + Bx + Cx^2 + Dx^3 + Ex^4)}}$$

rentre aussi dans les cas précédens; car on peut faire disparoître les puissances impaires de x sous le radical, en faisant $x = \frac{m + nz}{1 + z}$; & on trouve par des considérations analytiques fort simples que les quantités m & n pourront toujours être supposées réelles, & qu'ainsi les coéfficiens B & D n'augmentent pas la généralité de cette formule. Nous pourrions ajouter beaucoup d'autres exemples d'intégration par arcs d'ellipse ; mais il nous suffit d'avoir mis sur la voie ceux qui voudront étendre ces applications, ou même introduire d'autres transcendantes dans le calcul intégral.

(VII.)

De la surface du Cône oblique.

LA surface définie ou indéfinie du cône oblique, est une transcendante d'un ordre plus élevé que les arcs d'ellipse; car elle dépend de la formule

$$\int d\varphi \sqrt{[b^2 + (a - c\,\text{cos.}\,\varphi)^2]},$$

qui ne peut se ramener aux arcs d'ellipse. Aussi renferme-t-elle nécessairement deux constantes, tandis que les arcs d'ellipse n'en renferment qu'une. On peut partir de cette nouvelle transcendante comme d'une base, pour y ramener une infinité d'autres intégrales. Ainsi, faisant

$$\Delta = \sqrt{[b^2 + (a - c\,\text{cos.}\,\varphi)^2]}, \;\&\; P = \int \Delta\, d\varphi;$$

(cette intégrale commençant lorsque $\varphi = 0$), il sera facile d'avoir, par des différenciations relatives aux constantes $a, b, c,$ les intégrales

$$\int \frac{d\varphi}{\Delta}, \int \frac{d\varphi\,\text{cos.}\,\varphi}{\Delta}, \,\&\text{c.}$$

& en général,

$$\int \text{cos.}^m \varphi . d\varphi . \Delta^{2n+1}, \int \frac{\text{cos.}^m \varphi . d\varphi}{\Delta^{2n+1}}.$$

On trouvera aussi que la fonction P satisfait en général à ces trois conditions

$$0 = \frac{1}{b} . \frac{dP}{db} - \frac{ddP}{db^2} - \frac{ddP}{da^2}$$

$$\frac{bc\,\text{sin.}\,\varphi}{\Delta} = -a\frac{dP}{db} + 2ab\frac{ddP}{db^2} + (a^2 - b^2 - c^2)\frac{ddP}{da\,db},$$

$$\frac{c^2\,\text{sin.}\,\varphi\,\text{cos.}\,\varphi}{\Delta} = P - a\frac{dP}{da} + \frac{2a^2 - b^2 - c^2}{b} . \frac{dP}{db}$$

$$+ (b^2 + c^2 - 3a^2)\frac{ddP}{db^2}$$

$$+ \frac{a}{b}(3b^2 + c^2 - a^2)\frac{ddP}{da\,db}.$$

Les premiers membres de ces deux dernières équations feroient nuls, si P répondoit à la surface entière du cône.

On conçoit donc que l'intégrale

$$\int \text{cos.}^m \varphi \, . \, d\varphi \, . \, \Delta^{\pm(2n+1)}$$

pourra toujours s'exprimer par P, & ses différences du premier ordre $\frac{dP}{da}$, $\frac{dP}{db}$.

Mais j'observe que l'intégrale $\int \frac{d\varphi}{\Delta}$, & toutes celles qui s'en déduisent comme $\int \frac{d\varphi \, \text{cos.}\, \varphi}{\Delta^3}$, $\int \frac{d\varphi}{\Delta^3}$, &c. sont assignables par des arcs d'ellipse uniquement. Ce feroit par conséquent un vice de solution que d'avoir recours, pour ces intégrales, à des transcendantes d'un ordre plus élevé.

En effet, si l'on fait tang $\frac{1}{2}\varphi = m$ tang. $\frac{1}{2}\psi$, & qu'on prenne

$$m^4 = \frac{b^2 + (a-c)^2}{b^2 + (a+c)^2}, 2k^2 = 1 - \sqrt{\left[\frac{(b^2 + a^2 = c^2)^2}{(b^2 + a^2 - c^2)^2 + 4b^2c^2}\right]};$$

on aura

$$\int \frac{d\varphi}{\Delta} = \frac{1}{\sqrt[4]{[(a^2 + b^2 + c^2)^2 - 4a^2c^2]}} \, . \int \frac{d\psi}{\sqrt{(1 - k^2 \, \text{fin.}^2 \psi)}};$$

quantité qui ne dépend que de l'ellipse, & qui a pour expression

$$\frac{1}{\sqrt[4]{[(a^2 + b^2 + c^2)^2 - 4a^2c^2]}} \, . \left[E(k, \psi) - k \frac{dE}{dk}\right].$$

On trouveroit la même chose par les équations aux différences partielles qui précèdent, mais moins facilement que par ces transformations.



SECOND MÉMOIRE
SUR LES
INTÉGRATIONS PAR ARCS D'ELLIPSE,
Et ſur la comparaiſon de ces Arcs.

Par M. LE GENDRE.

DANS le Mémoire que j'ai lû à l'Académie ſur les intégrations par arcs d'ellipſe, je me ſuis propoſé de faire voir que la rectification de l'hyperbole dépendoit de celle de l'ellipſe; en effet, l'expreſſion d'un arc d'hyperbole eſt compoſée d'une partie algébrique qui repréſente ſa tangente, & de deux autres parties; ſavoir, un arc d'ellipſe & le coéfficient de ſa différence partielle en faiſant varier l'excentricité : j'ai conclu de-là que ſi le zèle de quelques calculateurs pouvoit nous fournir des Tables d'arcs d'ellipſe, pour différens degrés d'amplitude & d'excentricité, & que chaque arc fût accompagné du coéfficient de ſa différence partielle, on ſeroit en état d'intégrer par ces Tables, un très-grand nombre de différencielles, & nommément toutes celles que M.[rs] d'Alembert & Euler ont ramenées aux arcs des ſections coniques.

En attendant qu'un travail ſi utile ſoit entrepris, il eſt bon de préparer d'avance des formules, par leſquelles le calcul des Tables puiſſe ſe faire de la manière la moins pénible; c'eſt pourquoi je me ſuis occupé de ces approximations dans le Mémoire cité, & après avoir repréſenté les arcs d'ellipſe d'une manière commode pour le calcul, j'ai intégré les formules les plus ſimples qui dépendent de ces arcs.

Depuis la lecture de ce Mémoire, j'ai appris que M. Landen, membre de la Société royale de Londres, s'étoit

occupé du même objet avec beaucoup de ſuccès, & qu'il avoit conſigné ſes recherches dans les Tranſactions philoſophiques, *année 1775;* & plus récemment dans un ouvrage particulier, intitulé, *Mathematical Memoirs reſpecting a variety of ſubjects, by John Landen F.R.S. Lond. 1780.*

Le réſultat de M. Landen eſt que *tout arc d'hyperbole ſe rectifie immédiatement par le moyen de deux arcs d'ellipſes:* propoſition extrêmement intéreſſante, & d'autant plus remarquable qu'elle eſt le fruit d'une transformation très-adroite, qui avoit échappé à tous ceux qui ſe ſont occupés de ces objets.

Il n'eſt pas douteux que la découverte de M. Landen ne puiſſe procurer beaucoup d'élégance aux intégrations qui dépendent des arcs d'hyperbole; mais il me ſemble que les Tables, telles que je les ai propoſées, où l'on trouveroit le coéfficient aux différences partielles à côté de chaque arc, ſeroient plus commodes dans les applications que l'emploi de deux arcs d'ellipſes, dont les amplitudes & les excentricités ſeroient différentes, & qui entraîneroient d'ailleurs plus de complication dans les expreſſions analytiques. C'eſt aux géomètres à décider laquelle des deux méthodes mérite la préférence, ſoit pour l'uſage des Tables, ſoit pour les expreſſions introduites dans le calcul, où j'ai eu ſoin d'éviter abſolument toute figure & toute conſtruction géométrique.

L'objet que je me propoſe maintenant, eſt de démontrer le théorème de M. Landen, en le déduiſant de mes formules, & d'ajouter quelques propoſitions à celle de ce ſavant géomètre. En combinant ſon théorème avec une équation aux différences partielles, trouvée dans le Mémoire précédent, j'en ai tiré cette conſéquence, que *dans une infinité d'ellipſes, dont les excentricités varient ſuivant une loi donnée, depuis le cercle juſqu'à la ligne droite, la rectification définie de deux de ces ellipſes, c'eſt-à-dire, leur longueur totale, donnera immédiatement celle de toutes les autres.*

Il ne faudroit pas en conclure cependant qu'avec le cercle & la ligne droite, on rectifiera toutes les ellipses : comme le cercle & la ligne droite sont les extrêmes d'une suite infinie, il faudroit employer réellement une infinité de termes, ou se servir d'une série infinie, pour représenter le périmètre d'une ellipse quelconque par le moyen du cercle & de la ligne droite ; mais à partir d'une ellipse donnée, celles qui entrent dans la même suite, varient si promptement en excentricité dans un sens & dans l'autre, qu'avec un fort petit nombre de termes, on peut exprimer la circonférence d'une ellipse quelconque, par le moyen d'une ellipse très-peu excentrique & d'une très-excentrique, ou ce qui est encore plus commode, par le moyen de deux ellipses aussi peu différentes du cercle qu'on voudra.

La rectification indéfinie réussit également dans la même suite d'ellipses, & nous ferons voir qu'*ayant choisi à volonté deux ellipses dans cette suite, on peut par le moyen de leurs arcs déterminer ceux de toutes les ellipses de la même suite.* La formule qui représente cette proposition, renferme, comme corollaire, celle qui est relative à la rectification définie. On peut donc se servir des arcs de deux ellipses très-peu excentriques pour déterminer ceux d'une ellipse quelconque; on pourroit se servir aussi des arcs de deux ellipses très-excentriques, & alors on auroit un autre avantage considérable, celui de n'employer que de très-petits arcs de ces ellipses. Je ne puis m'empêcher de remarquer à ce sujet l'accord singulier de deux résultats obtenus par des méthodes totalement différentes. M. de la Grange a considéré dans les Mémoires de Turin, *tome V*, les différencielles de l'espèce de celles qui s'intègrent par les arcs des sections coniques ; dans certains cas ces différencielles s'intégreroient exactement par les moyens ordinaires, c'est-à-dire, par arcs de cercle & par logarithmes ; il faudroit pour cela une certaine relation entre les constantes. Or, dans tout autre cas M. de la Grange parvient par des substitutions successives, à approcher de plus en plus du point où une telle

relation entre les coéfficiens rendroit l'intégrale possible. Il est clair que le résultat de cette méthode s'accorde parfaitement avec le nôtre.

La même formule qui établit la relation entre les arcs de trois ellipses d'une même suite, nous a fourni cet autre théorème, que *dans une ellipse quelconque, on peut déterminer une suite d'arcs, dont la différence avec le quart, le huitième, le seizième, &c. du quart d'ellipse, soit assignable en ligne droite.* Cette espèce de *bissection* est présentée ensuite d'une manière plus générale & plus simple, à l'aide d'une intégrale d'Euler, d'où naissent une infinité de théorèmes analogues à celui du comte Fagnani, & de la même étendue.

Enfin, une réflexion très-simple permet de généraliser encore davantage ces propositions, & d'y parvenir d'une manière tout-à-fait directe.

La nouvelle formule qu'on obtient, prouve de plus que toutes les comparaisons des arcs de cercle qui se font par voie d'analyse, leur multiplication, division, addition, &c. peuvent se faire également pour les arcs d'ellipse, à une ligne droite près. C'est le résultat auquel M. Euler est parvenu dans plusieurs Mémoires, également recommandables par la difficulté de la matière, & par la profondeur d'analyse qui y règne.

Dans le dernier article, nous nous sommes occupés de quelques intégrations qui peuvent conduire à des propriétés assez remarquables. Nous trouvons, par exemple, d'après M. Landen, qu'il y a une ellipse dont la circonférence est déterminée par celles du cercle & d'une autre ellipse; résultat qui, suivant nos propositions, peut être étendu à toutes les ellipses d'une même suite.

(VIII.)

Expression d'un Arc d'ellipse.

RAPPELONS d'abord les principales dénominations dont nous avons fait usage dans le Mémoire précédent.

Le demi-grand axe d'une ellipſe eſt toujours repréſenté par l'unité.

Le demi-petit axe $= b$, l'excentricité $= c = \sqrt{(1 - b^2)}$.

Tous les arcs d'ellipſe que nous conſidérons, commencent au petit axe ; ce que nous appelons leur *amplitude*, eſt un angle φ qui détermine leur extrémité, ſoit par le moyen du cercle circonſcrit, comme nous l'avons fait voir, ſoit par les coordonnées

$$x = \text{ſin. } \varphi, \; y = b \text{ coſ. } \varphi.$$

Chaque arc devient ainſi une fonction de l'excentricité c & de l'amplitude φ; on la repréſente par E ou $E(c, \varphi)$, ou $E\,\varphi$. Cette quantité E eſt l'intégrale de la formule

$$d\,\varphi\,\sqrt{(1 - c^2 \text{ ſin.}^2\, \varphi)},$$

priſe de manière qu'elle s'évanouiſſe lorſque $\varphi = 0$.

Si on fait $\varphi = 90^\circ$, l'arc E deviendra le quart d'ellipſe que je repréſente par $E\,1$ ou $E\,1\,(c)$, quantité qui n'eſt fonction que de c. L'angle φ peut être plus grand que 90°, alors l'arc E ſera plus grand que $E\,1$; par exemple ſi $\varphi = 180^\circ$, on aura

$E = 2\,E\,1$; ſi $\varphi = 270^\circ$, $E = 3\,E\,1$; ſi $\varphi = 120^\circ$, on aura

$$E = 2\,E\,1 - E\,(c, 60^\circ), \text{\&c.}$$

Le théorème du comte Fagnani, concernant les arcs d'ellipſe dont la différence eſt égale à une ligne droite, peut s'exprimer ainſi dans notre notation.

Soient deux angles φ & ψ, tels que $1 = b$ tang. φ. tang. ψ, on aura en général

$$E(c, \varphi) + E(c, \psi) = E\,1 + \frac{c^2 \text{ ſin. } \varphi \text{ coſ. } \varphi}{\sqrt{(1 - c^2 \text{ ſin.}^2\, \varphi)}}:$$

Donc, en faiſant $\varphi = \psi$, ou tang. $\varphi = \frac{1}{\sqrt{b}}$, on a

$$2\,E = E\,1 + 1 - b.$$

(IX.)

(IX.)

Valeur d'un arc d'hyperbole.

DANS l'hyperbole, appelons l'excentricité . . . . 1.

Le demi-axe tranſverſe . . . . c.

Le demi-axe conjugué . . . . $b = \sqrt{(1 - c^2)}$.

Soit H, un arc d'hyperbole compté depuis le ſommet & terminé par l'ordonnée $y = b^2$ tang. φ; l'angle φ ſera l'*amplitude* de cet arc, & on aura

$$H = \int \frac{b^2\, d\varphi}{\text{coſ.}^2\, \varphi \sqrt{(1 - c^2 \text{ ſin.}^2\, \varphi)}}.$$

Nous ferons, pour abréger

$$\sqrt{(1 - c^2 \text{ ſin.}^2\, \varphi)} = \Delta;$$

& nous aurons H, ou

$$H(c, \varphi) = \Delta \text{ tang. } \varphi - \int \Delta\, d\varphi + b^2 \int \frac{d\varphi}{\Delta}.$$

Or

$$\int \Delta\, d\varphi = E(c, \varphi);$$

& nous avons trouvé

$$\int \frac{d\varphi}{\Delta} = E - c\, \frac{dE}{dc};$$

Donc,

$$H(c, \varphi) = \Delta \text{ tang. } \varphi - c^2 E + b^2 c\, \frac{dE}{dc},$$

où l'on peut remarquer que la partie algébrique Δ tang. φ eſt l'expreſſion de la tangente à l'extrémité de l'arc H, prolongée juſqu'à la rencontre de la perpendiculaire menée du centre.

(X.)

Comparaison des arcs de deux ellipses.

CONSIDÉRONS maintenant une autre ellipse, dont le demi-grand axe soit toujours 1, le demi-petit axe $= b'$, l'excentricité $= c'$, l'amplitude d'un arc $E' = \varphi'$. La quantité $\frac{c'^2 \sin.\varphi' \cos.\varphi'}{\sqrt{(1 - c'^2 \sin.^2 \varphi')}}$, qui exprime la différence rectiligne entre l'arc E' & son correspondant compté du grand axe, a pour *maximum* $1 - b'$; ainsi nous pouvons faire en général,

$$\frac{c' c' \sin.\varphi' \cos.\varphi'}{\sqrt{(1 - c'^2 \sin.^2 \varphi')}} = (1 - b') \sin.\varphi \ldots\ldots (A'):$$

de-là, on tirera

$$2 \sin.^2 \varphi' = 1 + \frac{1 - b'}{1 + b'} \sin.^2 \varphi \pm \cos.\varphi \sqrt{[1 - (\frac{1 - b'}{1 + b'})^2 \sin.^2 \varphi]}.$$

Soit donc $\frac{1 - b'}{1 + b'} = c$, & on aura

$$2 \sin.^2 \varphi' = 1 + c \sin.^2 \varphi \pm \cos.\varphi \sqrt{(1 - c^2 \sin.^2 \varphi)} \ldots (B').$$

Avant d'aller plus loin, je remarque que les deux valeurs de φ', que donne le double signe $\pm$, étant nommées φ' & ψ', on auroit $1 = b' \text{ tang. } \varphi' \text{ tang. } \psi'$; d'où il suit que les angles φ' & ψ' ont la relation nécessaire pour que les arcs correspondans soient dans le cas du théorème de Fagnani; & cela devoit être en vertu de l'équation (A'); puisque le premier membre reste le même en mettant ψ' à la place de φ'.

Puis donc que nous connoissons la relation des deux valeurs de φ' dans l'équation (B'), il suffira d'en considérer

une; ainsi, prenant la plus petite, nous aurons

$2\,\text{sin.}^2\varphi' = 1 + c\,\text{sin.}^2\varphi - \text{cos.}\varphi\sqrt{(1 - c^2\,\text{sin.}^2\varphi)} \ldots (B'');$

on tire de-là, en faisant

$$\sqrt{(1 - c^2\,\text{sin.}^2\,\varphi)} = \Delta,$$

$$4\,\text{sin.}\,\varphi'\,\text{cos.}\,\varphi'\,d\varphi' = 2\,c\,\text{sin.}\,\varphi\,\text{cos.}\,\varphi\,d\varphi + \text{sin.}\,\varphi\,.\,\Delta\,d\varphi + \frac{c^2\,\text{sin.}\,\varphi\,\text{cos.}^2\,\varphi\,d\varphi}{\Delta};$$

mais on a

$$d\,E' = d\,\varphi'\,\sqrt{(1 - c'c'\,\text{sin.}^2\,\varphi')}$$

ou par l'équation (A'),

$$d\,E' = \frac{c'c'\,\text{sin.}\,\varphi'\,\text{cos.}\,\varphi'}{(1 - b^2)\,\text{sin}\,\varphi} = \frac{2\,\text{sin.}\,\varphi'\,\text{cos.}\,\varphi'\,d\,\varphi'}{(1 + c)\,\text{sin.}\,\varphi}.$$

Donc

$$2(1 + c)\,dE' = 2\,c\,\text{cos.}\,\varphi + 2\,\Delta\,d\,\varphi - b^2\frac{d\varphi}{\Delta},$$

& en intégrant

$$\left.\begin{array}{l} 2\,(1 + c)\,E' = 2\,c\,\text{sin.}\,\varphi + 2\,E \\ \qquad - b^2\left(E - c\,\frac{d\,E}{d\,c}\right) \end{array}\right\} \ldots (C');$$

donc l'arc indéfini E' peut se déterminer par le moyen de l'arc E d'une autre ellipse, & du coéfficient aux différences partielles $\frac{d\,E}{d\,c}$. Il faut pour cela que l'excentricité de cette seconde ellipse soit $c = \frac{1 - b'}{1 + b'}$, & que les amplitudes φ & φ' des deux arcs E, E' aient la relation comprise dans l'équation (A') ou (B'').

Réciproquement, on peut se servir des deux arcs E & E'

qui ont entr'eux une ſi grande affinité, pour éviter d'employer dans le calcul le coéfficient $\frac{dE}{dc}$; ainſi, dans tous les cas où l'on aura fait uſage de ce coéfficient, ou de l'intégrale $\int \frac{d\varphi}{\Delta}$ qui le renferme, on pourra mettre à leur place les valeurs ſuivantes, exprimées par deux arcs d'ellipſes,

$$\left.\begin{array}{l} b^2 \int \frac{d\varphi}{\Delta} = 2c \,\text{fin.}\,\varphi + 2E - 2(1+c)E' \\ b^2 c . \frac{dE}{dc} = 2(1+c)E' - (1+c^2)E - 2c\,\text{fin.}\,\varphi \end{array}\right\} \ldots (D').$$

(XI.)

L'Arc d'hyperbole meſuré par deux arcs d'ellipſes.

MAINTENANT il eſt clair que l'arc d'hyperbole peut s'exprimer par les deux arcs d'ellipſes E, E', & qu'on a
$H = \Delta\,\text{tang.}\,\varphi + 2c\,\text{fin.}\,\varphi + E - 2(1+c)E'$:
c'eſt la belle propoſition dont M. Landen a enrichi la géométrie.

Si on fait $\varphi = 90^d$, $\Delta\,\text{tang.}\,\varphi - H$ repréſentera la différence entre l'hyperbole & ſon aſymptote : alors l'arc E devient le quart d'ellipſe $E\,1$. Quant à l'arc E', puiſqu'on a $\varphi = 90^d$, on tirera de la formule (B'')

$$\text{fin.}^2\varphi' = \frac{1+c}{2},\ \text{coſ.}^2\varphi' = \frac{1-c}{2},$$

$$\text{tang.}^2\varphi' = \frac{1+c}{1-c} = \frac{1}{b'}.$$

Donc l'arc E' eſt dans le cas du théorème de Fagnani (VIII), & on a

$$E' = \frac{E'1 + 1 - b'}{2}.$$

Il résulte de-là que la différence entre l'hyperbole & son asymptote

$$= (1 + c) E' 1 - E 1 ;$$

elle est donc égale à la différence de deux quarts d'ellipse, dont l'un a pour demi-axes, 1 & $\sqrt{(1 - c^2)}$, l'autre, 1 + c & 1 − c.

(XII.)

Rectification définie des ellipses d'une même suite.

Si on substitue la valeur de E', que nous venons de trouver, dans les équations (D'), on aura la valeur totale de $\int \frac{d\varphi}{\Delta}$, lorsque $\varphi = 90^d$, & celle de $\frac{dE1}{dc}$, qui se tireront des formules

$$b^2 \int \frac{d\varphi}{\Delta} = 2 E 1 - (1 + c) E' 1$$

$$b^2 c \frac{dE1}{dc} = (1 + c) E' 1 - (1 + c^2) E 1 \ldots (D'').$$

Combinant cette équation avec la formule trouvée dans le Mémoire précédent (IV),

$$b^2 c \frac{ddE1}{dc^2} + b^2 \frac{dE1}{dc} + cE1 = 0,$$

& observant que

$$\frac{dc'}{dc} = \frac{1 - c}{(1 + c)^2 \sqrt{c}},$$

à cause de $b' = \frac{1 - c}{1 + c}$, ou $c' = \frac{2\sqrt{c}}{1 + c}$, on aura

$$\frac{(1 - c)\sqrt{c}}{1 + c} \cdot \frac{dE'1}{dc'} = E' 1 - E 1.$$

Mais en concevant un autre quart d'ellipse E'' 1, dont l'excentricité c'' se déduise de l'excentricité c', comme

l'excentricité c' se déduit de c, de sorte qu'on ait

$c'' = \frac{2\sqrt{c'}}{1+c'}$, on auroit, par l'équation (D'')

$$b'\,b'\,c'\,\frac{dE'1}{dc'} = (1+c')E''1 - (1+c'')E'1.$$

Éliminant de ces deux équations $\frac{dE'1}{dc}$, on aura

$$(1+c)^2(1+c')E''1 - (1+c)(3+c)E'1$$
$$+ 2(1-c)E1 = 0;$$

ou en termes un peu plus simples,

$$(1+c')E''1 = (2+b')E'1 - b'(1+b')E1 \ldots (E):$$

formule qui établit une relation remarquable entre les trois quarts d'ellipse $E\,1$, $E'\,1$, $E''\,1$: de sorte que l'un peut se déterminer par le moyen des deux autres.

Ainsi, concevant une suite d'ellipses dont le demi-grand axe soit l'unité, & dont les excentricités c, c', c'', c''', &c. se déduisent les unes des autres dans un sens, & les demi-axes conjugués dans l'autre, suivant cette loi,

$$c' = \frac{2\sqrt{c}}{1+c},\ c'' = \frac{2\sqrt{c'}}{1+c'},\ c''' = \frac{2\sqrt{c''}}{1+c''}, \text{\&c.}$$

$$b = \frac{2\sqrt{b'}}{1+b'},\ b' = \frac{2\sqrt{b''}}{1+b''},\ b'' = \frac{2\sqrt{b'''}}{1+b'''}, \text{\&c.}$$

la circonférence de deux de ces ellipses étant connue, on déterminera exactement celle de toutes les autres.

La suite c, c', c'', &c. augmente continuellement; ainsi les ellipses deviendront extrêmement aplaties au bout de quelques termes, & alors nous avons des formules très-convergentes pour en déterminer la longueur.

La même suite peut être prolongée à l'infini dans l'autre sens; mais il est plus commode de se servir des demi-axes conjugués, &c; $'''b$, $''b$, $'b$, b, qui se déduisent ainsi

les uns des autres

$$'b = \frac{2\sqrt{b}}{1+b},\ ''b = \frac{2\sqrt{'b}}{1+'b},\ '''b = \frac{2\sqrt{''b}}{1+''b},\ \&c.$$

Ces demi-axes augmentent donc avec la même rapidité dans ce ſens, que les excentricités dans l'autre. Ainſi les ellipſes correſpondantes approcheront beaucoup du cercle, & par conſéquent il eſt aiſé de réduire la rectification d'une ellipſe donnée à celle de deux autres ellipſes auſſi peu différentes du cercle qu'on voudra.

Par exemple, prenant

$$c = \frac{1}{100},\ \text{on a}\ c' = \frac{20}{101},\ \&\ b'' = \frac{81}{121};$$

donc l'ellipſe fort excentrique E'', dont les axes ſont dans le rapport de 121 à 81, ſe déterminera par les deux ellipſes beaucoup moins excentriques E' & E, l'excentricité de la première étant $\frac{20}{101}$ & celle de la ſeconde $\frac{1}{100}$, & on aura

$$E'' = \frac{301}{121} E' - \frac{1800}{1111} E.$$

Il ſeroit facile enſuite de déterminer l'ellipſe E' elle-même, par le moyen de l'ellipſe E qui n'a que $\frac{1}{100}$ d'excentricité & d'une autre ellipſe $'E$ qui auroit une excentricité beaucoup moindre, ſavoir

$$'c = [100 - \sqrt{(9999)}]^2 = \left[\frac{1}{100 + \sqrt{(9999)}}\right]^2,$$

ou environ $\frac{1}{39998}$.

A ce point, nous ſerions déjà ſi près du cercle, qu'il ſeroit inutile d'aller plus loin. Appelant donc $'E$ cette dernière ellipſe, ou plutôt ſon quart, ſi E, E', E'' repréſentent le quart des autres, on auroit

$$E' = \frac{200 + \sqrt{(9999)}}{101} E - \left[\frac{99{,}99 + \sqrt{(9999)}}{101}\right] E'.$$

Ainsi l'ellipse proposée E^{I} seroit déterminée par deux ellipses qui ont très-peu d'excentricité, & qu'on évalueroit bientôt avec toute l'approximation qu'on peut desirer.

(XIII.)

Rectification indéfinie de toutes les Ellipses d'une même suite, par le moyen de deux ellipses de cette suite.

QUAND il s'agit de la rectification indéfinie, nous avons les deux équations *(X & IV)*,

$$b^2\left(E - c\frac{dE}{dc}\right) = 2c\,\text{fin.}\,\varphi + 2E - 2(1+c)E^{\text{I}},$$

$$b^2 \cdot \frac{ddE}{dc^2} + \frac{b^2}{c} \cdot \frac{dE}{dc} + E - \frac{\text{fin.}\,\varphi\,\text{cof.}\,\varphi}{\Delta} = 0.$$

Pour éliminer $\frac{ddE}{dc^2}$, on différenciera la première par rapport à c, φ étant constant; mais d'abord il faut observer que

$$\frac{dE^{\text{I}}}{dc} = \frac{dE^{\text{I}}}{dc^{\text{I}}} \cdot \frac{dc^{\text{I}}}{dc} + \frac{dE^{\text{I}}}{d\varphi^{\text{I}}} \cdot \frac{d\varphi^{\text{I}}}{dc}.$$

Or,

$$\frac{dE^{\text{I}}}{d\varphi^{\text{I}}} = \sqrt{(1 - c^{\text{I}}c^{\text{I}}\,\text{fin.}^2\,\varphi^{\text{I}})} = \frac{2\,\text{fin.}\,\varphi^{\text{I}}\,\text{cof.}\,\varphi^{\text{I}}}{(1+c)\,\text{fin.}\,\varphi};$$

&

$$4\,\text{fin.}\,\varphi^{\text{I}}\,\text{cof.}\,\varphi^{\text{I}} \cdot \frac{d\varphi^{\text{I}}}{dc} = \text{fin}^2\,\varphi + \frac{c\,\text{cof.}\,\varphi\,\text{fin.}^2\,\varphi}{\Delta};$$

donc,

$$\frac{dE^{\text{I}}}{dc} = \frac{1-c}{(1+c)^2\sqrt{c}} \cdot \frac{dE^{\text{I}}}{dc} + \frac{1}{2(1+c)} \cdot \left(\text{fin.}\,\varphi + \frac{c\,\text{fin.}\,\varphi\,\text{cof.}\,\varphi}{\Delta}\right).$$

Maintenant, $\frac{ddE}{dc^2}$ étant éliminé de nos deux équations, on aura

$$cE + b^2\frac{dE}{dc} + \text{fin.}\,\varphi - 2E^{\text{I}} + \frac{2(1-c)\sqrt{c}}{1+c} \cdot \frac{dE^{\text{I}}}{dc^{\text{I}}} = 0;$$

éliminant

éliminant dans celle-ci $b^2 \frac{dE}{dc}$, à l'aide de la première équation, on aura

$$(1 - c) c' \frac{dE'}{dc'} = 2E' - E - c \sin. \varphi:$$

mais en désignant par E'' l'arc d'une nouvelle ellipse formée d'après l'arc E', comme E' l'est d'après E, on pourra ajouter un accent aux différens termes de la première équation, qui deviendra

$$b' b' c' \frac{dE'}{dc'} + (1 + c' c') E' + 2 c' \sin. \varphi' = 2 (1 + c') E''.$$

De ces deux équations, on tirera, en éliminant $\frac{dE'}{dc'}$,

$$2(1 + c')E'' = \frac{3 + c}{1 + c} E' - \frac{(1 - c)}{(1 + c)^2} (E + c \sin. \varphi) + 2 c \sin. \varphi;$$

ou en n'employant que les élémens de l'ellipse moyenne E',

$$2(1 + c')E'' = (2 + b')E' - \tfrac{1}{2} b' (1 + b') E$$
$$- \tfrac{1}{2} b' (1 - b') \sin. \varphi + 2 c' \sin. \varphi' \ldots\ldots (F).$$

Telle est l'équation générale qui a lieu entre les trois arcs E, E', E'' des ellipses dont les excentricités sont c, c', c''; d'où il résulte que deux de ces arcs étant connus, le troisième le sera immédiatement.

On voit qu'en partant de l'ellipse la moins excentrique, l'un quelconque de ses arcs E peut être déterminé par les arcs E', E'' des ellipses plus excentriques, & on observe par l'enchaînement des angles $\varphi, \varphi', \varphi''$, &c. que ces angles vont en diminuant assez rapidement, chacun étant environ la moitié de celui qui le précède; de sorte que la portion nécessaire à la rectification de l'arc E, sera de plus en plus petite. On peut continuer d'ailleurs la suite E, E', E'', E''', &c. aussi loin qu'on voudra, & se servir des deux termes les plus éloignés pour déterminer l'arc E; alors on aura, outre l'avantage d'une très-grande excentricité, qui rend les

formules fort convergentes, celui de n'employer que de très-petits arcs de ces dernières ellipses.

Si au contraire, on vouloit déterminer l'arc E'' par ceux des deux ellipses moins excentriques E' & E, on le pourroit par la même équation; mais il y auroit quelque précaution à prendre, si l'angle φ'' étoit d'une certaine grandeur. Alors les arcs E' & E pourroient contenir un ou plusieurs quarts d'ellipses, sur-tout si l'on prolongeoit un peu loin la suite E', E, $'E$, $''E$, &c. Comme on a en général (A')

$$\text{fin.}\ \varphi = \frac{\frac{1 + b'}{2}\ \text{fin.}\ 2\ \varphi'}{\sqrt{(1 - c'^2\ \text{fin.}^2 \varphi')}},$$

& que dans le cas que nous considérons, c' est très-petit & b' presque égal à l'unité; il est clair qu'on a à très-peu-près $\varphi = 2\ \varphi'$, attendu que ces deux angles n'ont aucune limite, & qu'ils augmentent tous les deux indéfiniment. On a exactement $\varphi = 2\ \varphi'$ toutes les fois que φ est un multiple de 90^d, quelle que soit l'excentricité c'; ainsi on voit que dans tous les cas on doit regarder l'angle φ comme à très-peu-près double de φ', φ' double de φ'', &c. Il est clair que si l'angle φ contient plusieurs fois 90^d, l'arc d'ellipse correspondant contiendra autant de fois le quart de l'ellipse $E\,1$; ainsi on pourra toujours évaluer exactement les angles φ', φ, $'\varphi$, $''\varphi$, &c. quelsque grands qu'ils soient, ainsi que les arcs d'ellipse correspondans.

Par exemple, soit $\varphi'' = 90^d$, il est clair, par ce que nous venons de démontrer, qu'on aura

$$\varphi' = 180^d, \ \&\ \varphi = 360^d;$$

donc

$$E'' = E''\,1,\ E' = 2\ E'\ 1\ \&\ E = 4\ E\,1.$$

Substituant dans l'équation (F'), on en tire comme corollaire l'équation (E'),

$$(1 + c')\,E''1 = (2 + b')\,E'1 - b'(1 + b')E1$$

que nous avions déjà obtenue pour la rectification définie.

Pour faire encore une application, ſoit

$$\text{tang. } \varphi'' = \frac{1}{\sqrt{b''}},$$

on aura

$$\varphi' = 90^d, \ \& \ \varphi = 180^d.$$

Les arcs correſpondans ſont

$$E''1 = \frac{E''1 + 1 - b''}{2}, \ E' = E'1, E = 2E1;$$

ſubſtituant dans l'équation (F'), & obſervant que

$$b'' = \frac{1 - c'}{1 + c'};$$

on retombe encore ſur l'équation

$$(1 + c')E'' = (2 + b')E'1 - b'(1 + b')E1.$$

On voit maintenant que rien ne doit arrêter dans l'application de la formule (F'), & qu'il ſera toujours poſſible de déterminer un arc d'ellipſe par le moyen de deux autres arcs pris ſur des ellipſes auſſi peu excentriques qu'on voudra, leſquels arcs pourront être fort grands, & même compoſés de pluſieurs circonférences, mais n'en ſeront pas plus difficiles à évaluer.

(XIV.)

Eſpèce de biſſection du quart d'ellipſe, déduite de l'équation (F').

SOIT $\varphi = 90^d$, on aura (B'')

$$\text{ſin.}^2 \varphi' = \frac{1 + c}{2} = \frac{1}{1 + b'};$$

ou $\text{tang. } \varphi' = \frac{1}{\sqrt{b'}}$. Enſuite la même équation (B'')

accentuée donnera

$$2 \sin.^2 \varphi'' = 1 + \frac{\sqrt{(1 - b'^2)} - b'}{\sqrt{(1 + b'^2)}};$$

& à cause de $b' = \frac{2\sqrt{b''}}{1 + b''}$;

$$\sin.^2 \varphi'' = \frac{1}{1 + \sqrt{b''}} \left[1 - \frac{\sqrt{b''}}{\sqrt{(1 + b''^2)}}\right].$$

Les arcs correſpondans ſont

$$E = E\,1, \; E' = \frac{E'\,1 + 1 - b'}{2};$$

le troiſième E'' eſt celui que nous cherchons, il ſe trouvera par l'équation (F') qui donne

$$2(1 + c')E'' = (2 + b')\frac{E'1}{2}$$
$$- \tfrac{1}{2}b'(1 + b')E\,1 + 1 - b' + 2\sqrt{(1 - b'^2)}.$$

Mais à la place de

$$(2 + b')\frac{E'\,1}{2} - \tfrac{1}{2}b'(1 + b')E\,1;$$

on peut mettre $(1 + c')\frac{E''\,1}{2}$, qui lui eſt égal, en vertu de l'équation (E'): ainſi on aura

$$2(1 + c')(E'' - \tfrac{1}{4}E''\,1) = 1 - b' + 2\sqrt{(1 - b'^2)},$$

ou en d'autres termes,

$$E'' - \tfrac{1}{4}E''\,1 = \left(\frac{1 - \sqrt{b''}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1 - \sqrt{b''}}{2}\right)\sqrt{(1 + b''^2)}.$$

Nous pouvons donc déterminer ſur le quart d'ellipſe BKA*, le point I tel que l'arc BI égale le quart de l'arc BKA, plus la ligne droite

$$\left(\frac{1 - \sqrt{b}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1 - \sqrt{b}}{2}\right)\sqrt{(1 + b^2)},$$

---

* Voyez la Figure, *(page 666)*.

en ſuppoſant à l'ordinaire $BC = b$, $AC = 1$. L'angle φ amplitude de l'arc BI, ſera déterminé par l'équation

$$\text{ſin.}^2\,\varphi = \frac{1}{1+\sqrt{b}}\left[1 - \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{(1+b)}}\right].$$

Mais à chaque arc BI, compté du petit axe, répond un arc AL, compté du grand axe, tel que la différence des deux arcs BI, AL eſt égale à une ligne droite; & cette ligne droite, en vertu de l'équation (A'), eſt dans le cas préſent $(1 - \sqrt{b})\sqrt{(1+b)}$. D'ailleurs, le point K eſt toujours celui où l'on a

$$BK - KA = 1 - b:$$

ainſi le quart d'ellipſe BKA eſt diviſé en quatre parties BI, IK, KL, LA, dont les différences ſont aſſignables en lignes droites. Voici les valeurs de ces arcs:

$$BI = \frac{E1}{4} + \frac{1-\sqrt{b}}{4}\left[\ \ 1 - \sqrt{b} + 2\sqrt{(1+b)}\right];$$

$$IK = \frac{E1}{4} + \frac{1-\sqrt{b}}{4}\left[\ \ 1 + 3\sqrt{b} - 2\sqrt{(1+b)}\right];$$

$$KL = \frac{E1}{4} + \frac{1-\sqrt{b}}{4}\left[-3 - \sqrt{b} + 2\sqrt{(1+b)}\right];$$

$$LA = \frac{E1}{4} + \frac{1-\sqrt{b}}{4}\left[\ \ 1 - \sqrt{b} - 2\sqrt{(1+b)}\right].$$

BI eſt toujours plus grand que $\frac{E1}{4}$; KL & LA ſont toujours plus petits, mais IK peut être plus grand ou plus petit. Il y a une ellipſe où IK eſt préciſément égale à $\frac{1}{4}BKA$, c'eſt lorſque $b = \frac{33 - 12\sqrt{6}}{25}$.

On peut remarquer que les valeurs de ſin. φ qui déterminent les points I, K, L, ne dépendent que de radicaux du ſecond degré, ainſi que les différences des arcs

BI, IK, KL, LA ; de ſorte que cette eſpèce de biſſection du quart d'ellipſe peut être opérée par la géométrie élémentaire.

Je reprends l'équation générale (F), & ſuppoſant

$$\text{tang. } \varphi = \frac{1}{\sqrt{b}};$$

ce qui donne

$$E = \frac{B1 + 1 - b}{2},$$

j'ai, par l'exemple précédent,

$$\text{ſin.}^2 \varphi' = \frac{1}{1 + \sqrt{b'}} \left[1 - \frac{\sqrt{b'}}{\sqrt{(1 + b')}} \right]$$

$$E' = \frac{E'1}{4} + \left(\frac{1 - \sqrt{b'}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1 - \sqrt{b'}}{2}\right)\sqrt{(1 + b')};$$

ſubſtituant dans l'équation (F'), & obſervant qu'à la place de

$$(2 + b')\frac{E'1}{4} - b'(1 + b')\frac{E1}{4},$$

on peut mettre $(1 + c')\frac{E''1}{4}$, on aura

$$(1 + c')\left(E'' - \frac{E''1}{8}\right) = \left(\frac{1 - \sqrt{b'}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1 - \sqrt{b'}}{2}\right)\sqrt{(1 + b')}$$
$$+ \sqrt{\{(1 - \sqrt{b'})[1 + b' - \sqrt{(b' + b'b')}]\}}.$$

On peut donc encore ſous-diviſer l'arc BI au point H, de manière que BH & HI ne différeront du huitième du quart d'ellipſe que d'une ligne droite connue. La diviſion en H répondra à une diviſion en M, où l'on aura pareillement les deux arcs LM, MA, qui différeront de $\frac{1}{8}E''1$, chacun d'une ligne droite aſſignable.

On peut procéder ainſi à l'infini, & trouver ſur l'ellipſe une infinité d'arcs BK, BI, BH, &c. ainſi que AK, AL, AM, &c. dont les différences avec la moitié,

le quart, le huitième, &c. du quart d'ellipse, soient des lignes droites assignables.

(X V.)

Nouvelle formule d'où résulte une suite de théorèmes analogues à celui de Fagnani.

On sait que l'équation suivante est susceptible d'une intégrale algébrique,

$$\frac{dx}{\sqrt{[(1-xx)(1-c^2x^2)]}}+\frac{dy}{\sqrt{[(1-yy)(1-c^2y^2)]}}=0;$$

si on y suppose $x = \sin.\varphi$, $y = \sin.\psi$, elle deviendra

$$\frac{d\varphi}{\sqrt{(1-c^2\sin.^2\varphi)}}+\frac{d\psi}{\sqrt{(1-c^2\sin.^2\psi)}}=0,$$

& son intégrale, d'après les méthodes connues, sera

$$\cos.\varphi\cos.\psi = \lambda\sin.\varphi\sin.\psi + \cos.\mu\ldots(G'),$$

μ étant la constante arbitraire, & λ étant mis au lieu de $\sqrt{(1 - c^2\sin.^2\mu)}$. Mais la même équation étant intégrée par les arcs de deux ellipses, dont les excentricités sont à l'ordinaire c & c', on aura (*art. X*),

$$c\sin.\varphi + c\sin.\psi + E(\varphi) + E(\psi)$$
$$-(1+c)[E'(\varphi') + E'(\psi')] = \text{const.}$$

Il est aisé de voir, par l'équation (G'), que μ est la limite de φ & de ψ, ou la valeur d'une de ces indéterminées, lorsque l'autre est zéro. On peut donc déterminer la constante, en introduisant cette limite, & on aura

$$\left.\begin{array}{l}(1+c)(E'\varphi' + E'\psi' - E'\mu') \\ = E\varphi + E\psi - E\mu + c(\sin.\varphi + \sin.\psi - \sin.\mu)\end{array}\right\}\ldots(H').$$

Si on fait $\varphi = \psi = \theta$, θ étant déterminé par la formule

$$\sin.^2\theta = \frac{1-\cos.\mu}{1+\lambda}\ldots.(I'),$$

on aura

$$\left.\begin{array}{l}(1 + c)\,(2\,E'\,\theta' - E'\,\mu') \\ = 2\,E\theta - E\mu + c\,(2\,\text{fin.}\,\theta - \text{fin.}\,\mu)\end{array}\right\}\ldots\ldots(K');$$

équation d'où l'on peut déduire très-ſimplement tout ce qui a été démontré dans l'*article précédent*, ſur les arcs qui ſe meſurent par la moitié, le quart, le huitième, &c. du quart d'ellipſe. Je n'entrerai pas de nouveau dans ce détail, & je me contenterai d'examiner les conſéquences plus générales qui réſultent de l'équation (H'), où il y a deux quantités abſolument arbitraires, μ & φ.

Premier corollaire. Soit la conſtante $\mu = 180^d$, on aura $\lambda = 1$, & l'équation (G') donnera $\varphi + \psi = 180^d$; d'où il ſuit qu'on aura

$$E\varphi + E\,\psi = 2\,E\,1 = E\mu.$$

Enſuite les angles correſpondans μ', φ' & ψ' ſur la ſeconde ellipſe, ſeront déterminés par les formules

$$\text{fin.}\,\mu' = 1,$$

$$2\,\text{fin.}^2\varphi' = 1 + c\,\text{fin.}^2\varphi - \text{cof.}\,\varphi\,\sqrt{(1 - c^2\,\text{fin.}^2\varphi)};$$

$$2\,\text{fin.}^2\psi' = 1 + c\,\text{fin.}^2\varphi + \text{cof.}\,\varphi\,\sqrt{(1 - c^2\,\text{fin.}^2\varphi)};$$

d'où l'on tire, en éliminant φ,

$$b'\ \text{tang.}\,\varphi'\,.\ \text{tang.}\,\psi = 1,$$

& l'équation (H') donnera, à cauſe de $c' = \frac{1-b'}{1+b'}$;

& de $E'\,\mu' = E'\,1$,

$$E'\,\varphi' + E'\psi' - E'\,1 = (1 - b')\,\text{fin.}\,\varphi = \frac{c'\,c'\,\text{fin.}\,\varphi'\,\text{cof.}\,\varphi'}{\sqrt{(1 - c'^2\,\text{fin.}^2\varphi')}}\ldots(L').$$

ainſi l'équation (H') nous fournit déjà le théorème de Fagnani dans toute ſon étendue; mais nous pouvons en déduire une infinité d'autres.

Second corollaire. Soit $\mu = 90^d$, on aura $\lambda = b$, & l'équation

l'équation (G') donnera entre φ & ψ cette relation

$$b \text{ tang. } \varphi \text{ tang. } \psi = 1;$$

d'où l'on conclud, par le corollaire précédent, qu'on aura

$$E\varphi + E\psi - E\mu = \frac{cc \text{ fin. } \varphi \text{ cof. } \varphi}{\sqrt{(1 - c^2 \text{ fin.}^2 \varphi)}}.$$

On déterminera à l'ordinaire φ' & ψ' par le moyen de φ & ψ, ainfi que μ' par le moyen de μ, & on trouvera en éliminant φ & ψ, cette relation entre φ' & ψ',

$$\text{cof. } \varphi' \text{ cof. } \psi' = \lambda' \text{ fin. } \varphi' \text{ fin. } \psi' + \text{cof. } \mu' \ldots (M'),$$

cof. μ étant $\frac{1}{\sqrt{(1 + b')}}$, & λ' étant mis à la place de $\sqrt{(1 - c'^2 \text{ fin}^2 \mu')}$ qui devient dans ce cas $\sqrt{b'}$; pour conferver l'analogie entre cette équation & la formule génerale (G'). Cela pofé, l'équation (H') donnera

$$(1 + c)(E'\varphi' + E'\psi' - E'\mu') = \frac{cc \text{ fin. } \varphi \text{ cof. } \varphi}{\sqrt{(1 - c^2 \text{ fin.}^2 \varphi)}} + c(\text{fin.}\varphi + \text{fin.}\psi - 1);$$

& pour exprimer tout en quantités de la même ellipfe, on obfervera que

$$c = \frac{1 - b'}{1 + b'},$$

$$\text{fin. } \psi = \frac{\text{cof. } \varphi}{\sqrt{(1 - c^2 \text{ fin.}^2 \varphi)}},$$

$$\text{fin. } \varphi = \frac{(1 + b') \text{ fin.}^2 \varphi' \text{ cof. } \varphi'}{\sqrt{(1 - c'^2 \text{ fin.}^2 \varphi')}};$$

d'où l'on conclura

$$E'\varphi' + E'\psi' - E'\mu'$$

$$= \left[\frac{\text{cof.}\varphi' \sqrt{(1 - c'^2 \text{ fin.}^2 \varphi')} - b' \text{ fin. } \varphi'}{1 - (1 - b') \text{ fin.}^2 \varphi'}\right](1 - b')\text{fin.}\varphi' \ldots (N').$$

Dans le cas où l'on feroit $\varphi^1 = \psi^1 = \theta^1$, on trouveroit par l'équation (M^1) ou par l'équation (I^1),

$$\text{fin.}^2\,\theta^1 = \frac{1 - \text{cof.}\,\mu^1}{1 + \lambda^1} = \frac{1}{1 + \sqrt{b^1}} \left[1 \dot{-} \frac{\sqrt{b^1}}{\sqrt{(1 + b^1)}} \right]:$$

alors l'arc $2\,E^1\,\theta^1 - E^1\,\mu^1$ étant égal à une ligne droite, l'arc $E^1\,\theta^1$ fe mefureroit par la moitié de l'arc $E^1\,\mu^1$ plus une ligne droite, ou par $\frac{1}{4}\,E^1\,1$ plus une ligne droite; ce qui s'accorde avec ce que nous avons démontré dans l'*article précédent*, & ce qu'on pourroit déduire encore plus directement de l'équation (K^1).

De plus, l'équation (N^1) nous apprend en général, que le point K étant le *premier point de biffection* (celui où l'arc $B\,K$ fe mefure par la moitié du quart d'ellipfe plus une ligne droite), on peut trouver fur l'arc $B\,K$ une infinité de portions $B\,g$, $B\,p$, telles que $B\,g + B\,p = B\,K$, où $B\,g - p\,K$ foit égale à une ligne droite. Il faut, pour cela, que les amplitudes φ^1 & ψ^1 aux points g & p, aient entr'elles la relation marquée par l'équation (M^1), & la différence $B\,g - p\,K$ fera égale au fecond membre de l'équation (N^1). En même-temps lorfque $\varphi^1 = \psi^1$, nous connoiffons un point I, que nous pouvons appeler *fecond point de biffection*, où l'arc $B\,I$, ainfi que $I\,K$, fe mefure par le quart du quart d'ellipfe & une ligne droite: alors $I\,g - I\,p$ fera pareillement une ligne droite. On peut obferver les mêmes chofes à l'égard de l'arc $K\,A$, qui offrira pareillement un *fecond point de biffection L*. Les propriétés de l'arc $K\,A$ fe déduifent de celles de l'arc $B\,K$ à l'aide du théorème de Fagnani; mais on pourroit auffi les tirer de l'équation (M^1), en changeant feulement le figne de cof. μ^1.

Troisième corollaire. Soit tang. $\mu = \frac{1}{\sqrt{b}}$, l'équation (G') ne sera autre chose que l'équation (M'), dont on auroit ôté les accens; ainsi, on aura, suivant l'équation (N'),

$$E\varphi + E\psi - E\mu,$$

égal à la ligne droite

$$(1 - b) \cdot \frac{\text{cos}.\,\varphi\ \text{sin}.\,\varphi\sqrt{(1 - c^2\,\text{sin}.^2\,\varphi)} - b\,\text{sin}.^2\,\varphi}{1 - (1 - b)\,\text{sin}.^2\,\varphi};$$

substituant dans l'équation (H'), on aura cette nouvelle formule,

$$\left.\begin{array}{l} (1 + c)(E'\varphi' + E'\psi' - E'\mu') \\ = (1 - b) \cdot \frac{\text{sin}.\varphi\,\text{cos}.\varphi\sqrt{(1 - c^2\,\text{sin}.^2\varphi)} - b\,\text{sin}.^2\varphi}{1 - (1 - b)\,\text{sin}.^2\varphi} \\ + c\,(\text{sin}.\,\varphi + \text{sin}.\,\psi - \text{sin}.\,\mu) \end{array}\right\} \ldots (P'),$$

dans laquelle μ' est le θ' du corollaire précédent : ainsi, l'arc $E'\mu'$ se détermine par le moyen du quart d'ellipse; lorsqu'on fera $\varphi' = \psi'$, on aura donc un nouvel arc qui sera égal au huitième du quart-d'ellipse plus une ligne droite; c'est ce qui déterminera le *troisième point de bissection H* ou *M*, comme nous l'avons trouvé dans l'*art.* (*XII*).

Maintenant il faut avoir la relation des variables φ' & ψ', qui donne l'équation (P'), ou qui permet de trouver sur l'arc *BI* une infinité de portions dont la différence soit égale à une ligne droite, comme on l'a déjà trouvé sur les arcs *BA* & *BK*. Pour cela, il faut éliminer φ & ψ des trois équations

$$\text{cos}.\,\varphi\ \text{cos}.\,\psi = \lambda\ \text{sin}.\,\varphi\ \text{sin}.\,\psi + \text{cos}.\,\mu;$$

$$\text{sin}.\,\varphi = \frac{(1 + b')\,\text{sin}.\,\varphi'\ \text{cos}.\,\varphi'}{\sqrt{(1 - c'c'\,\text{sin}.^2\,\varphi')}};$$

$$\text{sin}.\,\psi = \frac{(1 + b')\,\text{sin}.\,\psi'\ \text{cos}.\,\psi'}{\sqrt{(1 - c'c'\,\text{sin}.^2\,\varphi')}}:$$

il eſt même néceſſaire de faire cette élimination ſans attribuer à μ la valeur particulière qu'il a dans ce corollaire, afin que le réſultat ſoit général, & qu'on en conclue que l'équation entre φ' & ψ' eſt toujours de même forme que l'équation (G') entre φ & ψ, ſans quoi l'enchaînement de nos corollaires ceſſeroit quelque part, & ils ne pourroient plus être prolongés à l'infini.

Or on trouvera, en faiſant cette élimination avec les précautions convenables, que le réſultat en eſt

$$\text{coſ.}\,\varphi'\,\text{coſ.}\,\psi' = \lambda'\,\text{ſin.}\,\varphi'\,\text{ſin.}\,\psi' + \text{coſ.}\,\mu' \ldots\ldots (Q'),$$

λ' étant $\sqrt{(1 - c'c'\,\text{ſin.}^2\mu')}$, & μ' un angle qui ſe déduit de μ par la formule

$$2\,\text{ſin.}^2\mu' = 1 + c\,\text{ſin.}^2\mu - \lambda\,\text{coſ.}\,\mu;$$

ce qui eſt la même loi ſuivant laquelle les angles φ' & ψ' ſur la ſeconde ellipſe ſe déduiſent des angles φ & ψ ſur la première, de ſorte que cet angle μ' eſt le même que celui de l'équation (P') dans le cas préſent, & de l'équation (H') en général.

On pourroit maintenant, à la place de b, c, φ, ψ, μ, qui entrent dans l'équation (P), mettre leurs valeurs en quantités relatives à la ſeconde ellipſe ſeule, pour obtenir un réſultat ſemblable à l'équation (N), & s'en ſervir après avoir ôté les accens, pour en obtenir un nouveau. Mais nous ne prolongerons pas davantage cette ſuite de propoſitions, & nous nous contenterons de faire encore une remarque ſur les amplitudes qui répondent aux points de biſſection ſucceſſifs K, I, H, &c.

Il ſuit de l'équation (Q'), & de toutes les équations ſemblables, que ſi μ eſt l'amplitude d'un point de biſſection, & θ l'amplitude du point ſuivant, on aura toujours

$$\text{ſin.}^2\,\theta = \frac{1 - \text{coſ.}\,\mu}{1 + \sqrt{(1 - c^2\,\text{ſin.}^2\mu)}};$$

ainſi, il eſt facile de continuer auſſi loin qu'on voudra la

ſuite des valeurs de μ dans la même ellipſe, ce que nous ne pouvions pas faire commodément par les formules de l'*art. XII.* Mais il y a une condition que nous avons déjà remarquée, ſans laquelle chacun des arcs $E:\mu$ ne pourroit plus être meſuré au moyen du précédent; c'eſt que l'angle μ' déduit de μ par la formule

$$2 \text{ſin.}^2 \mu' = 1 + c \, \text{ſin.}^2 \mu - \text{coſ.} \mu \sqrt{(1 - c^2 \, \text{ſin.}^2 \mu)},$$

ſoit la même fonction de c', que θ eſt de c, de ſorte que la valeur de ſin. μ', qu'on peut conſidérer comme une fonction de c' ſeulement, devienne préciſément ſin. θ, en changeant c' en c. Soit $F:c$ ou F, la fonction de c égale à ſin. μ en général, il faudra, pour que cette condition ſoit remplie, qu'on ait

$$F: c' = \frac{(1 + c) F}{1 + c F^2}.$$

On trouve aiſément, par les premières valeurs de ſin. μ, qui ſont 1, $\frac{1}{\sqrt{(1 + b)}}$, &c. & d'ailleurs, par les propoſitions contenues dans nos corollaires, que cette condition eſt remplie dans les premiers cas: or il ſuffit qu'elle le ſoit dans un pour l'être dans tous les autres à l'infini; car ſin. θ étant la valeur ſuivante de ſin. μ, ſi on fait ſin. $\theta = G:c$ ou G, ce qui donnera

$$G^2 = \frac{1 - \sqrt{(1 - F^2)}}{1 - \sqrt{(1 - c^2 F^2)}},$$

on trouvera, en combinant cette équation avec la précédente, que la fonction G a la même propriété que la fonction F, & qu'on a en général,

$$G' = \frac{(1 + c) G}{1 + c G^2}.$$

Ainſi, il n'y a plus de doute ſur la poſſibilité de trouver une infinité d'arcs BK, BI, BH, &c. dont les longueurs ſoient meſurées par la moitié, le quart, le huitième, &c.

du quart d'ellipſe, plus une ligne droite : nous avons même, ſur les amplitudes de ces arcs, deux propriétés remarquables ; la première, que ſi μ & θ ſont deux amplitudes conſécutives, on aura

$$\text{ſin.}^2\,\theta = \frac{1 - \text{coſ.}\,\mu}{1 - \sqrt{(1 - c^2\,\text{ſin.}^2\,\mu)}};$$

la ſeconde, que ſin. μ étant en général une fonction de c; déſignée par $F : c$ ou F, on aura

$$F : \frac{2\sqrt{c}}{1 + c}, \text{ ou } F : c^{\prime} = \frac{(1 + c)\,F}{1 + c\,F^2}.$$

Cette dernière propriété, indépendante du quantième de l'angle μ, donneroit la forme générale de ſin. μ, au moins par une ſuite ; par exemple,

$$\text{ſin.}\,\mu = A + \frac{A(1 - A^2)}{4}\,c^2 + \frac{A(1 - A^2)(9 - 4A^2)}{64}\,c^4 + \&\text{c.}$$

& quant au coéfficient A qui reſte indéterminé, il eſt clair qu'il doit être ſin. $\frac{180^d}{2^n}$; n étant le quantième de l'angle μ.

Le quart d'ellipſe BKA, ſe trouve diviſé aux points I, K, L, de manière que les quatre arcs BI, IK, KL, LA, ont entre eux & avec le quart du quart d'ellipſe, des différences données & aſſignables en ligne droite. S'il falloit diviſer le même quart d'ellipſe en huit parties de cette ſorte, ou en ſeize, en trente-deux, &c. l'article précédent ſeroit inſuffiſant ; mais ce que nous avons démontré dans celui-ci réſout pleinement la queſtion. En effet, nous avons fait voir que ſur l'arc BK (ainſi que ſur tous les autres BI, BH, &c. ou AK, AL, AM, &c.) étant pris à volonté un point g, on en peut trouver un autre p, tel que la différence des arcs Bg, pK ſoit une ligne droite. Suppoſons donc que Bg ſoit, par exemple, l'arc qui ſe meſure par le ſeizième du quart d'ellipſe plus une ligne

droite, Kp se mesurera pareillement par le seizième du quart d'ellipse, plus ou moins une ligne droite. Donc, on peut diviser le quart d'ellipse en 2, 4, 8, 16, &c. parties dont les différences soient assignables en ligne droite.

J'observerai enfin qu'on auroit pu trouver tous les résultats de cet article, par le moyen de l'équation (F'), combinée avec le théorème de Fagnani, mais moins simplement que par l'équation d'Euler, dont nous avons fait usage. En effet, l'équation (F') donneroit

$$\begin{aligned} & 2(1 + c')(E''\varphi'' + E''\psi'' - E''\mu'') \\ = & (2 + b')(E'\varphi' + E'\psi' - E'\mu') \\ & - \tfrac{1}{2}b'(1 + b')(E\varphi + E\psi - E\mu) \\ & - \tfrac{1}{2}b'(1 - b')(\text{sin.}\,\varphi + \text{sin.}\,\psi - \text{sin.}\,\mu) \\ & + 2c'(\text{sin.}\,\varphi' + \text{sin.}\,\psi' - \text{sin.}\,\mu'). \end{aligned}$$

Soit

$$\psi = 180^d - \varphi, \ \& \ \mu = 180^d,$$

on aura

$$E\varphi + E\psi - E\mu = 0;$$

soit encore

$$b' \ \text{tang.}\,\varphi' \ \text{tang.}\,\psi' = 1,$$

ce qui donne

$$E'\varphi' + E'\psi' - E'\mu' = (1 - b')\,\text{sin.}\,\varphi;$$

donc

$$E''\varphi''' + E''\psi'' - E''\mu'',$$

sera égal à une ligne droite, & on pourra continuer ainsi à l'infini.

Il paroît aussi qu'on auroit pu parvenir aux mêmes résultats, mais d'une manière moins directe, en combinant l'expression d'un arc d'hyperbole, avec la propriété connue

des arcs de cette courbe dont la différence est égale à une ligne droite.

(XVI.)

Formule plus générale que les précédentes, d'où résultent de nouvelles propositions sur la comparaison des Arcs elliptiques.

SANS recourir à l'enchaînement des deux ellipses dont nous avons fait usage dans l'*article précédent*, on peut parvenir tout d'un coup à une formule générale qui a l'avantage de renfermer toutes les propositions de cet article, & d'en offrir un grand nombre d'autres. En effet, les angles φ, ψ, μ, ayant entr'eux la relation contenue dans l'équation

$$\text{cos}.\,\varphi\,\text{cos}.\,\psi = \lambda\,\text{sin}.\,\varphi\,\text{sin}.\,\psi + \text{cos}.\,\mu \ldots\ldots\ldots(\alpha)$$

où l'on a $\lambda = \sqrt{(1 - c^2\,\text{sin}.^2\,\mu)}$,

il faut, par ce qui précède, qu'en regardant μ comme constante, la différentielle

$$d\psi\sqrt{(1 - c^2\,\text{sin}.^2\,\psi)} + d\varphi\sqrt{(1 - c^2\,\text{sin}.^2\,\varphi)},$$

soit intégrable algébriquement, au moins pour certaines valeurs de μ. Or on trouve que l'intégration réussit quel que soit μ, & qu'on a cette formule générale

$$\left.\begin{array}{l} E\varphi + E\psi - E\mu = c^2\,\text{sin}.\,\mu\,\text{sin}.\,\varphi\,\text{sin}.\,\psi = \dfrac{c^2\,\text{sin}.\,\mu\,\text{sin}.\,\varphi}{1 - c^2\,\text{sin}.^2\,\mu\,\text{sin}.^2\,\varphi} \\ \cdot\,[\text{sin}.\,\mu\,\text{cos}.\,\varphi\sqrt{(1 - c^2\,\text{sin}.^2\,\varphi)} - \text{sin}.\,\varphi\,\text{cos}.\,\mu\sqrt{(1 - c^2\,\text{sin}.^2\,\mu)}] \end{array}\right\}\ldots(\beta).$$

Si on fait $\varphi = \psi = \theta$, ce qui donne

$$\text{sin}.^2\,\theta = \frac{1 - \text{cos}.\,\mu}{1 + \lambda},$$

on aura donc généralement

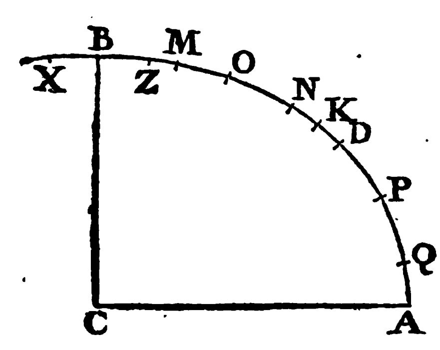
$$2\,E\theta - E\mu = c^2\,\text{sin}.\,\mu\,\text{sin}.^2\,\theta = (1 - \lambda)\,\text{tang}.\,\tfrac{1}{2}\mu\ldots(\gamma);$$

si on

si on donne à μ les différentes valeurs que nous lui avons attribuées dans l'*article précédent*, on tirera des équations (β) & (γ), les conséquences que nous avons déjà obtenues par rapport à l'extension du théorème de Fagnani, & à la bissection du quart d'ellipse.

Mais puisque μ est un angle quelconque, il est clair que les formules (β) & (γ) fournissent des propositions beaucoup plus générales que toutes les précédentes. Voici les plus remarquables.

PROPOSITION PREMIÈRE. Ayant pris à volonté l'arc BD compté depuis le petit axe, avec un point quelconque M sur cet arc, il y aura toujours un point N correspondant au point M, de sorte que la différence des arcs BM, DN sera égale à une ligne droite.



IIe Donc il y aura sur l'arc $B D$ un point O tel que chacun des arcs $B O$, $O D$ sera égal à la moitié de l'arc $B D$ plus ou moins une ligne droite.

Le point O est ce que nous appelons le premier point de bissection de l'arc $B D$; on en trouvera de même un second, un troisième, &c, de sorte qu'on peut faire la bissection continuelle de tout arc $B D$, comme nous avons fait celle du quart d'ellipse.

IIIe Étant donné un arc quelconque $B O$, avec un point N pour servir d'origine à un second arc, on peut déterminer ce second arc NP ou NM, dans le sens qu'on voudra, de manière que sa différence avec l'arc $B O$ soit une ligne droite.

Car tout se réduit à déterminer l'une des quantités ϕ, ψ, μ par le moyen des deux autres, ce qu'on pourra toujours faire par l'équation *(a)*. Cependant, si on donnoit

l'arc BO avec le point M ſur cet arc, & qu'on voulût que l'arc égal à BO plus ou moins une ligne droite, fût dirigé de M vers B; il faudroit d'abord, en vertu de la propoſition première, déterminer le point Z, de ſorte que $BZ - MO =$ une ligne droite, enſuite prendre $BX = BZ$, & on auroit viſiblement MX pour l'arc cherché, puiſque

$$MX - BO = BX - MO = BZ - MO.$$

IVe Étant donné un arc quelconque OP (dont l'origine ne ſoit plus au petit axe) avec un point D pour ſervir d'origine à un ſecond arc, on pourra déterminer ce ſecond arc DM ou DQ, de manière que ſa différence avec l'arc OP ſoit une ligne droite. Ainſi on peut trouver une infinité d'arcs égaux à un arc donné, à une ligne droite près, & transpoſer par conſéquent un même arc dans tous les points de l'ellipſe.

Cette propoſition eſt une ſuite de la précédente; car à l'aide de la première propoſition, on peut trouver d'abord $BN = OP$ plus une ligne droite, & le reſte *eſt le* même de part & d'autre.

V.[e] Quel que ſoit l'arc OP, & le point N pris ſur cet arc, il y aura toujours un point correſpondant D, tel que la différence des arcs ON, DP ſera égal à une ligne droite.

C'eſt une ſuite immédiate de la propoſition précédente.

VI.[e] Donc ſur tout arc OP, il y aura un point K tel que chacun des arcs OK, KP ſera égal à la moitié de OP plus ou moins une ligne droite; & par conſéquent la biſſection indéfinie qui a lieu pour le quart d'ellipſe, a lieu également pour un arc quelconque OP.

VII.[e] Étant donné un arc BM, dont l'origine eſt au petit axe, on peut trouver un arc BP qui ſoit *égal* à un multiple quelconque de l'arc BN moins une ligne droite. Réciproquement, étant donné l'arc BP, on trouvera par la réſolution d'une équation algébrique, l'arc BM, qui ſoit

un ſous-multiple, ou en général une partie rationelle de l'arc BP plus une ligne droite.

Car l'inverſe de la propoſition deuxième donnera d'abord l'arc BO égal au double de l'arc BH moins une ligne droite; enſuite, par la propoſition troiſième, on trouvera $ON = BM$ moins une ligne droite : donc on aura $BN = 3\,BM$ moins une ligne droite, & ainſi de ſuite. Si l'on a de cette manière les arcs multiples, il eſt clair que les arcs ſous-multiples ne dépendront plus que de la réſolution des équations algébriques.

Pour en donner un exemple, ſoit propoſé de diviſer le quart d'ellipſe en trois parties BO, OP, PA, dont chacune ſoit égale au tiers du quart d'ellipſe plus ou moins une ligne droite; l'amplitude au point O étant nommée φ, on trouvera qu'elle dépend de l'équation

$$o = 1 - 2\,\text{ſin.}\,\varphi + 2c^2\,\text{ſin.}^3\varphi - c^2\,\text{ſin.}^4\varphi.$$

En général, ſoit l'arc $BN = 3\,BM$ — une ligne droite; l'amplitude de l'arc ſimple $BM = \varphi'$, celle de l'arc triple $= \varphi'''$, on trouvera pour la triplication des arcs elliptiques, cette formule

$$\text{ſin.}\,\varphi''' = \frac{3 - 4(1 + c^2)\,\text{ſin.}^2\varphi' + 6c^2\,\text{ſin.}^4\varphi' - c^4\,\text{ſin.}^8\varphi'}{1 - 6c^2\,\text{ſin.}^4\varphi' + 4c^2(1 + c^2)\,\text{ſin.}^6\varphi' - 3c^4\,\text{ſin.}^8\varphi'} \,.\, \text{ſin.}\,\varphi'.$$

Ainſi l'équation à réſoudre pour la triſection, eſt du neuvième degré; elle ſe réduit cependant au quatrième, comme on vient de le voir, lorſque $\varphi''' = 90^d$.

VIII.e La propoſition précédente peut être étendue à tous les arcs OP non terminés au petit axe.

Car, en vertu de cette propoſition, on pourra trouver

$$BM = \frac{m}{n}\,BO + \text{ une ligne droite;}$$

$$\&\quad BN = \frac{m}{n}\,BP + \text{ une ligne droite,}$$

$$\text{donc}\quad MN = \frac{m}{n}\,OP + \text{ une ligne droite.}$$

Ensuite on changera à volonté l'origine de l'arc MN au moyen de la proposition quatrième.

IXe Deux arcs étant donnés par-tout où l'on voudra sur une ellipse, on peut trouver un arc égal à leur somme ou à leur différence, plus ou moins une ligne droite; on peut fixer en même-temps l'origine de cet arc à volonté, ainsi que sa direction.

C'est une suite immédiate de la proposition quatrième.

Ainsi toutes les comparaisons qu'on fait ordinairement des arcs de cercle par voie d'analyse, ont lieu également pour les arcs d'ellipse, à la ligne droite près qui affecte tous les résultats; mais qu'on peut faire disparoître dans plusieurs cas, lorsque l'origine de l'arc cherché est arbitraire.

Au reste, il est évident que les arcs d'hyperbole offriroient des propriétés semblables, à cause de leur correspondance avec les arcs d'ellipse.

Je ne terminerai point cet article sans avertir que la plupart des propositions qui y sont contenues, ont été découvertes & publiées par M. Euler, dans le *tome VII* des nouveaux Mémoires de Pétersbourg, & dans quelques autres ouvrages, ce que j'ignorois, lorsque je me suis occupé de ces recherches. Mais la différence des méthodes peut jeter un nouveau jour sur cette matière, & d'ailleurs la comparaison des arcs de différentes ellipses dont il est question dans l'*article XIII*, n'a encore été traitée par personne que je sache.

(XVII.)

Intégration de quelques formules qui conduisent à la comparaison des Arcs d'ellipse, dans des cas particuliers.

Si l'on représente par Z^m l'intégrale $\int \frac{z^m dz}{\sqrt{(1-zz)}}$ prise depuis $z = 0$, jusqu'à $z = 1$, on aura en général

$$Z^m = \frac{m-1}{m} Z^{m-2}.$$

Or on sait que

$$Z^0 = \frac{\pi}{2} \;\&\; Z^1 = 1.$$

Soit donc

$$Z^{\frac{1}{2}} = A,\; Z^{-\frac{1}{2}} = B,$$

& on aura

$$Z^0 = \frac{\pi}{2} \qquad Z^1 = 1 \qquad Z^{\frac{1}{2}} = A \qquad Z^{-\frac{1}{2}} = B$$

$$Z^2 = \frac{1}{2}\,\frac{\pi}{2} \qquad Z^3 = \frac{2}{3} \qquad Z^{\frac{5}{2}} = \frac{3}{5}A \qquad Z^{\frac{3}{2}} = \frac{1}{3}B$$

$$Z^4 = \frac{1.3}{2.4}.\frac{\pi}{2} \qquad Z^5 = \frac{2.4}{3.5} \qquad Z^{\frac{9}{2}} = \frac{3.7}{5.9}A \qquad Z^{\frac{7}{2}} = \frac{1.5}{3.7}B$$

$$Z^6 = \frac{1.3.5}{2.4.6}.\frac{\pi}{2} \qquad Z^7 = \frac{2.4.6}{3.5.7} \qquad Z^{\frac{13}{2}} = \frac{3.7.11}{5.9.13.}A \qquad Z^{\frac{11}{2}} = \frac{1.5.9}{3.7.11}B$$

&c. &c. &c. &c.

d'où l'on tire

$$Z^6\,Z^7 = \frac{1}{7}.\frac{\pi}{2} \qquad Z^{\frac{13}{2}}\,Z^{\frac{11}{2}} = \frac{1}{13}AB$$

$$Z^8\,Z^9 = \frac{1}{9}.\frac{\pi}{2} \qquad Z^{\frac{17}{2}}\,Z^{\frac{15}{2}} = \frac{1}{17}AB$$

$$Z^{10}\,Z^{11} = \frac{1}{11}.\frac{\pi}{2} \qquad Z^{\frac{21}{2}}\,Z^{\frac{19}{2}} = \frac{1}{21}AB$$

&c. &c.

& en général,

$$Z^{2n}\,Z^{2n+1} = \frac{1}{2n+1}.\frac{\pi}{2};$$

$$Z^{2n+\frac{1}{2}}\,Z^{2n-\frac{1}{2}} = \frac{1}{4n+1}\,AB.$$

Mais n étant infini,

$$Z^{2n},\; Z^{2n+1},\; Z^{2n+\frac{1}{2}},\; Z^{2n-\frac{1}{2}},$$

sont des quantités égales ; donc on aura $AB = \pi$.

c'eſt-à-dire,

$$\int \frac{z^{\frac{1}{2}} dz}{\sqrt{(1 - z^2)}} \times \int \frac{z^{-\frac{1}{2}} dz}{\sqrt{(1 - z^2)}} = \varpi:$$

on trouveroit de même

$$\int \frac{z^{\frac{1}{4}} dz}{\sqrt{(1 - z^2)}} \times \int \frac{z^{-\frac{1}{4}} dz}{\sqrt{(1 - z^2)}} = \tfrac{1}{2}\varpi.$$

Nous allons voir que la première de ces formules fournit un théorème remarquable.

Soit $z = \text{coſ.}^2 \varphi$, les deux intégrales A & B deviendront

$$\int \frac{d\varphi \,\text{coſ.}^2 \varphi \sqrt{2}}{\sqrt{(1 - \frac{1}{2}\,\text{ſin.}^2 \varphi)}} \;\&\; \int \frac{d\varphi \sqrt{2}}{\sqrt{(1 - \frac{1}{2}\,\text{ſin.}^2 \varphi)}};$$

ſoit $c^2 = \frac{1}{2}$, & à l'ordinaire, $c' = \frac{2\sqrt{c}}{1 + c}$, ces intégrales priſes depuis $\varphi = 0$ juſqu'à $\varphi = 90^d$ ſeront, par les formules (D'')

$$\int \frac{d\varphi}{\sqrt{(1 - c^2 \,\text{ſin.}^2 \varphi)}} = 4E1 - 2(1 + c)E'1;$$

$$\int \frac{d\varphi \,\text{coſ.}^2 \varphi}{\sqrt{(1 - c^2 \,\text{ſin.}^2 \varphi)}} = \int \left(2\Delta\, d\varphi - \frac{d\varphi}{\Delta}\right)$$

$$= -2E1 + 2(1 + c)E'1:$$

donc on aura

$$\frac{\pi}{2} = [4E1 - 2(1 + c)E'1]\,[2(1 + c)E'1 - 2E1];$$

ou

$$\frac{\pi}{8} = -2(E1)^2 + 3(1 + c)(E1)(E'1) - (1 + c)^2(E'1)^2.$$

Ainſi, l'ellipſe $E'1$, dont l'excentricité eſt $\frac{\sqrt{(2\sqrt{2})}}{1 + \frac{1}{2}\sqrt{2}}$, peut ſe rectifier, par le moyen du cercle & de l'ellipſe $E\,1$, dont

l'excentricité eſt $\frac{1}{\sqrt{2}}$: réſultat intéreſſant auquel eſt parvenu M. Landen *(page 35 de l'ouvrage cité)*. Mais en vertu de notre formule *(E)*, on peut étendre cette propoſition à toutes les ellipſes de la même ſuite, & conclure que toutes ces ellipſes ſeront rectifiables par le moyen d'une ſeule d'entr'elles & du cercle.

L'ellipſe dont l'excentricité eſt $\sqrt{\frac{1}{2}}$ eſt remarquable en ce que l'excentricité eſt égale au demi-axe conjugué; de ſorte que cette ellipſe tient préciſément le milieu entre le cercle & l'ellipſe infiniment aplatie ou la ligne droite. On retrouve cette même ellipſe dans la rectification de l'hyperbole équilatère, & il eſt clair par conſéquent que la différence de l'aſymptote à la courbe, ne dépend alors que d'une ellipſe & du cercle.

Propoſons-nous maintenant d'intégrer les deux formules

$$F = \int \frac{x^{-\frac{1}{3}}\,dx}{\sqrt{(1-x^2)}},\quad G = \int \frac{x^{\frac{1}{3}}\,dx}{\sqrt{(1-x^2)}}$$

dont le produit $= \frac{3}{2}\pi$, en les ſuppoſant étendues depuis $x = 0$, juſqu'à $x = 1$.

Je fais dans la première $x^{\frac{2}{3}} = y^{-1}$, & j'ai la transformée $F = \frac{3}{2}\int \frac{dy}{\sqrt{(y^3 - 1)}}$, nouvelle intégrale qui doit être priſe depuis $y = 1$ juſqu'à $y = \infty$.

Pour la ramener à nos formules, je me ſers de la méthode de l'*article VI*, & faiſant $y = \frac{\alpha + \mathcal{C} z}{1 - z}$, je trouve que pour faire diſparoître les puiſſances impaires de z ſous le radical, il faut ſuppoſer

$$\alpha = \sqrt{3} + 1,\ \mathcal{C} = \sqrt{3} - 1;$$

alors on a

$$\frac{dy}{\sqrt{(y^3-1)}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{(9+6\sqrt{3})}} \cdot \frac{dz}{\sqrt{[(1-z^2)(1+(2-\sqrt{3})^2 z^2)]}}.$$

Soit

$z = \text{cof.}\ \varphi$, & $c = \frac{1}{2}\sqrt{(2 - \sqrt{3})} = \text{fin. } 15^d$,

on aura la différentielle

$$\frac{1}{\sqrt[4]{3}} \cdot \frac{d\varphi}{\sqrt{(1 - c^2 \text{ fin.}^2 \varphi)}}$$

à intégrer depuis $\varphi = 0$, jufqu'à $\varphi = 180^d$. L'intégrale fera par conféquent

$$\frac{2}{\sqrt[4]{3}}\left(E\,1 - c\,\frac{dE\,1}{dc}\right);$$

ou fuivant les formules *(D")*,

$$\frac{2}{(1 - c^2)\sqrt[4]{3}}\left[2\,E\,1 - (1 + c)\,E'\,1\right]:$$

donc l'intégrale

$$F = \frac{12(2 - \sqrt{3})}{\sqrt[4]{3}}\left(2\,E\,1 - (1 + c)\,E'\,1\right).$$

Maintenant, fi dans la feconde intégrale

$$G = \int \frac{x^{\frac{1}{2}}\,dx}{\sqrt{(1 - x^2)}},$$

on fait $x^{\frac{2}{3}} = y$, on aura

$$\tfrac{2}{3}\,G = \int \frac{y\,dy}{\sqrt{(1 - y^3)}};$$

cette intégrale devant être prife depuis $y = 0$, jufqu'à $y = 1$. On pourroit faire $1 - y = z^2$, & on auroit

$$\frac{y\,dy}{\sqrt{(1 - y^3)}} = \frac{-(1 - z^2)\,2\,dz}{\sqrt{(z^4 - 3z^2 + 3)}};$$

mais comme les facteurs de $z^4 - 3z^2 + 3$ feroient imaginaires, du moins en leur donnant la forme

$$(z^2 + \alpha)(z^2 + \beta),$$

nous ne pourrions pas faire ufage des méthodes que nous avons expofées dans le *Mémoire précédent*. La même difficulté

difficulté se rencontre lorsqu'on se propose d'intégrer en général la différentielle

$$\frac{(\alpha z + \beta) dz}{\sqrt{[(\gamma z + \delta)(A + Bz + Cz^2)]}};$$

les facteurs de $A + Bz + Cz^2$ étant imaginaires. Mais alors il y a une substitution fort simple à employer, qui consiste à rendre rationnel $\sqrt{(A + Bz + Cz^2)}$.

Dans le cas présent, nous avons à intégrer la formule

$$\frac{y\,dy}{\sqrt{[(1 - y)(1 + y + yy)]}}$$

& pour rendre rationnelle $\sqrt{(1 + y + yy)}$, nous ferons

$$2y + 1 + 2\sqrt{(1 + y + yy)} = q,$$

ce qui donnera la transformée

$$\frac{y\,dy}{\sqrt{(1 - y^3)}} = \frac{\frac{1}{2} q^{-\frac{3}{2}} dq (q^2 - 2q - 3)^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{(3 + 6q - q^2)}}.$$

Mais en différenciant la quantité

$$Z = q^{-\frac{1}{2}} \sqrt{(3 + 6q - q^2)};$$

on a

$$dZ = \frac{-\frac{1}{2} q^{-\frac{3}{2}} dq (q^2 + 3)}{\sqrt{(3 + 6q - q^2)}};$$

donc

$$\frac{y\,dy}{\sqrt{(1 - y^3)}} = dZ + \frac{q^{-\frac{1}{2}} dq (q - 1)}{\sqrt{(3 + 6q - q^2)}}.$$

La transformation que nous avons faite a produit cet avantage, que maintenant les deux facteurs de $3 + 6q - q^2$ sont réels, savoir

$$(\alpha - q)(\beta + q),$$

en faisant

$$\alpha = 2\sqrt{3} + 3,$$
$$\beta = 2\sqrt{3} - 3.$$

Soit donc $q = \alpha \cos.^2 \varphi$, & on aura

$$\frac{q^{-\frac{1}{2}} dq (q - 1)}{\sqrt{(3 + 6q - q^2)}} = \frac{-2 d\varphi (\alpha \cos.^2 \varphi - 1)}{\sqrt{(\mathcal{C} + \alpha \cos.^2 \varphi)}}$$

$$= -2 d\varphi \sqrt{(\alpha + \mathcal{C} - \alpha \sin.^2 \varphi)} + \frac{2 d\varphi (1 + \mathcal{C})}{\sqrt{[(\alpha + \mathcal{C}) - \alpha \sin.^2 \varphi]}}.$$

Faisant

$$\frac{\alpha}{\alpha + \mathcal{C}} = \frac{2 + \sqrt{3}}{4} = \epsilon^2,$$

ϵ étant l'excentricité de l'ellipse nécessaire à l'intégration, on aura l'intégrale

$$-2\sqrt{(\alpha + \mathcal{C})} . E(\epsilon, \varphi) + \frac{\alpha (1 + \mathcal{C})}{\sqrt{(\alpha + \mathcal{C})}} \left(E - \epsilon \frac{dE}{d\epsilon}\right)$$

$$= -\frac{2(\sqrt{3} + 1)}{\sqrt[4]{3}} E(\epsilon, \varphi) - \frac{2(\sqrt{3} - 1)}{\sqrt[4]{3}} . \epsilon \frac{dE}{d\epsilon};$$

donc l'intégrale indéfinie

$$\int \frac{y\, dy}{\sqrt{(1 - y^3)}} = \sqrt{\left(\frac{3}{q} + 6 - q\right)} - \frac{2(\sqrt{3} + 1)}{\sqrt[4]{3}} E$$

$$- \frac{2(\sqrt{3} - 1)}{\sqrt[4]{3}} . \epsilon \frac{dE}{d\epsilon} + \text{const.}$$

Maintenant, les limites de notre intégrale étant $y = 0$, $y = 1$, l'intégrale commençant, on aura $q = 3$,

$$\cos. \varphi = \sqrt{\frac{3}{\alpha}} = \sqrt{(2\sqrt{3} - 3)},$$

ou $\qquad \tan g. \varphi = \sqrt{\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)};$

& l'intégrale finissant, on aura

$$q = 3 + 2\sqrt{3}, \ \cos. \varphi = 1, \ \text{ou } \varphi = 0.$$

Donc, en laissant exprimé par φ, l'angle dont la tangente est $\sqrt{\frac{2}{\sqrt{3}}}$, on aura

$$G = \tfrac{3}{2}\int \frac{y\, dy}{\sqrt{(1 - y^3)}} = -3 + \frac{3(\sqrt{3} + 1)}{\sqrt[4]{3}} E(\epsilon, \varphi)$$

$$+ \frac{3(\sqrt{3} - 1)}{\sqrt[4]{3}} . \epsilon \frac{dE}{d\epsilon}.$$

A la place de $\frac{dE}{ds}$, on pourroit substituer une autre expression qui renfermeroit un nouvel arc d'ellipse ; mais cet arc, non plus que l'arc E, ne peuvent s'exprimer en parties du quart d'ellipse : ainsi, quoique nous sachions que $F \times G = \frac{1}{2}\pi$, il n'y a aucune conséquence remarquable à tirer de ce résultat. Notre but, en apportant ce second exemple, a été simplement de faire voir comment on peut ramener aux méthodes précédentes certaines intégrales qui sembloient leur échapper. Au reste, on trouve à la fin de l'ouvrage cité de M. Landen, des tables d'intégrales plus complètes que celles qui ont paru jusqu'à présent, & qui contiennent sur-tout beaucoup de formules intégrées très-élégamment par des arcs d'ellipse.



OBSERVATIONS

Sur la régénération de quelques parties du corps des Poissons.

Par M. BROUSSONET.

Lû le 22 Déc. 1787.

DANS certaines classes d'animaux, on voit quelques parties susceptibles de mouvement se reproduire après avoir été détruites; mais cette force reproductive est bien moins sensible dans les êtres animés dont l'organisation est plus parfaite, que dans ceux qu'une organisation moins compliquée semble rapprocher davantage des végétaux.

Dans le grand nombre des expériences qui ont été faites pour prouver la possibilité de la régénération de diverses portions d'un même animal, il en est sans doute dont on a droit de se méfier; & il est arrivé plus d'une fois peut-être, qu'en croyant faire plusieurs portions d'un même individu, on a divisé seulement l'habitation commune à plusieurs, qui, restant entiers dans chaque portion, ont réparé leur demeure: mais de nombreuses observations ne laissent aucun doute sur la reproduction de certains organes dans les animaux marins, dans les vers de terre, les limaçons & un grand nombre d'autres espèces de ces mêmes familles. Les parties même que nous regardons comme essentielles à la vie, telle, entr'autres, que la tête, renaissent dans ces animaux après avoir été enlevées; ce phénomène paroît bien surprenant au premier coup-d'œil, parce que de nombreux exemples nous ont accoutumés à regarder cet organe comme absolument indispensable à l'existence des animaux, quoique l'expérience nous apprenne qu'il leur est d'autant moins essentiel, que ceux-ci ont une organisation moins parfaite. La tortue, dont les diverses parties présentent dans leur structure moins de perfection que celles des animaux à

ſang chaud, vit ſouvent près de deux mois après qu'on lui a enlevé la tête.

Les parties qui offrent des exemples de ces ſortes de régénérations, ſont, dans la plupart des animaux, molles, d'une ſubſtance homogène & preſque ſemblable à celle du reſte du corps; elles ſe reproduiſent à peu-près comme les ongles, les cornes, &c. dans les animaux à ſang chaud; ce qui doit nous faire regarder comme bien extraordinaire la nouvelle formation de parties compoſées de ſubſtances dures & molles, & formées de pluſieurs articulations.

Cette régénération de parties articulées, a été obſervée dans des animaux de deux ordres bien différens: les uns, tels que les écreviſſes, ont le ſquelette à l'extérieur, c'eſt-à-dire, que leurs parties molles ſont recouvertes par une ſubſtance dure; dans les autres, au contraire, tels que les lézards, les ſalamandres, &c. le ſquelette eſt à l'intérieur; la charpente oſſeuſe eſt recouverte par les parties molles.

On ſait que les écreviſſes, dont les pattes ſont jointes au corps par des articulations très-déliées, ſont ſujettes à les perdre, mais qu'il leur en pouſſe de nouvelles au bout de quelques ſemaines.

La reproduction des pattes de la ſalamandre a été ſuivie dans le plus grand détail, par deux obſervateurs les plus diſtingués de notre ſiècle, M. Bonnet & M. Spalanzani: nous leur ſommes redevables d'un grand nombre de découvertes ſur un des points les plus curieux de la phyſiologie; mais la régénération des parties articulées n'avoit point encore été examinée dans les poiſſons, genre d'animaux bien différens de ceux qui ont été déjà obſervés, & dont le ſang n'eſt jamais qu'à deux ou trois degrés au-deſſus de la température de l'élément dans lequel ils vivent.

J'ai coupé, à pluſieurs poiſſons, des portions de leurs différentes nageoires; j'ai répété ces expériences à diverſes époques, & j'ai toujours vu ces parties ſe reproduire peu-à-peu; il m'a paru ſeulement qu'elles repouſſoient plus vîte

dans les poiſſons les plus jeunes, & dans quelques eſpèces plutôt que dans d'autres.

J'ai enlevé une portion des nageoires de quelques poiſſons dorés de la Chine, & dès le troiſième jour, j'ai aperçu ſur les bords coupés une eſpèce de bourrelet blanchâtre; le huitième jour ce bourrelet s'étoit ſenſiblement étendu, & il ne tarda pas à devenir une membrane qui n'avoit d'abord qu'une ligne de largeur; cette membrane étoit plus épaiſſe que celle qui formoit la baſe des nageoires, mais à meſure qu'elle s'étendoit, elle s'amincíſſoit & devenoit tranſparente: au bout de trois mois on diſtinguoit les rudimens des rayons oſſeux deſtinés à ſoutenir la membrane; ils paroiſſoient être une continuation des oſſelets de la baſe; ils n'étoient formés d'abord que par une eſpèce de gelée.

J'ai coupé à un poiſſon doré de la Chine, la nageoire droite de la poitrine : dans l'eſpace de huit mois, cette partie étoit devenue preſque auſſi grande que la gauche, à laquelle je n'avois pas touché. J'ai répété la même opération ſur les nageoires du ventre, le réſultat a toujours été le même: il eſt vrai que quoique les nouvelles nageoires fuſſent auſſi grandes que leurs antagoniſtes, elles ſont reſtées quelque temps blanches & moins tranſparentes que les autres.

J'ai fait des ſections obliques, tranſverſales, en un mot dans tous les ſens, ſur la nageoire de la queue de divers poiſſons; les parties coupées ſe ſont conſtamment régénérées au bout d'un certain temps. Les poiſſons ſoumis à ces expériences perdoient l'équilibre, & leur faculté progreſſive devenoit moindre à meſure que je leur coupois les nageoires, ils ne parvenoient à reprendre leur poſition naturelle qu'après que ces parties avoient été réintégrées.

J'ai coupé à quelques poiſſons toutes les nageoires auſſi près du corps qu'il m'a été poſſible; ces animaux ne pouvoient plus ſe tenir horizontalement dans l'eau, leur tête étoit penchée vers le fond du vaſe, ils vacilloient toujours & ils ne parvenoient qu'avec effort à reprendre une poſition horizontale; leurs nageoires ſont revenues très-lentement.

Les mêmes ſections ayant été répétées ſur pluſieurs poiſſons, j'ai toujours obtenu à peu-près les mêmes réſultats. Dans une carpe dont le bord des nageoires avoit été rongé par de petits poiſſons, de manière que ces parties paroiſſoient frangées, j'ai vu, au bout de quelques mois, les bords redevenir parfaitement unis.

J'ai remarqué que les nageoires ſe réparoient d'ordinaire plus ou moins promptement, ſuivant qu'elles étoient plus ou moins utiles à l'animal. M. Spalanzani a fait une obſervation analogue à celle-ci ſur les vers de terre, dont il a vu conſtamment la tête repouſſer plutôt que la partie poſtérieure du corps : de même dans les poiſſons, la nageoire de la queue, la plus utile de toutes les nageoires, puiſqu'elle ſert à faire exécuter preſque tous les mouvemens, a été formée plus promptement que celles du ventre ou de la poitrine ; & celles-ci qui ſont deſtinées à ſoutenir le poiſſon à une même hauteur & à favoriſer ſes mouvemens latéraux, ont été beaucoup plutôt rétablies que celles du dos, dans leſquelles je pouvois à peine diſtinguer les nouveaux rayons ſept mois après les avoir coupés.

La membrane qui forme les premiers rudimens des nageoires a différens degrés d'épaiſſeur, ſuivant les diverſes eſpèces de poiſſons ; elle eſt compoſée de deux feuillets, entre leſquels ſe trouvent logés les oſſelets ou rayons, formés quelquefois d'une ſeule pièce dure & piquante, & le plus ſouvent de pluſieurs parties oſſeuſes intimement unies entr'elles par une ſubſtance cartilagineuſe.

Pour que les nageoires puiſſent repouſſer, il faut qu'il reſte une partie des oſſelets ; ſi cette portion étoit entièrement détruite, de nouvelles nageoires ne prendroient pas la place des premières : c'eſt ce que j'ai obſervé ſur pluſieurs poiſſons auxquels les nageoires dorſales & une partie du dos avoient été enlevées, & à la place deſquelles il s'étoit formé une ſimple ſuture.

Quoique les poiſſons ſe paſſent difficilement de ces organes, ils parviennent à ſuppléer ceux qui leur manquent

par ceux qui leur reſtent encore. J'ai vu des poiſſons aſſez gros vivre pluſieurs années quoiqu'ils fuſſent privés de la moitié du corps, c'eſt-à-dire, de la portion qui s'étend depuis l'anus juſqu'à l'extrémité de la queue.

On a comparé les aîles des oiſeaux aux nageoires des poiſſons, & les plumes aux rayons de ces parties; mais il y a une très-grande différence entre ces organes relativement à la manière de ſe reproduire : on ſait que les plumes ne repouſſent point lorſqu'elles ont été coupées.

Dans preſque tous les poiſſons, les oſſelets de la nageoire de la queue ſont très-forts & très-multipliés. Si on compare le nombre de ces pièces oſſeuſes avec celui des os des pattes d'une ſalamandre, on verra qu'il eſt bien plus conſidérable : à la vérité, il y a entre ces organes de grandes différences, ſur-tout relativement à la manière dont les diverſes parties dures s'articulent entr'elles.

Si la membrane qui forme les nageoires a été déchirée ſuivant la direction des oſſelets, les deux portions ſe rejoignent & forment une eſpèce de ſuture qui s'efface peu-à-peu; on trouve ſouvent des poiſſons qui ont pluſieurs de ces ſutures à leurs nageoires, ſur-tout à celles du dos.

Cette faculté régénératrice des nageoires, eſt d'autant plus utile aux poiſſons, que ces parties ſont continuellement expoſées à être déchirées ou coupées, ſoit par le choc de différens corps, ſoit par les dents des animaux; leur accroiſſement d'ailleurs m'a toujours paru très lent, mais il y a lieu de croire qu'il eſt plus prompt dans les individus qui ſont dans un état de liberté.

Mon but, dans cette ſimple obſervation, a été de préſenter un fait qui m'a paru pouvoir être de quelque utilité à la phyſiologie, & d'offrir une nouvelle preuve de la multiplicité des reſſources de la Nature, lorſqu'il s'agit de rendre aux corps organiſés le premier état de perfection que les cauſes ſecondes leur avoient fait perdre.

MOULIN

MOULIN À MOUDRE LES POMMES DE TERRE,

Et manière d'en préparer l'amidon ou farine.

Par M. BAUMÉ.

DE toutes les machines qui ont été imaginées pour diviser les pommes de terre convenablement, & d'en tirer la farine, on a reconnu, que la râpe ordinaire, qu'on tient d'une main, tandis qu'on frotte de l'autre les pommes de terre dessus, étoit la plus simple, & celle qui dispose le plus favorablement la pomme de terre à rendre sa farine, & en plus grande quantité: mais cette machine, toute excellente qu'elle est, dans cette seule disposition, ne fournit qu'un moyen long & fort incommode, en ce que l'on ne peut râper ces racines que les unes après les autres, & qu'on s'expose souvent à se blesser les doigts. Mais les avantages qu'on retire des râpes pour la préparation de la farine de pommes de terre, m'ont fait imaginer de les employer dans la construction d'un moulin, dont je vais donner la description. 4 Mars 1786.

J'ai fait construire une râpe avec de la tôle de Suède, & je lui ai donné une forme cylindrique (*figure 1*) d'environ sept pouces de diamètre, & d'environ huit pouces de haut; les bavures des trous sont en dedans: cette râpe est portée sur trois pieds *A*, *A*, *A*, faits en petit fer plat, de sept pouces de hauteur, attachés solidement à la râpe avec des clous rivés; le bas de chaque pied est coudé d'environ un pouce, & percé chacun d'un petit trou pour recevoir une vis; voyez les pieds de ce moulin, *figure 4*. A un pouce au-dessous de l'extrémité supérieure du trépied, on a attaché en *B* (*figures 1* & *4*)

une étoile à trois branches, de petit fer plat, rivé à tenons, pour maintenir solidement l'écartement des pieds ; le centre de cette étoile est percé d'un trou carré, pour servir de point d'appui à un arbre ou axe de fer, dont nous parlerons dans un instant.

Le dessus de la râpe cylindrique est garni d'une trémie *C, C, (figure 4)* de tôle, d'environ dix pouces de diamètre, & de cinq pouces de hauteur.

Dans l'intérieur de la râpe cylindrique, on place une seconde râpe, mais conique *(figures 2 & 3)*; la pointe du cône est tronquée : cette râpe doit être en forte tôle de Suède, & les bavures des trous doivent être poussées en dehors ; ce cône est placé, la base en bas, comme on le voit par la *figure 4.* A la partie supérieure du cône, on attache avec des rivures un petit triangle ou une étoile à trois branches *B, B, B, figure 2*, en petit fer plat ; dans le milieu on pratique un trou carré pour recevoir un arbre ou axe : mais pour donner plus de résistance à cette partie du cône, on la renforce par une crapaudine ou calotte de fer, attachée sur la râpe de tôle avec des clous rivés, & également percée d'un trou carré pour laisser passer l'axe.

La *figure 3* représente le même cône, vu de face ; la base *C, C, C*, est garnie aussi d'une étoile à trois branches, rivée par trois points, à un cercle de fer posé au bas de l'intérieur du cône ; le centre de cette étoile est également percé d'un trou carré pour le passage de l'axe.

La *figure 5* est l'arbre ou axe ; c'est une tige de fer, de seize pouces de long, d'environ sept lignes d'équarrissage, ronde par le bas, & ronde aussi par le haut, à l'endroit qui correspond à l'étoile *G, G, G, (figure 7)* pour pouvoir tourner dans ces deux points d'appui, & elle est carrée par son extrémité supérieure, pour recevoir une manivelle d'environ neuf pouces de longueur, avec laquelle on fait tourner la râpe conique : en *D (figure 5)* on pratique un

petit trou pour recevoir une goupille *E*, afin de fixer la râpe conique au niveau de la râpe cylindrique.

La *figure 6* eſt une baignoire de bois dans laquelle eſt placé le moulin, repréſenté en vue d'oiſeau. *A*, *B*, *C*, eſt une étoile de fer à trois branches, qu'on attache avec des vis autour de la baignoire; le centre de cette étoile eſt percé d'un trou rond pour former point d'appui à l'axe lorſqu'on le fait agir.

La *figure 7* repréſente le moulin placé dans un des bouts d'une baignoire, afin que l'autre ſoit libre, pour pouvoir agir dans l'intérieur, lorſque cela eſt néceſſaire; on a tronqué une partie de cette baignoire afin de mieux faire voir l'intérieur, & comment le moulin doit être placé. Pour ne pas fatiguer le fond de la baignoire, par des trous de vis, on place ſous les pieds du moulin une planche de ſapin, taillée comme le fond de la baignoire, d'un pouce d'épaiſſeur, ſur laquelle on fixe les pieds de ce moulin.

Lorſqu'on veut faire uſage de ce moulin, on le fixe par le bas, comme nous venons de le dire; on le fixe auſſi par le haut, au moyen de l'étoile *G*, *G*, *G*, & des vis, *figure 7:* on met de l'eau dans la cave juſqu'à la hauteur de *H*, *H;* on remplit la trémie de pommes de terre, lavées & coupées, comme nous allons le dire, & on fait agir circulairement la manivelle *I* (*figure 7*); les pommes de terre diviſées entre les deux râpes, ſortent à meſure par la partie inférieure, à la faveur de l'eau qui baigne le moulin.

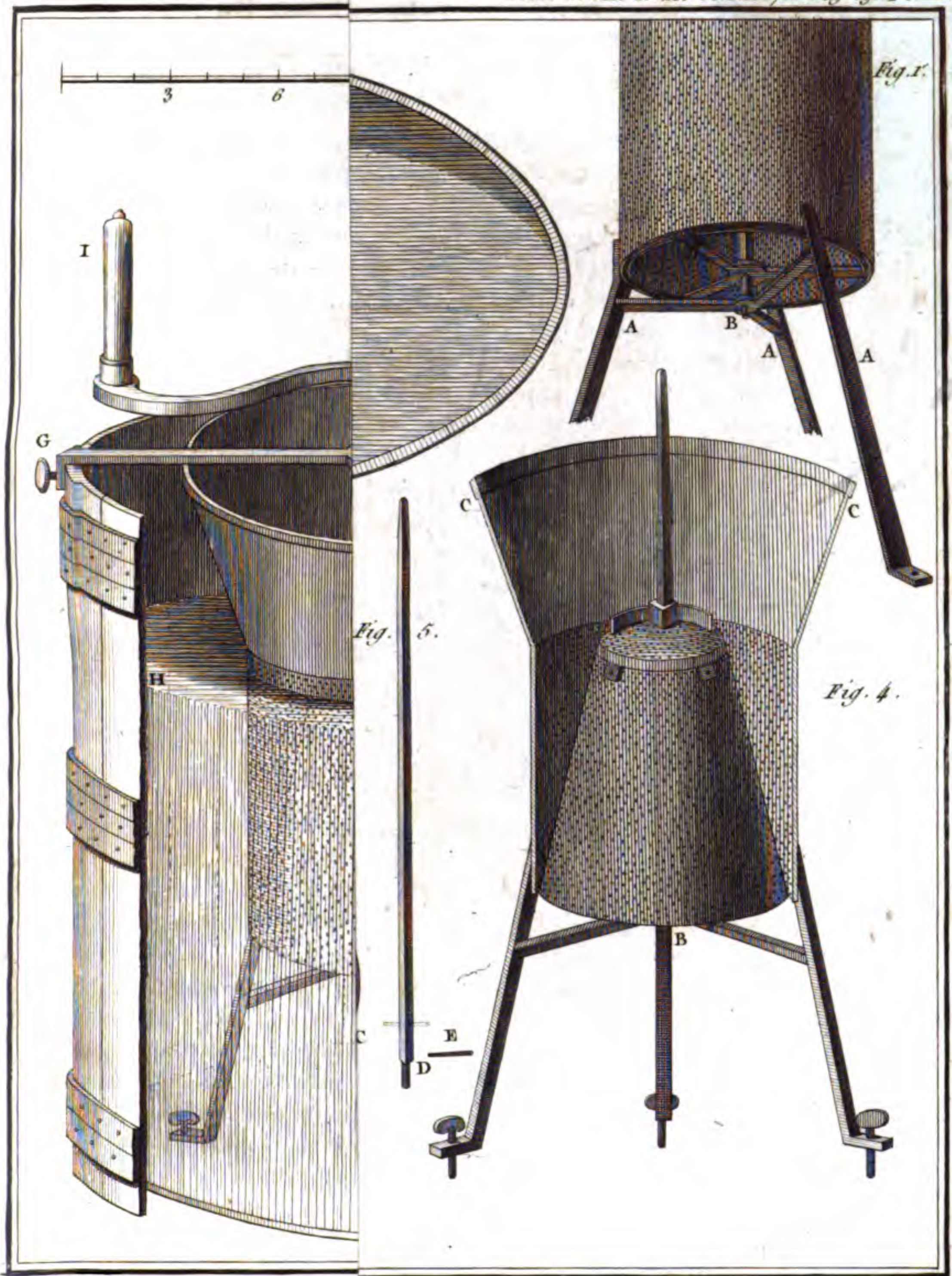
On n'eſt point aſſujetti à des proportions ſtrictes, dans la conſtruction de ce moulin; mais pour connoître celles que l'expérience m'a appris être bonnes, on a gravé une échelle ſur la planche, afin qu'on puiſſe y avoir recours. Avec ce moulin, on peut moudre cent livres de pommes de terre, en deux heures de temps.

Manière de préparer l'amidon ou farine de pommes de terre.

Pour préparer la farine de pommes de terre, on prend la quantité qu'on veut de ces racines, on les fait tremper dans un baquet plein d'eau, pendant environ une heure; on les monde ensuite de leurs fibres & de leurs tiges; on les frotte une à une avec une brosse un peu rude, pour emporter toute la terre qui se trouve dans leurs sinuosités; on les lave à mesure, & on les jette dans un autre baquet rempli d'eau propre. Lorsqu'on a ainsi disposé la quantité qu'on veut, on coupe par morceaux, gros comme des œufs, les pommes de terre qui sont trop grosses, & on les jette dans le moulin plongé dans sa cuve avec de l'eau; un homme fait agit la manivelle : à mesure que ces racines sont râpées, elles passent par le bas du moulin; on ôte de temps de temps, avec une cuiller de bois, la pulpe qui s'y amasse, & on la met à part avec de l'eau.

Lorsque toutes les pommes de terre sont moulues, on réunit toute la pulpe dans un même baquet, on la délaye dans une grande quantité d'eau propre. D'une autre part, on dispose un second baquet très-propre, sur les bords duquel on met en travers deux tringles de bois blanc, pour supporter un tamis de crin un peu clair; on met la pulpe & l'eau sur le tamis, la farine passe à la faveur de l'eau; la pulpe reste sur le tamis, on verse de l'eau dessus, à plusieurs reprises, jusqu'à ce qu'elle coule telle qu'on la met; on jette, comme inutile, la pulpe qui reste sur le tamis : on continue de passer ainsi toute la quantité de racines qu'on a moulu.

La liqueur qui a passé au travers du tamis est trouble & d'une couleur de feuille-morte, à raison de la matière extractive qu'elle tient en dissolution; elle dépose, dans l'espace de cinq ou six heures, toute la farine qu'elle tenoit suspendue. Lorsque le dépôt est formé, on décante la liqueur qu'on jette comme inutile; on verse sur la farine



Fossier del.

I. le Gouaz sc.

qui reſte au fond du baquet, une grande quantité d'eau très-propre; on délaye la farine pour la laver, & on laiſſe repoſer la liqueur jusqu'au lendemain. On trouve la farine pareillement dépoſée; on décante l'eau qu'on jette comme inutile: on délaye de nouveau la farine dans une nouvelle quantité d'eau, & on paſſe le mélange au travers d'un tamis de ſoie un peu ſerré: le peu de parenchyme qui avoit paſſé, avec la farine, au travers du tamis de crin, reſte ſur celui de ſoie. On laiſſe de même repoſer la liqueur juſqu'à ce que la farine ſoit bien raſſemblée: ſi l'eau qui la ſurnage eſt parfaitement claire, ſans la plus petite apparence de couleur ou de ſaveur, le lavage eſt fini; mais pour peu que cette eau ait de la couleur & de la ſaveur, il faut la laver encore une fois, afin qu'il ne reſte abſolument rien de la partie extractive.

Lorſque la farine eſt ſuffiſamment lavée, on l'enlève du baquet avec une cuiller de bois; on la met ſur des claies d'oſier, qu'on a auparavant garnies de papier, pour la faire ſécher à l'abri de la pouſſière: lorſqu'elle eſt bien sèche, on la fait paſſer au travers d'un tamis de ſoie, afin de faire diſparoître les grumeaux, s'il s'en trouvoit; alors, on la conſerve dans des vaſes de verre, bouchés ſeulement avec du papier.

REMARQUES.

Preſque toutes les farines de pommes de terre qu'on trouve dans le commerce, contiennent un peu de ſable, qu'on ſent ſous les dents; il provient de ce que les pommes de terre ont été mal lavées: le ſable qui ſe trouve dans les nœuds & dans les plis de ces racines, n'eſt pas toujours facile à ôter. L'opération de nettoyer ces racines, ſimple en apparence, exige néanmoins beaucoup de ſoins & d'attention; on peut dire la même choſe des ſoins qu'il faut pour conſerver la blancheur de la farine. Cette fécule eſt parfaitement blanche; ſi on veut l'obtenir telle, il faut qu'elle ſoit bien ſéparée, par un lavage ſuffiſant, de toute

la matière extractive ; il faut auſſi la préparer dans des vaiſſeaux très-propres, qui ne puiſſent rien lui communiquer ; ceux de grès ou de faïence, ſeroient les plus convenables, mais ils ſont impratiquables dans un travail en grand ; on eſt forcé de faire uſage de baquets, il faut alors, autant qu'on le peut, n'employer que des baquets de bois blanc ; ceux de bois de chêne communiquent toujours plus ou moins de couleur, à moins qu'ils n'aient été épuiſés de la matière extractive, pour avoir contenu de l'eau long-temps & ſouvent.

Au moyen de ce que le moulin eſt plongé dans de l'eau, il ne s'engorge jamais; mais comme l'amas des racines râpées ſe fait immédiatement au-deſſous, il convient d'ôter cet amas, de temps en temps, pour prévenir tout engorgement. On peut, ſi l'on veut, laver la pulpe à meſure qu'elle ſe préſente ; alors on la met ſur le tamis de crin, à meſure qu'on l'obtient, & on verſe par-deſſus aſſez d'eau pour faire couler la farine : ce qui reſte ſur le tamis eſt le parenchyme pulpeux de la racine privée de la fécule, dont nous parlons ; cette matière eſt très-nourriſſante, on peut la faire cuire dans de l'eau, & en nourrir des animaux; c'eſt un objet eſſentiel qui mérite quelques conſidérations, ſur-tout lorſqu'on fait cette préparation très-en grand, parce qu'il reſte environ les ſept huitièmes de cette matière, qu'il eſt bon de ne pas perdre.

La première ſéparation qu'on fait de la pulpe, au travers d'un tamis de crin, eſt très-commode pour ſe débarraſſer promptement du très-grand volume de cette pulpe : s'il en paſſe un peu au travers du tamis, elle ſe dépoſe la dernière à la ſurface de la farine, & elle lui communique une couleur ſale, mais cela ne doit pas inquiéter; comme elle eſt plus groſſière que cette farine, elle en eſt ſéparée aiſément par le tamis de ſoie, dont nous avons parlé précédemment.

RECHERCHES

Sur l'intégration d'une espèce singulière d'Équations à différences finies.

Par M. CHARLES.

Lû le 26 Juillet 1788.

SOIT l'équation

$\psi(ax^2 + mx + n) - P\psi(bx^2 + px + q) = R$: P & R sont des fonctions de x; a, m, n; b, p, q, sont des constantes.

Je me propose de faire voir qu'on peut intégrer cette équation dans une infinité de cas; & ce qu'il y a de plus remarquable, qu'on obtient alors deux intégrales complettes.

Pour remplir cet objet, je suppose

$$ax^2 + mx + n = b(x\varpi + \varphi)^2 + p(x\varpi + \varphi) + q;$$

ϖ & φ étant deux constantes indéterminées. Cette supposition donnera

$$\text{I. } a = b\varpi^2,$$

$$\text{II. } m = 2b\varpi\varphi + p\varpi,$$

$$\text{III. } n = b\varphi^2 + p\varphi + q.$$

La première de ces équations donne deux valeurs de ϖ, qui sont $\sqrt{\frac{a}{b}}$ & $-\sqrt{\frac{a}{b}}$.

La seconde donne $\varphi = \frac{m - p\varpi}{2b\varpi}$.

Substituant dans la troisième pour ϖ & φ leurs valeurs, elle deviendra équation de condition entre les constantes données a, m, &c. Cette équation de condition est

$$4ab(n - q) = m^2 b - p^2 a.$$

On aura donc, quand cette équation sera vérifiée,

$$\psi\{F(x\varpi+\varphi)-P\psi[F(x)]\}=R,$$

qui s'intègre par des méthodes connues, & qui aura deux intégrales complettes.

EXEMPLE.

$$\psi(4x^2+14gx+13g^2)-\psi(x^2+gx+g^2)=x^2+kx.$$

Prenant

$$\varpi=2\ \&\ \varphi=3g;$$

on aura

$$\psi(x^2+gx+g^2)=\frac{x^2}{3}+(k-4g)x+3g(3g-k)\frac{\log.(\frac{x}{g}+3)}{\log.2}$$

$$+\chi\left[\text{fin. }2\pi\frac{\log.(\frac{x}{g}+3)}{\log.2}\right].$$

Prenons maintenant

$$\varpi=-2\ \&\ \varphi=-4g,$$

nous aurons

$$\psi(x^2+gx+g^2)=\frac{x^2}{3}+\frac{(16g-3k)x}{9}$$

$$+\frac{16g^2-12kg}{9}\ \frac{\log.(\frac{x}{g}+\frac{4}{3})}{\log.-2}+\omega\left[\text{fin. }2\pi\frac{\log.(\frac{x}{g}+\frac{4}{3})}{\log.-2}\right].$$

Et généralement, si on a

$$\psi[a(x+g)^\mu+n]-P\psi(bx^\mu+n)=R;$$

on fera

$$a(x+g)^\mu=b(x\varpi+\varphi)^\mu=b\varpi^\mu(x+\frac{\varphi}{\varpi})^\mu;$$

ce qui donnera

$$a = b\varpi^{\mu} \ \& \ g = \frac{\varphi}{\varpi};$$

c'eſt-à-dire, μ valeurs de ϖ & autant de φ, puiſque $\varphi = g\varpi$ (on ſuppoſe μ entier).

On aura donc μ intégrales complettes, mais deux au plus ſeront réelles d'une manière continue; les autres ne donneront généralement que des points conjugués : bien entendu que tout eſt réel dans la propoſée.

Mais quand il n'y aura aucune intégrale complette & réelle, on pourra quelquefois en obtenir une incomplette & réelle.

L'équation

$$\psi(ax^{\mu} + n) - P\psi(bx^{\nu} + n) = R_{t}$$

donne des réſultats analogues.



SUITE DES RECHERCHES
SUR UNE
ÉQUATION SINGULIÈRE.

Par M. CHARLES.

LES intégrales dont il est question dans le Mémoire précédent, tomberont quelquefois dans un cas que j'ai discuté il y a plusieurs années, & qui est imprimé dans le *tome X* des Savans étrangers ; je veux dire, que quelquefois les fonctions arbitraires pourront changer. Je vais rappeler en peu de mots cette théorie, & la présenter sous un point de vue un peu différent.

Pour abréger, j'écrirai mon équation de la manière suivante, $'\psi - P\psi = R$. Je la regarderai comme l'équation d'une courbe dont ψ & x seront les coordonnées, ψ répondant à l'abscisse x, & $'\psi$ à l'abscisse $x\varpi + \varphi$, que j'appellerai $'x$.

Maintenant, si je dois construire cette courbe entre des coordonnées rectangles, je mènerai deux droites AV & AT perpendiculaires entre elles ; l'une AV, par exemple, sera l'axe des ψ, & l'autre celui des x. Je mènerai ensuite la ligne AZ, qui divise l'angle droit VAT en deux parties égales ; enfin, je mènerai la ligne RS telle, qu'en nommant AP, x, & $PD, 'x$, on ait $'x = x\varpi + \varphi$; j'appellerai cette ligne la ligne des $'x$. Cela fait, je prendrai une première abscisse AP; j'élèverai par le point P une perpendiculaire PM qui sera la première ordonnée, ou la valeur de ψ; je prolongerai cette ordonnée jusqu'à ce qu'elle aille rencontrer en D la ligne des $'x$; je mènerai par D la parallèle $D\,'K$ à AT, qui rencontre en $'K$ la ligne AZ, menée sous 45^d; enfin, par $'K$, je mènerai la perpendiculaire $'P\;'D$; alors $A\,'P$ sera évidemment $'x$ ou $x\varpi + \varphi$.

Portant donc de $'P$ en $'M$ la valeur de $'\psi$, qui eſt déterminée par l'équation, $'M$ ſera un ſecond point de la courbe par le moyen duquel on déterminera un troiſième ^{2}M de la même manière, & ainſi des autres. Entre M & $'M$, on donnera tant d'autres points qu'on voudra, & pour chacun d'eux, on aura une ſuite de points conſécutifs; mais ſi les arbitraires doivent être des conſtantes abſolues, on ne pourra pas donner d'autres points entre M & $'M$; & comme une plus grande généralité eſt inutile à mon objet, je m'en tiendrai à cette dernière ſuppoſition.

Or, une remarque importante à laquelle cette conſtruction donne lieu, c'eſt que dans l'exemple ſuppoſé par la figure, les points conſécutifs donnés par le point M, tels que $'M$ ^{2}M, &c. quand on les prendroit en nombre infini, ſeront tous en-deçà de la perpendiculaire FB, menée ſur AT par l'interſection F des lignes RS & AZ; les points D, K s'approcheront continuellement de F ſans y arriver, & ce point F pourra être regardé comme leur point aſymptotique.

Donc l'intégrale ſera déterminée par le point M juſqu'au point B ſeulement, le long des abſciſſes poſitives; donc il faut donner un autre point à la droite de FB, pour déterminer l'intégrale ſur le reſte des abſciſſes poſitives, à commencer du point B juſqu'à l'infini; & par conſéquent la conſtante pourra changer de valeur à la droite du point B.

Effectivement, à quoi doit ſatisfaire la courbe intégrale? elle doit vérifier une équation donnée entre deux ordonnées conſécutives; mais la poſition de ces ordonnées eſt déterminée par le ſyſtème de différenciation, de manière qu'elles tomberont toujours d'un même côté relativement à BF. Donc, chaque courbe vérifiant en particulier l'équation, l'enſemble de ces courbes, entre leſquelles toute communication eſt interceptée, la vérifiera auſſi.

On conçoit que cette remarque s'étend aux équations d'un ordre quelconque; par exemple, ſi on a

$$\Delta\left(\frac{\Delta\psi}{\Delta x}\right) = 0,$$

on aura

$$\Delta \psi = a \Delta x ; \psi = ax + b,$$

& cette équation ſera vérifiée par la ligne briſée *MNM*.

Soit

$$\varpi = 1 - m \Delta v \ \& \ \varphi = k \Delta v ;$$

nous aurons

$$\Delta x = \Delta v (k - mx), \& AB = \frac{k}{m};$$

quantité indépendante de Δv.

Cela poſé, ſi on fait varier Δv, le ſyſtème de différenciation variera, mais variera de manière que la ligne des '*x* tournera autour du point fixe *F*; & ſi on diminue Δv juſqu'à le rendre o, la ligne *R s* tournant autour du point fixe & aſymptotique *F*, finira par ſe confondre avec *A z*, mais ſans ceſſer de couper cette dernière ligne en *F*, comme font deux rayons de courbure menés infiniment près l'un de l'autre.

Maintenant, ſans prétendre inſiſter beaucoup ſur une propoſition qui a déjà trop occupé l'Académie, je crois pouvoir dire que la ligne briſée *M N M* vérifiera la propoſée, quelle que ſoit la poſition de *R s* (pourvu toutefois qu'elle paſſe toujours par le point aſymptotique *F*), & qu'ainſi, il ſeroit difficile de ſoutenir qu'elle ne la vérifie plus quand cette ligne eſt enfin tombée ſur *A z*; mais dans ce cas,

$$\Delta \left(\frac{\Delta \psi}{\Delta x} \right) = 0$$

devient

$$d \left(\frac{d \psi}{d x} \right) = 0.$$

Donc, pour ce ſyſtème de différenciation, dans l'équation

$\psi = ax + b$, regardée comme l'intégrale de l'équation en différences infiniment petites

$$d\left(\frac{d\psi}{dx}\right) = 0;$$

les constantes peuvent changer, comme elles changent dans l'équation

$$\Delta\left(\frac{\Delta\psi}{dx}\right) = 0,$$

dont

$$d\left(\frac{d\psi}{dx}\right) = 0,$$

est limite; & en général l'équation en différences finies règle le nombre de fois que les constantes peuvent changer, & le lieu, dans l'équation en différences infiniment petites, qui en est limite.

Au reste, je dois avouer que quand j'ai avancé, il y a neuf ans, que l'équation $dd\psi = 0$ étoit vérifiée par un polygone rectiligne, je ne me suis pas exprimé exactement; car pour avoir $\psi = ax + b$, il faut écrire pour première intégrale $d\psi = a\,dx$, ce qui suppose dx constant, & par conséquent exclut le système de différenciation qui peut faire changer les constantes. J'aurois dû écrire $d\left(\frac{d\psi}{dx}\right) = 0$. Dans le système dont il est ici question, nous avons

$$dx = dv\,(k - mx)$$

où dv est constant, & l'équation $dd\psi = 0$ donneroit

$$d\psi = a\,dv = \frac{a\,dx}{k - mx} \;\&\; \psi = b - \frac{a}{m}\log.\left(1 - \frac{mx}{k}\right),$$

où les constantes peuvent changer.

Observation sur les logarithmes des nombres négatifs.

En nommant X la première abscisse AP, prise à la gauche

du point B, & conſervant x pour déſigner celle qui occupe le rang indéterminé μ, on trouvera facilement

$$x = X(1 - m\Delta v)^{\mu} + k\Delta v \frac{(1 - m\Delta v)^{\mu} - 1}{-m\Delta v},$$

ce qui donne

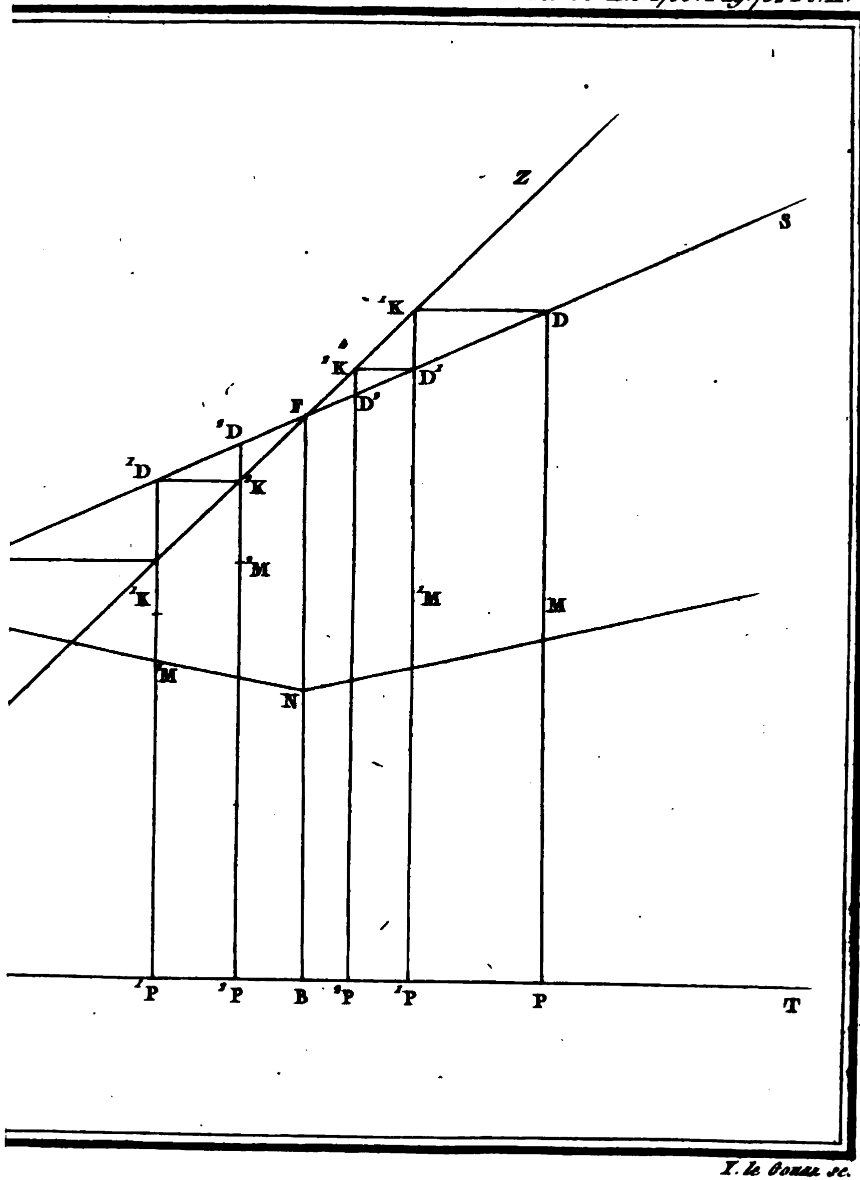
$$\mu = \frac{\log. \frac{k - mx}{k - mX}}{\log. (1 - m\Delta v)};$$

or en ſuppoſant $m\Delta v < 1$, ſi on fait $mx > \frac{k}{m}$, on aura

$$\mu = \frac{\log. \frac{-(mx - k)}{k - mX}}{\log. (1 - m\Delta v)} =$$

au logarithme d'un nombre négatif diviſé par le logarithme d'un nombre poſitif. Mais j'ai démontré que le nombre μ n'exiſtoit pas pour une valeur de x plus grande que $\frac{k}{m}$, ou, ce qui revient au même, à la droite du point B, l'abſciſſe X étant terminée à la gauche. De-là, ne pourroit-on pas conclure que le logarithme d'un nombre négatif eſt impoſſible ou imaginaire?





Y. le Gouaz sc.

SUITE DE L'ESSAI

Pour connoître la Population du Royaume, & le nombre de ses habitans, en adaptant aux Villes, Bourgs & Villages, portés sur chacune des Cartes de M. de Cassini, l'année commune des Naissances, prise sur les années 1781, 1782 & 1783, & en la multipliant par 26.

Par M.rs DU SÉJOUR, le Marquis DE CONDORCET & DE LA PLACE.

Population de la Carte de la France, n.° 42.

» CETTE Carte contient les villes d'Avesnes, de Cambray, de Landrecies, du Quesnoy, de Maubeuge & de Valenciennes, & 451 bourgs ou villages. » CAMBRAY.

L'année commune des naissances dans la ville d'Avesnes, est de	121.
Dans celle de Cambray, de	526.
Dans celle de Landrecies, de	104.
Dans celle du Quesnoy, de	110.
Dans celle de Maubeuge, de	174.
Dans celle de Valenciennes, de	701.
	1736.
Et dans les 451 bourgs ou villages, de	10360.
TOTAL	12096.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes.	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
246.	6.	451.	45136.	269330.	314496.	1095.

NOYON.

Population de la Carte de la France, n.° 43.

« CETTE Carte contient les villes de Chauny, de » Guise, de la Fère, de Laon, de Noyon, de Péronne, » de Ribemont, de Saint-Quentin & de Vervins, & 473 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de Chauny, est de	127.
Dans celle de Guise, de	95.
Dans celle de la Fère, de	88.
Dans celle de Laon, de	229.
Dans celle de Noyon, de	187.
Dans celle de Péronne, de	108.
Dans celle de Ribemont, de	87.
Dans celle de Saint-Quentin, de	323.
Dans celle de Vervins, de	93.
	1337.
Et dans les 473 bourgs ou villages, de	7407.
TOTAL	8744.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	9.	473.	34762.	192582.	227344.	770.

ARRAS.

Population de la Carte de la France, n.° 4.

« CETTE Carte contient les villes d'Abbeville, » d'Arras, de Bapaume & de Doulens, & 497 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville d'Abbeville, est de.. 674.
Dans celle d'Arras, de........................ 766.
Dans celle de Bapaume, de..................... 129.
Dans celle de Doulens, de..................... 87.

1656.
Et dans les 497 bourgs ou villages, de............ 7209.

TOTAL............ 8865.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	4.	497.	43056.	187434.	230490.	750.

Population de la Carte de la France, n.° 44. SOISSONS.

« CETTE Carte contient les villes de Crespy, de la Ferté-Milon, de Soissons & de Villers-cotterets, « & 486 bourgs ou villages. «

L'année commune des naissances dans la ville de Crespy, est de.. 71.
Dans celle de la Ferté-Milon, de............... 84.
Dans celle de Soissons, de..................... 261.
Dans celle de Villers-cotterets, de............. 90.

506.
Et dans les 486 bourgs ou villages, de............ 5962.

TOTAL..................... 6468.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	4.	486.	13156.	155012.	168168.	620.

ROCROY.

Population de la Carte de la France, n.° 77.

« CETTE Carte contient les villes de Givet & de Rocroy, & 92 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de Givet, est de	111.
Dans celle de Rocroy, de	104.
	215.
Et dans les 92 bourgs ou villages, de	1629.
TOTAL	1844.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
72.	2.	92.	5590.	42354.	47944.	588.

CASTRES.

Population de la Carte de la France, n.° 18.

« CETTE Carte contient la ville de Castres, & 255 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de Castres, est de.......... 356.

Et dans les 255 bourgs ou villages, de.......... 5603.

TOTAL.......... 5959.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	1.	255.	9256.	145678.	154934.	583.

Population de la Carte de la France, n.° 113. LANGRES.

« CETTE Carte contient les villes de Chaumont, Langres, la Marche, & 313 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de Chaumont, est de.......... 228.

Dans celle de Langres, de.......... 283.

Dans celle de la Marche, de.......... 50.

561.

Et dans les 313 bourgs ou villages, de.......... 5200.

TOTAL.......... 5761.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	3.	313.	14586.	135200.	149786.	541.

MEAUX.

Population de la Carte de la France, n.° 45.

« CETTE Carte contient les villes de Château-Thierry; » de Coulommiers, de la Ferté-sous-Jouarre, de Meaux, de Rosoy & de Sézanne, & 193 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de Château-Thierry, est de	132.
Dans celle de la Ferté-sous-Jouarre, de	130.
Dans celle de Meaux, de	255.
Dans celle de Coulommiers, de	105.
Dans celle de Rosoy, de	57.
Dans celle de Sézanne, de	166.
	845.
Et dans les 193 bourgs ou villages, de	4957.
TOTAL	5802.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes.	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	6.	343.	21970.	128882.	150852.	516.

Population de la Carte de la France, n.° 122. AVIGNON.

« CETTE Carte contient les villes d'Avignon, de Carpentras, de Cavaillon, d'Orange, de l'Isle & de Villeneuve, & 155 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville d'Avignon, est de	922.
Dans celle de Carpentras, de	257.
Dans celle de Cavaillon, de	241.
Dans celle d'Orange, de	276.
Dans celle de l'Isle, de	173.
Dans celle de Villeneuve, de	122.
	1991.
Et dans les 155 bourgs ou villages, de	4876.
TOTAL	6867.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	6.	155.	51766.	126776.	178542.	507.

Population de la Carte de la France, n.° 15. AURILLAC.

« CETTE Carte contient la ville d'Aurillac, & 208 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville d'Aurillac, est de . . . . 266.
Et dans les 208 bourgs ou villages, de . . . . 4695.
TOTAL . . . . 4961.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	1.	208.	6916.	122070.	128986.	488.

Population de la Carte de la France, n.° 112. JOINVILLE.

« CETTE Carte contient les villes de Joinville & de Neufchâteau, & 344 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de Joinville, est de . . . . 104.
Dans celle de Neufchâteau, de . . . . 119.
223.
Et dans les 344 bourgs ou villages, de . . . . 4585.
TOTAL . . . . 4808.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	2.	344.	5798.	119210.	125008.	477.

RHODEZ.

Population de la Carte de la France, n.° 16.

« CETTE Carte contient les villes de Rhodez & Villefranche, & 305 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de Rhodez, est de	271.
Dans celle de Villefranche, de	223.
	494.
Et dans les 305 bourgs ou villages, de	4557.
TOTAL	5051.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	2.	305.	12844.	118482.	131326.	474.

Population de la Carte de la France, n.° 17.

ALBY.

« CETTE Carte contient les villes d'Alby & de Gaillac, & 285 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville d'Alby, est de	334.
Dans celle de Gaillac, de	239.
	573.
Et dans les 285 bourgs ou villages, de	4512.
TOTAL	5085.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	2.	285.	14898.	117312.	132210.	469.

Population de la Carte de la France, n.° 81. TROYES.

« CETTE Carte contient les villes d'Arcy, de Bar-sur-Aube & Troyes, & 306 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville d'Arcy, est de	91.
Dans celle de Bar-sur-Aube, de	144.
Dans celle de Troyes, de	1277.
	1512.
Et dans les 306 bourgs ou villages, de	4458.
TOTAL	5970.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	3.	306.	39312.	115908.	155220.	464.

TONNERRE.

Population de la Carte de la France, n.° 82.

« CETTE Carte contient les villes de Bar, Châtillon-sur-Seine & Tonnerre, & 228 bourgs ou villages »

L'année commune des naissances dans la ville de Bar-sur-Seine, est de	90.
Dans celle de Châtillon sur-Seine, de	91.
Dans celle de Tonnerre, de	115.
	296.
Et dans les 228 bourgs ou villages, de	4378.
TOTAL	4674.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	3.	228.	7696.	113828.	121524.	455.

LODÈVE.

Population de la Carte de la France, n.° 112.

« CETTE Carte contient les villes de Cette, de Cler-« mont-de-Lodève, de Lodève de Marceillan, de Pézenas & de Saint-Chignan, & 288 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de Cette, est de	286.
Dans celle de Clermont-de-Lodève, de	178.
Dans celle de Lodève, de	247.
Dans celle de Marceillan, de	111.
Dans celle de Pézenas, de	231.
Dans celle de Saint-Chignan, de	113.
	1166.
Et dans les 288 bourgs ou villages, de	4057.
TOTAL	5223.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
238.	5.	238.	30316.	105482.	135798.	443.

Population de la Carte de la France, n.° 79. REIMS.

« CETTE Carte contient les villes de Reims & de Sainte-Menehould, & 313 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de Reims, est de	1206.
Dans celle de Sainte-Menehould, de	92.
	1298.
Et dans les 313 bourgs ou villages, de	4081.
TOTAL	5379.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	2.	313.	33748.	106106.	139854.	424.

Population de la Carte de la France, n.° 54. S.t-FLOUR.

« CETTE Carte contient la ville de Saint-Flour, & 179 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de Saint-Flour, est de........................... 216.

Et dans les 179 bourgs ou villages, de............ 3778.

TOTAL............ 3994.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	1.	179.	5616.	98228.	103844.	393.

PERPIGNAN & BELLEGARDE

Population de la Carte de la France, n.os 59 & 176.

« CETTE Carte contient les villes de Collioure, d'Elne & de Perpignan, & 64 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de Collioure, est de........................... 86.

Dans celle d'Elne, de........................ 81.

Dans celle de Perpignan, de.................. 561.

728.

Et dans les 64 bourgs ou villages, de............ 986.

TOTAL............ 1714.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
66.	3.	64.	18928.	25636.	44564.	388.

Population de la Carte de la France, n.° 177. PUYCERDA.

« CETTE Carte ne contient aucune ville; il y a 35 bourgs ou villages, dont »

L'année commune des naissances est de........... 655.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
52.	0.	35.	0.	17030.	17030.	327.

Population de la Carte de la France, n.° 80. CHÂLONS-SUR-MARNE.

« CETTE Carte contient les villes de Châlons, d'Épernay, de Vitry & Saint-Dizier, & 278 bourgs « ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de Châlons, est de.................................. 457.
Dans celle d'Épernay, de........................ 145.
Dans celle de Vitry, de........................ 201.
Dans celle de Saint-Dizier, de.................. 251.

1054.

Et dans les 278 bourgs ou villages, de............ 3134.

TOTAL............ 4188.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	4.	278.	27404.	81484.	108888.	326.

MILHAUD.

Population de la Carte de la France, n.° 56.

« CETTE Carte contient les villes de Ganges, de » Milhaud, du Vigan & de Vabres, & 183 bourgs ou villages. »

L'année commune des naiſſances dans la ville de Ganges, eſt de	161.
Dans celle de Milhaud, de	149.
Dans celle du Vigan, de	174.
Dans celle de Vabres, de	27.
	511.
Et dans les 183 bourgs ou villages, de	3053.
TOTAL	3564.

NOMBRE des LIEUES de ſuperficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des. HABITANS de la campagne par lieue.
250.	4.	183.	13286.	79378.	92664.	318.

MENDE.

Population de la Carte de la France, n.° 55.

« CETTE Carte contient la ville de Mende, & 146 bourgs ou villages. »

L'année commune des naiſſances dans la ville de Mende, eſt de	157.
Et dans les 146 bourgs ou villages, de	2952.
TOTAL	3109.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	1.	146.	4082.	76752.	80834.	307.





MESSIEURS DE LA SOCIÉTÉ Royale des Sciences établie à Montpellier, ont envoyé à l'Académie le Mémoire suivant, pour entretenir l'union intime qui doit être entre elles, comme ne faisant qu'un seul Corps, aux termes des Statuts accordés par le Roi, au mois de Février 1706.

OBSERVATIONS

Sur l'Acide carbonique fourni par la fermentation des raisins, & sur l'Acide acéteux qui résulte de sa combinaison avec l'eau.

Par M. CHAPTAL.

J'AI imprimé en 1782, que M. Madier, médecin de Bagnols avoit observé, que l'eau imprégnée d'acide carbonique, qui s'élève de la vendange en fermentation, pouvoit former du vinaigre; j'ai répété & varié l'expérience, afin d'en observer tous les phénomènes, & c'est ce travail que j'ai l'honneur de présenter aujourd'hui à la Société.

1.ere Expérience. Si on place des capsules de verre, contenant de l'eau distillée, sur le chapeau de la vendange en fermentation, l'acide carbonique se mêle avec l'eau : si, lorsqu'elle en est fortement imprégnée & presque saturée, ce qui arrive après quarante ou quarante-huit heures de séjour dans cette atmosphère, on la verse dans des flacons ou des

bouteilles, pour la conserver; enfin si on en couvre le goulot avec du papier ou un bouchon mal ajusté, & si l'on place les vases dans un endroit où l'on puisse les observer tous les jours; trois ou quatre mois après, on s'aperçoit que la saveur se modifie, & que l'odeur devient semblable à celle d'une eau-de-vie très-foible. Peu de temps après, l'odeur & la saveur disparoissent, la liqueur devient fade, elle se trouble, & laisse précipiter des flocons blancs, quelquefois filamenteux; d'autres fois elle forme une croûte ou couenne assez épaisse & tenace, qui gagne la surface de l'eau : en même-temps, on sent se développer une saveur acide, qui se fortifie de plus en plus, & la liqueur finit par former de très-bon vinaigre, comme l'on peut s'en convaincre par le résultat de mes expériences que je mets sous les yeux de la Société. Cette opération peut se terminer dans six à sept mois; je l'ai vue plusieurs fois n'avoir son effet que pendant les chaleurs de l'été, & ne donner du fort acide acéteux qu'au bout d'un an.

Des nombreuses expériences que j'ai faites sur cette matière, je puis tirer les conséquences suivantes.

1.° L'eau imprégnée d'acide carbonique, n'éprouve pas de changement notable dans les vaisseaux clos.

2.° Pour que l'expérience réussisse, il suffit de déboucher, de temps en temps, les vases, afin de faciliter l'accès de l'air atmosphérique.

3.° L'air vital ou gaz oxygène, mis en contact avec le liquide, dans des vaisseaux à moitié pleins, est absorbé & hâte l'acétification.

4.° L'addition d'une petite quantité de vinaigre fait par des procédés semblables, sert de levain & accélère la formation de l'acide acéteux.

5.° Lorsque l'eau n'est pas suffisamment chargée d'acide carbonique, l'opération languit & n'a pas son effet.

6.° Il faut une chaleur de 15 à 20 degrés pour opérer l'acétification.

7.° Je n'ai obtenu aucun de ces résultats, en employant

de l'acide carbonique extrait de la craie ou des alkalis, ce qui prouve que l'acide carbonique qui se dégage de la fermentation, contient un principe spiritueux qui est nécessaire pour la formation de l'acide acéteux.

8.° L'eau de pluie est plus propre à cette opération que l'eau distillée, du moins j'ai observé que l'acétification étoit plus prompte.

2.e Expérience. L'eau de nos puits qui contient du sulfate de magnésie & du sulfate de chaux, & qui est fortement imprégnée d'acide carbonique, m'a présenté des phénomènes particuliers: l'acide acéteux s'y développe; mais en même-temps il se dégage une odeur très-caractérisée de sulfure, qui masque l'odeur du vinaigre; il se dépose même du soufre lorsque l'opération se fait en grand: M. Madier en a obtenu plusieurs fois; & la surface de l'eau se recouvre d'une pellicule qui est formée par du carbonate de magnésie & de chaux.

En variant cette expérience, j'ai reconnu,

1.° Que si l'eau étoit foiblement imprégnée d'acide carbonique, elle produisoit toujours du gaz hépatique, du soufre & du carbonate de chaux ou de magnésie; mais que l'acide acéteux se développoit à peine.

2.° Que dans ce cas, l'air atmosphérique étoit moins nécessaire au succès de l'opération, que lorsqu'on employoit de l'eau distillée, & qu'il suffisoit pour qu'elle réussit, qu'on laissât quelques pouces d'air dans les vases.

Tous les phénomènes de cette formation d'acide acéteux me paroissent intéressans, mais le précipité floconneux qui a lieu constamment, mérite une attention particulière.

Cette substance n'est point acide; elle n'est soluble sensiblement ni dans l'eau, ni dans l'esprit-de-vin, bouillans; elle se résout toute en charbon sans donner une flamme sensible; & ce charbon traité avec le nitre, se réduit en entier en acide carbonique. L'acide nitrique foible n'attaque le principe floconneux qu'à l'aide de la chaleur, & n'en dissout qu'une partie, qu'il laisse précipiter presque en totalité, par le refroidissement; les alkalis l'en dégagent également:

également : l'acide nitrique, plus fort, se décompose dessus, de même que l'acide sulfurique.

Cette substance est une matière charbonneuse; mais d'où peut-elle provenir? elle n'existe ni dans l'eau distillée, ni dans l'eau de pluie ; & elle a été évidemment entraînée par l'acide carbonique, conjointement avec un autre principe, qui devient base de l'acide acéteux, de sorte que ce principe se combine avec une portion de l'air vital, que l'expérience démontre être absorbé de l'atmosphère : quelquefois cet air vital est fourni par la décomposition de l'acide sulfurique, comme dans le cas où l'on emploie de l'eau de puits ; alors le contact de l'air atmosphérique devient presque inutile.

Cette conjecture paroît se fortifier par l'analyse que j'ai faite de ces bissus ou espèces de champignons qui se forment dans les souterrains, sur-tout dans les mines de charbon.

Ces plantes se résolvent en un liquide fortement chargé d'acide carbonique, & le principe ligneux ne forme, lorsqu'il est dégagé de cette eau, que le $\frac{1}{89}$ de la totalité. En exposant graduellement & peu-à-peu de ces bissus à la lumière, en les faisant passer en trente jours de l'obscurité complette à une lumière assez forte, j'ai observé que l'acide carbonique diminuoit, que la portion ligneuse augmentoit, & je l'ai porté par ce moyen à la vingt-quatrième partie de la totalité : ces bissus très-blancs, dans les souterrains, jaunissent par l'exposition ou le passage insensible à la lumière.

On voit évidemment que les principes de ces bissus se décomposent à la lumière, que le principe charbonneux augmente à mesure que l'acide carbonique diminue, de sorte que l'acide carbonique se décompose ; son oxygène se porte sur quelque principe huileux, & forme un peu de résine qui donne une couleur jaune à toute la masse, tandis que le principe charbonneux, encore uni à un peu d'air vital, augmente les proportions du principe ligneux. Je

soumets toutes ces conjectures au jugement des chimistes qui sont accoutumés depuis long-temps à nous éclairer sur ces phénomènes. Ceux que nous présente l'expérience faite avec de l'eau de puits, sont plus compliqués; la décomposition de l'acide sulfurique y est évidente: d'un côté, la formation du soufre & le dégagement du gaz hépatique annoncent la désunion des principes constituans de cet acide, tandis que la pellicule de carbonate de chaux ou de magnésie qui se forme à la surface du liquide, démontre la décomposition complette du sel sulfurique.

Je conserve, depuis les vendanges de 1783, des bouteilles remplies d'une eau qui tient du sulfate de chaux, & qui est foiblement imprégnée d'acide carbonique, où l'odeur hépatique a été développée au bout de quelques mois : la précaution que j'ai de tenir ces bouteilles bouchées, fait que cette odeur existe encore dans toute sa force, mais la formation de l'acide acéteux n'a pas eu lieu ; le précipité floconneux y existe en assez grande quantité, comme l'on peut s'en convaincre par l'examen des bouteilles que je mets sous les yeux de la Société royale. Je terminerai ce Mémoire par des expériences qui peuvent jeter quelque jour sur la formation de l'acide acéteux.

1.° Le 6 Avril 1783, j'ai mis quatre livres de vin vieux de Saint-George *, dans un vase contenant 2500 pouces cubiques d'air vital; j'ai bouché l'orifice & exposé l'appareil au soleil. Le vin s'est dépouillé de la partie colorante qui s'est précipitée en une large membrane; l'air n'a pas été absorbé & n'a pas éprouvé d'autre changement après trente-sept jours, que de décrépiter légèrement par l'immersion d'une bougie allumée : cette décrépitation fait un bruit semblable à celui de l'huile mêlée avec de l'eau, lorsqu'on les fait brûler; le vin n'a contracté aucune acidité, le goût en étoit devenu un peu fade.

* Le canton de Saint-George & celui de Saint-Desery, renommés pour leurs bons vins, sont dans le diocèse de Montpellier.

1.° Cette expérience répétée plusieurs fois, m'a toujours donné les mêmes résultats.

2.° Une égale quantité de vin mise dans des vases semblables remplis d'acide carbonique, ne m'a produit de différence que dans le goût prodigieusement acerbe qu'a pris le vin; le gaz hydrogène s'est comporté de la même manière que l'acide carbonique.

3.° Des vins vieux de différentes qualités exposés au soleil, dans des flacons dont les uns restoient fermés & les autres ouverts, ne se sont aigris ni dans les uns, ni dans les autres. J'ai observé que le vin contenu dans les vaisseaux ouverts se décoloroit en peu de temps, tandis que l'autre conservoit son principe colorant pendant six à sept mois.

Le vin exposé long-temps au soleil, dans des vaisseaux fermés, y acquiert de la force.

Ces expériences variées de bien des manières, m'ont convaincu que le vin bien fait, bien fermenté, n'est plus susceptible de passer par lui-même à l'état de vinaigre; la seule addition d'un mucilage, d'un morceau de bois, vert ou sec, détermine la fermentation, l'absorption de l'air vital, & l'acétification. Ainsi, les vins vieux enfermés dans des tonneaux mal bouchés, dont la partie extractive n'aura pas été dissoute par les divers liquides qu'ils auront contenus précédemment, pourront passer à l'état de vinaigre, ce qui n'arriveroit pas s'ils étoient contenus dans des vases où ils n'eussent ni le contact de l'air, ni celui de cette matière extractive.

Ces observations sont d'ailleurs d'accord avec une ancienne pratique, d'après laquelle il a été reconnu que les vins se conservoient mieux dans les vieilles futailles que dans les nouvelles.

FIN.

